

2/4

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И ЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)



**УТВЕРЖДАЮ**  
 Проректор по учебной работе  
 Документ подписан электронной подписью  
 Сертификат: 1с6сfa0a-52a6-4f49-aef0-5584d3fd4820  
 Владелец: Троян Павел Ефимович  
 Действителен: с 19.01.2016 по 16.09.2019

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Теория вероятностей и математическая статистика**

Уровень основной образовательной программы академический бакалавриат

Направление(я) подготовки (специальность) 28.03.01 Нанотехнологии и микросистемная техника

Профиль «Нанотехнологии в электронике и микросистемной технике»

»

Форма обучения очная

Факультет Электронной Техники

Кафедра Физической Электроники

Курс 2

Семестр 3

**Учебный план набора 2013,2014 год**

Распределение рабочего времени:

№	Виды учебной работы	Семестр 1	Семестр 2	Семестр 3	Семестр 4	Семестр 5	Семестр 6	Семестр 7	Семестр 8	Всего	Единицы
1.	Лекции			20						20	часов
2.	Лабораторные работы										часов
3.	Практические занятия			34						34	часов
4.	Курсовой проект/работа (КРС) (аудиторная)										часов
5.	Всего аудиторных занятий (Сумма 1-4)			54						54	часов
6.	Из них в интерактивной форме			10						10	часов
7.	Самостоятельная работа студентов (СРС)			54						54	часов
8.	Всего (без экзамена) (Сумма 5,7)			108						108	часов
9.	Самост. работа на подготовку, сдачу экзамена			36						36	часов
10.	Общая трудоемкость (Сумма 8,9)			144						144	часов
	(в зачетных единицах)			4						4	ЗЕТ

Зачет не предусмотрено

Диф. Зачет не предусмотрено

Экзамен 3 семестр

### Лист согласований

Рабочая программа составлена с учетом требований Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (специальности) 28.03.01 Нанотехнологии и микросистемная техника, утвержденного 06.03.2015г., №177

рассмотрена и утверждена на заседании кафедры 18 апреля 2016 г., протокол № 282  
Разработчики доцент кафедры математики \_\_\_\_\_ Н.Э.Лугина

Зав. обеспечивающей кафедрой математики \_\_\_\_\_ А.Л.Магазинникова

Рабочая программа согласована с факультетом, профилирующей и выпускающей кафедрами направления подготовки (специальности).

Декан ФЭТ \_\_\_\_\_ А.И. Воронин

Зав. профилирующей кафедрой ФЭ \_\_\_\_\_ П.Е. Троян

Зав. выпускающей кафедрой ФЭ \_\_\_\_\_ П.Е. Троян

Эксперты:  
профессор кафедры математики \_\_\_\_\_ А.А. Ельцов

доцент кафедры ФЭ \_\_\_\_\_ И.А Чистоедова

## 1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Целями освоения дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" являются: изучение статистических свойств случайных событий и величин, знакомство с основными методами решения вероятностных задач, знакомство с основными методами многомерного статистического анализа; овладение методами статистической обработки результатов наблюдений, измерений и моделирования, подготовка к применению статистических методов в анализе и синтезе прикладных задач.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП.

Курс относится к вариативной части (обязательные дисциплины) дисциплин математического и естественнонаучного цикла. Для его успешного освоения необходимы знания курса математики, твердое владение математическим аппаратом. Освоение теории вероятностей необходимо для дальнейшего изучения математической статистики. Знание теории вероятностей может существенно помочь при построении и анализе различных математических моделей, возникающих в физике, химии, биологии, в технике. Кроме того, методы теории вероятностей широко применяются в целом ряде дисциплин профессионального цикла, в учебно-исследовательской и научно-исследовательской работе, что подчеркивает тесную связь этих разделов математики с окружающим миром, как на стадии введения математических понятий, так и на стадии использования полученных результатов.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

Выпускник должен обладать следующими компетенциями:

*ОПК-1*- «способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики»

*ОПК-2*- «способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат»

**В результате освоения дисциплины студент должен:**

**Знать:** определения и свойства основных объектов изучения теории вероятностей, а также формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений.

**Уметь:** решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые.

**Владеть:** разнообразным математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов, для описания и анализа вероятностных моделей.

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры		
				3
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>54</b>			<b>54</b>
В том числе:	-	-	-	-
Лекции	20			20
Лабораторные работы (ЛР)	-			-
Практические занятия (ПЗ)	24			24
Семинары (С)	-			-
Коллоквиумы (К)	2			2
Курсовой проект/(работа) (аудиторная нагрузка)	-			-
<i>Другие виды аудиторной работы</i>				
Контрольные работы	8			8
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	<b>54</b>			<b>54</b>
В том числе:		-	-	-
Курсовой проект (работа) (самостоятельная работа)				
Расчетно-графические работы				
Реферат				
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>				
Изучение теоретического материала	18			18
Подготовка к коллоквиуму	8			8
Выполнение текущих домашних заданий	18			18
Подготовка к контрольным работам	10			10
<b>Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)</b>	<b>36</b>			<b>36</b>
<b>Общая трудоемкость час</b>	<b>144</b>			<b>144</b>
Зачетные Единицы Трудоемкости	<b>4</b>			<b>4</b>

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Практич. занятия.	Самост. работа студента	Всего час. (без экзамен)	Формируемые компетенции (ОК, ПК)
1.	Случайные события. Вероятность.	2	3	4	9	ОПК-1, ОПК-2
2.	Основные теоремы теории вероятностей.	2	3	4	9	ОПК-1, ОПК-2
3.	Повторение опытов.	2	4	4	10	ОПК-1, ОПК-2
4.	Случайные величины и их законы распределения.	4	6	6	16	ОПК-1, ОПК-2
5.	Некоторые законы распределения случайных величин.	2	4	6	12	ОПК-1, ОПК-2
6.	Системы случайных величин.	2	6	10	22	ОПК-1, ОПК-2
7.	Предельные теоремы теории вероятностей.	2	2	6	10	ОПК-1, ОПК-2
8.	Элементы математической статистики.	2	4	4	10	ОПК-1, ОПК-2
9.	Обработка опытов.	2	2	10	14	ОПК-1, ОПК-2

## 5.2. Содержание разделов дисциплины (по лекциям)

№ п/п	Наименование разделов	Содержание разделов	Трудоемкость (час.)	Формируемые компетенции (ОК, ПК)
1.	Случайные события. Вероятность.	Элементы комбинаторики. Понятие случайного события. Классификация событий. Действия над событиями. Понятие вероятности события. Статистическое, классическое, геометрическое и аксиоматическое определение вероятности.	2	ОПК-1, ОПК-2
2.	Основные теоремы теории вероятностей.	Условные вероятности. Зависимые и независимые события. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса	2	ОПК-1, ОПК-2
3.	Повторение опытов.	Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления событий в схеме Бернулли. Общая теорема о повторении опытов. Производящая функция. Локальная и интегральная теоремы Муавра — Лапласа. Простейший (пуассоновский) поток событий. Формула Пуассона.	2	ОПК-1, ОПК-2
4.	Случайные величины и законы их распределения.	Случайная величина и её закон распределения. Одномерные дискретные случайные величины. Ряд распределения. Функция распределения одномерной случайной величины и её свойства. Функция распределения дискретной случайной величины и её график. Плотность распределения одномерной случайной величины и её свойства. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его смысл. Математическое ожидание непрерывной случайной величины. Мода, медиана, квантиль случайной величины. Дисперсия случайной величины. Моменты случайной величины. Функция одного случайного аргумента. Математическое ожидание функции одного случайного аргументов. Характеристическая и кумулянтная функции. Примеры характеристических функций. Взаимная однозначность соответствия между распределениями и характеристическими функциями. Формула обращения (для функций распределения и для плотностей, без доказательства). Характеристическая функция суммы независимых случайных величин. Свойства характеристических функций.	4	ОПК-1, ОПК-2
5.	Некоторые законы распределения случайных величин.	Биномиальное распределение и его числовые характеристики. Распределение Пуассона. Его ряд распределения, характеристическая и кумулянтная функция, числовые характеристики. Показательное распределение и его числовые характеристики. Нормальное распределение и его числовые характеристики. График плотности нормального распределения. Вычисление вероятности	2	ОПК-1, ОПК-2

		попадания в заданный интервал для нормальной величины. Правило трёх сигм. Линейное преобразование нормальной случайной величины. Композиция нормальных законов распределения.		
6.	Системы случайных величин.	Многомерные случайные величины. Понятие двумерной дискретной случайной величины и её матрица распределения. Свойства матрицы распределения. Функция распределения многомерной случайной величины и её свойства. Плотность распределения системы случайных величин и её свойства. Законы распределения отдельных величин, входящих в систему. Условные плотности распределения. Независимые и зависимые случайные величины. Теорема о функции распределения системы независимых случайных величин. Условные законы распределения. Теорема о плотности распределения системы независимых случайных величин. Функция нескольких случайных аргументов. Математическое ожидание функции нескольких случайных аргументов. Характеристики связи двух случайных величин. Ковариация и коэффициент корреляции. Необходимое условие независимости случайных величин. Свойства коэффициента корреляции. Понятие регрессии.	2	ОПК-1, ОПК-2
7.	Предельные теоремы теории вероятностей.	Сходимости на множестве случайных величин. Сходимость по вероятности. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Понятие сходимости по вероятности. Теоремы Бернулли и Пуассона. Центральная предельная теорема.	2	ОПК-1, ОПК-2
8.	Элементы математической статистики.	Основные задачи математической статистики. Понятие выборки. Числовые характеристики выборки. Простейшие способы обработки выборки. Статистическая функция распределения. Эмпирическая функция распределения.	2	ОПК-1, ОПК-2
9.	Обработка опытов.	Выборочные параметры распределения. Понятие оценки числового параметра. Требования к оценке. Оценка математического ожидания и дисперсии. Понятие о доверительном интервале. Распределение Стюдента. $\chi$ -квадрат распределение. Понятие о статистической проверке гипотез. Критерии согласия.	2	ОПК-1, ОПК-2

### 5.3. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины из табл.5.1, для которых необходимо изучение обеспечивающих (предыдущих) и обеспечиваемых (последующих) дисциплин																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9									
1.	Математика	+	+	+	+	+	+	+	+	+									
2.	Физика	+	+	+	+	+	+	+	+	+									
3.	Математическое моделирование и программирование	+	+	+	+	+	+	+	+	+									
4.	Учебно-исследовательская работа	+	+	+	+	+	+	+	+	+									
5.	Научно-исследовательская работа	+	+	+	+	+	+	+	+	+									
6.	Твердотельная электроника				+	+			+	+									
7.	Вакуумная и плазменная электроника				+	+	+		+	+									
8.	Квантовая и оптическая электроника				+	+	+		+	+									
9.	Физика полупроводников				+	+	+		+	+									

### 5.4. Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Перечень компетенций	Виды занятий					Формы контроля
	Л	Лаб	Пр.	КР/КП	СРС	
ОПК-1	+		+		+	Ответ на практическом занятии. Коллоквиум. Контрольная работа. Экзамен.
ОПК-2	+		+		+	Ответ на практическом занятии. Проверка конспекта. Коллоквиум. Контрольная работа. Экзамен.

Л – лекция, Пр – практические и семинарские занятия, Лаб – лабораторные работы, КР/КП – курсовая работа/проект, СРС – самостоятельная работа студента

### 6. Методы и формы организации обучения

Технологии интерактивного обучения при разных формах занятий в часах

Методы	Формы	Лекции (час)	Практические/семинарские Занятия (час)	Тренинг Мастер-класс (час)	СРС (час)	Всего
Презентации с использованием раздаточных материалов, слайдов, мультимедийной презентации		4				4
Работа в команде			1			1
Решение ситуационных задач			1			1
Составление интеллект-карт			2			2
Исследовательский метод			1			1
Выступление в роли обучающего			1			1
Итого интерактивных занятий		4	6			10

## 7. Лабораторный практикум не предусмотрено

## 8. Практические занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)	Компетенции ОК, ПК
1.	1.	Элементы комбинаторики. Классическое определение вероятности. Различные определения вероятности.	2	ОПК-1, ОПК-2
2.	1,2	Действия над событиями. Сложение и умножение вероятностей. Зависимые и независимые события. Основные теоремы теории вероятностей.	2	ОПК-1, ОПК-2
3.	2	Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2	ОПК-1, ОПК-2
4.	3	Последовательность независимых опытов.	2	ОПК-1, ОПК-2
5.	1-3	Контрольная работа по теме «Действия над событиями. Основные теоремы теории вероятностей»	2	ОПК-1, ОПК-2
6.	4.	Ряд распределения, функция распределения и плотность распределения одномерной случайной величины.	2	ОПК-1, ОПК-2
7.	4.	Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение, моменты, коэффициент асимметрии, коэффициент скошенности.	2	ОПК-1, ОПК-2
8.	4.	Контрольная работа по теме «Случайные величины и их числовые характеристики»	2	ОПК-1, ОПК-2
9.	5.	Виды распределений: равномерное, нормальное, показательное.	2	ОПК-1, ОПК-2
10.	5.	Характеристическая функция. Кумулянтная функция.	2	ОПК-1, ОПК-2
11.	6.	Функция распределения и плотность распределения многомерной случайной величины и ее характеристики.	2	ОПК-1, ОПК-2
12.	6.	Условные плотности распределения. Линии регрессии. Коэффициент корреляции.	2	ОПК-1, ОПК-2
13.	6.	Контрольная работа по теме «Многомерные случайные величины и их числовые характеристики»	2	ОПК-1, ОПК-2
14.	7.	Закон больших чисел. Неравенство Маркова. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Пуассона.	2	ОПК-1, ОПК-2
15.	8-9.	Гистограмма и полигон. Эмпирическая функция распределения. Выборочные математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Проверка по критерию Пирсона гипотезы о нормальном распределении. Построение доверительных интервалов.	2	ОПК-1, ОПК-2
16.	1-7.	Итоговая контрольная работа по курсу	2	ОПК-1, ОПК-2
17.	1-7.	Коллоквиум	2	ОПК-1, ОПК-2

## 9. Самостоятельная работа

№ п/п	№ раздела дисциплины из	Тематика самостоятельной работы (детализация)	Трудоемкость	Компетенции ОК, ПК	Контроль выполнения работы (Опрос, тест, дом. задание, и т.д)



	табл. 5.1		(час.)		
1.	<b>1</b>	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическому занятию. Самостоятельно: Элементы комбинаторики. Аксиоматическое определение вероятности.	4	ОПК-1, ОПК-2	Опрос на практическом занятии. Контрольная работа. Коллоквиум.
2.	<b>2</b>	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическому занятию. Выполнение текущего домашнего задания.	4	ОПК-1, ОПК-2	Опрос на практическом занятии. Контрольная работа. Коллоквиум.
3.	<b>3</b>	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическому занятию. Выполнение текущего домашнего задания. Подготовка к контрольной работе. Сам-но: Поток событий. Элементы теории массового обслуживания.	4	ОПК-1, ОПК-2	Опрос на практическом занятии. Контрольная работа. Коллоквиум.
4.	<b>4</b>	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическому занятию. Выполнение текущего домашнего задания. Сам-но: Функция одного случайного аргумента. Математическое ожидание функции одного случайного аргументов.	6	ОПК-1, ОПК-2	Опрос на практическом занятии. Контрольная работа. Коллоквиум.
5.	<b>5</b>	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическому занятию. Выполнение текущего домашнего задания. Сам-но: Линейное преобразование нормальной случайной величины. Композиция нормальных законов распределения.	6	ОПК-1, ОПК-2	Опрос на практическом занятии. Контрольная работа. Коллоквиум.
6.	<b>6</b>	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическому занятию. Выполнение текущего домашнего задания. Сам-но: Многомерные случайные величины. Функция нескольких случайных аргументов. Математическое ожидание функции нескольких случайных аргументов. Понятие регрессии. Кривые регрессии.	10	ОПК-1, ОПК-2	Опрос на практическом занятии. Контрольная работа. Коллоквиум.
7.	<b>7</b>	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическому занятию. Выполнение текущего домашнего задания. Сам-но: Сходимости на множестве случайных величин. Сходимость по вероятности. Неравенство Маркова. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Пуассона.	6	ОПК-1, ОПК-2	Опрос на практическом занятии. Контрольная работа. Коллоквиум.
8.	<b>8</b>	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическому занятию. Выполнение текущего домашнего задания. Сам-но: Понятие выборки. Простейшие способы обработки выборки. Статистическая функция распределения. Эмпирическая функция распределения.	4	ОПК-1, ОПК-2	Опрос на практическом занятии.
9.	<b>9</b>	Изучение лекционного материала. Подготовка к практическому занятию. Выполнение текущего домашнего задания. Сам-но: Построение доверительного интервала для оценки математического ожидания. Понятие о статистической проверке гипотез. Взаимосвязь физики, математики и программирования в обработке опытов: «Сглаживание экспериментальных зависимостей по методу наименьших квадратов»	10	ОПК-1, ОПК-2 ПК2	Опрос на практическом занятии.
10.	<b>1-9</b>	Подготовка и сдача экзамена	36		Оценка на экзамене

10. Примерная тематика курсовых проектов (работ) не предусмотрено

Согласована на портале № 8027

## 11. Рейтинговая система для оценки успеваемости студентов

**Таблица 11.** Балльные оценки для элементов контроля.

№	Вид контроля	Баллы
1.	Контрольная работа по теме «Действия над событиями. Основные теоремы теории вероятностей»	10
2.	Контрольная работа по теме «Случайные величины и их характеристики»	10
3.	Контрольная работа по теме «Многомерные случайные величины»	10
4.	Коллоквиум по теории вероятностей	15
5.	Итоговая контрольная работа по курсу	15
6.	Премиальные баллы: активность на занятии, генерация идей решения	10
7.	Сдача экзамена (максимум)	30
Всего		100 баллов

**Таблица 11.1** Балльные оценки для элементов контроля

Элементы учебной деятельности	Максимальный балл на 1-ую КТ с начала семестра	Максимальный балл за период между 1КТ и 2КТ	Максимальный балл за период между 2КТ и на конец семестра	Всего за семестр
Премиальные баллы	5	5		<b>10</b>
Коллоквиум			10	<b>10</b>
Контрольные работы на практических занятиях	20	20	10	<b>50</b>
<b>Итого максимум за период:</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>20</b>	<b>70</b>
Сдача экзамена (максимум)				<b>30</b>
<b>Нарастающим итогом</b>	<b>25</b>	<b>50</b>	<b>70</b>	<b>100</b>

**Таблица 11.2** Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Баллы на дату контрольной точки	Оценка
85 % и выше от максимально возможного рейтинга на дату КТ	отлично
70% - 84% от максимально возможного рейтинга на дату КТ	хорошо
55% - 69% от максимально возможного рейтинга на дату КТ	удовлетворительно
менее 55 % от максимально возможного рейтинга на дату КТ	неудовлетворительно

**Таблица 11.3** – Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Оценка (ГОС)	Итоговая сумма баллов, учитывает успешно сданный экзамен	Оценка (ECTS)
5 (отлично) (зачтено)	<b>90 - 100</b>	A (отлично)
4 (хорошо) (зачтено)	<b>85 – 89</b>	B (очень хорошо)
	<b>75 – 84</b>	C (хорошо)
	<b>70 - 74</b>	D (удовлетворительно)
<b>65 – 69</b>		
3 (удовлетворительно) (зачтено)	<b>60 - 64</b>	E (посредственно)
	<b>Ниже 60 баллов</b>	F (неудовлетворительно)

Экзаменационная оценка выставляется либо по результатам семестрового рейтинга, либо по ответу на экзамене.

## 12. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (<http://www.lib.tusur.ru>):

### 12.1 Основная литература

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: Учебник для вузов. М.: Academia, 2005. – 571 с. (228 экз.)
2. Письменный Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. М.: Айрис-Пресс, 2006. – 287с. (49 экз.)
3. Болотюк, В.А. Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей (типовые расчеты) [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк, А.Г. Гринь [и др.]. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 288 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=534](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=534)
4. Бородин, А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2011. — 255 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)

### 12.2 Дополнительная литература

1. Лугина Н.Э. Практикум по теории вероятностей: Учеб. пособ. – Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2006 – 153 с. (45 экз.)
2. Магазинников Л.И. Высшая математика IV. Теория вероятностей: учебное пособие для вузов / Л. И. Магазинников; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – 2-е изд., перераб. и доп. - Томск: ТУСУР, 2000. – 151 с. (175 экз.)
3. Виленкин Н. Я. Комбинаторика/ Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. М.: ФИМА, 2006; М.: МЦНМО, 2006. – 399 с. (10 экз.)
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2013. – 480 с. (7 экз.)
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст]: учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. и доп.– М.: Юрайт, 2013. – 405 с. (6 экз.)
6. Гусак А.А., Бричикова Е.А. Справочное пособие к решению задач. Теория вероятностей. Мн.: Тетрасистемс, 1999. – 288 с. (1 экз.)
7. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1, 2. М.: Мир, 1984. (6 экз.)

### 12.3 Практические занятия проводятся по учебным пособиям:

1. Лугина Н.Э. Практикум по теории вероятностей: Учеб. пособ. – Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2006 – 153 с. (45 экз.)
2. Болотюк, В.А. Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей (типовые расчеты) [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк, А.Г. Гринь [и др.]. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2010. — 288 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=534](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=534)

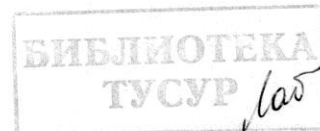
### Задания на контрольные работы и индивидуальные задания приведены в каждом из следующих учебных пособий:

1. Лугина Н.Э. Практикум по теории вероятностей: Учеб. пособ. – Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2006 – 153 с. (45 экз.)
2. Болотюк, В.А. Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей (типовые расчеты) [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк, А.Г. Гринь [и др.]. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2010. — 288 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=534](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=534)

### 12.4 Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы Yandex, Google.

## 13. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

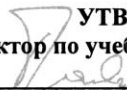
Учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий;  
Лекционные аудитории, оснащенные техникой для мультимедийных презентаций;  
Компьютерный класс для сдачи компьютерного экзамена из расчета один компьютер на студента.



## Приложение к рабочей программе

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»  
(ТУСУР)

 **УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по учебной работе  
\_\_\_\_\_ П. Е. Троян

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

### ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (ПРАКТИКЕ)

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Уровень основной образовательной программы академический бакалавриат

Направление(я) подготовки (специальность) 28.03.01 Нанотехнологии и микросистемная  
техника

Профиль(и) Нанотехнологии в электронике и микросистемной технике

Форма обучения очная

Факультет ЭТ (Электронной техники)

Кафедра ФЭ (Физической электроники)

Курс 2

Семестр 3

Учебный план набора 2013, 2014 год

Зачет не предусмотрен

Диф. зачет не предусмотрен

Экзамен 3 семестр

Томск 2016

## 1 Введение

Фонд оценочных средств (ФОС) является приложением к рабочей программе дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.) и методов их использования, предназначенных для измерения уровня достижения студентом установленных результатов обучения.

ФОС по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

Перечень закрепленных за дисциплиной (практикой) компетенций приведен в таблице 1.

**Таблица 1 – Перечень закрепленных за дисциплиной компетенций**

<b>Код</b>	<b>Формулировка компетенции</b>	<b>Этапы формирования компетенции</b>
<b>ОПК-1</b>	<b>Способность представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики</b>	Должен знать: определения и свойства основных объектов изучения теории вероятностей, а также формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений. Должен уметь: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые. Должен владеть: разнообразным математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов, для описания и анализа вероятностных моделей.
<b>ОПК-2</b>	<b>Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат</b>	

## 2 Реализация компетенций

1

### Компетенция ОПК-1

**ОПК-1: Способность представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики**

Для формирования компетенции необходимо осуществить ряд этапов. Этапы формирования компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания представлены в таблице 2.

**Таблица 2– Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания**

<b>1. Состав</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Содержание этапов</b>	Основные понятия, методы и теоремы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения поставленных математических задач	Выбирать, обосновывать и применять различные методы теории вероятностей для решения поставленных математических задач, проанализировать полученные результаты и сделать обоснованные выводы	Владеет способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей решения математических задач, навыками применения систем теоретико-вероятностных и математико-статистических подходов
<b>Виды занятий</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Лекции;</li> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Групповые консультации</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Выполнение домашнего задания;</li> <li>• Самостоятельная работа студентов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Групповые консультации;</li> <li>• Самостоятельная работа студентов</li> </ul>
<b>Используемые средства оценивания</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Выполнение домашнего задания;</li> <li>• Коллоквиум;</li> <li>• Экзамен</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Оформление домашнего задания;</li> <li>• Конспект самостоятельной работы;</li> <li>• Экзамен</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ответ на практическом занятии;</li> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Экзамен</li> </ul>

Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции на всех этапах приведены в таблице 3.

**Таблица 3 – Общие характеристики показателей и критериев оценивания**

<b>Показатели и критерии</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	Обладает фактическими и теоретическими знаниями в пределах изучаемой области	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для развития твор-	Контролирует работу, проводит оценку, совершенствует действия работы

	с пониманием границ применимости	ческих решений, абстрагирования проблем	
<b>Хорошо (базовый уровень)</b>	Знает факты, принципы, процессы, общие понятия в пределах изучаемой области	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для решения определенных проблем в области исследования	Берет ответственность за завершение задач в исследовании, приспосабливает свое поведение к обстоятельствам в решении проблем
<b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b>	Обладает базовыми общими знаниями	Обладает основными умениями, требуемыми для выполнения простых задач	Работает при прямом наблюдении

4. Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице

**Таблица 4 – Показатели и критерии оценивания компетенции на этапах**

<b>Показатели и критерии</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>ответ по вопросу или заданию аргументированный, логически выстроенный, полный;</i></li> <li>• <i>демонстрирует знание основного содержания дисциплины и его элементов в соответствии с прослушанным лекционным курсом и с учебной литературой;</i></li> <li>• <i>выводы доказательны, приводит примеры;</i></li> <li>• <i>демонстрирует способность к анализу и</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>свободно применяет методы решения задач в незнакомых ситуациях;</i></li> <li>• <i>умеет математически выразить и аргументированно доказывать математические утверждения</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>свободно владеет основными понятиями, законами и теорией, необходимыми для объяснения явлений, закономерностей и т.д.;</i></li> <li>• <i>владеет умением устанавливать межпредметные и внутрипредметные связи между событиями, объектами и явлениями;</i></li> </ul>

	<p><i>сопоставлению различных подходов к решению заявленной в вопросе или задании проблематики;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>математически обосновывает выбор метода и план решения задачи</i></li> </ul>		
<p><b>Хорошо (базовый уровень)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>обоснованно, но с ошибками, которые сам же и исправляет, излагает материал;</i></li> <li>• <i>строит логически связанный ответ, используя принятую научную терминологию;</i></li> <li>• <i>применяет в ответе общепринятую в науке знаково-символьную систему условных обозначений;</i></li> <li>• <i>аргументирует выбор метода решения задачи</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>применяет методы решения задач в незнакомых ситуациях;</i></li> <li>• <i>умеет корректно выразить и аргументированно обосновывать положения предметной области знания</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>критически осмысливает полученные знания;</i></li> <li>• <i>графически иллюстрирует задачу</i></li> </ul>
<p><b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;</i></li> <li>• <i>суждения не глубокие и необоснованные;</i></li> <li>• <i>затрудняется привести свои примеры;</i></li> <li>• <i>слабо знает основные методы решения вероятностных задач</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>умеет работать со справочной литературой;</i></li> <li>• <i>умеет выполнять все необходимые операции (действия);</i></li> <li>• <i>допускает ошибки;</i></li> <li>• <i>умеет решать только простейшие задачи</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>владеет терминологией предметной области знания;</i></li> <li>• <i>в целом правильное, но недостаточно аргументированное решение практической задачи</i></li> </ul>



**ОПК-2: способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат**

Для формирования компетенции необходимо осуществить ряд этапов. Этапы формирования компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания представлены в таблице 5.

**Таблица 5– Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания**

<b>2. Состав</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Содержание этапов</b>	Знает соответствующий физико-математический аппарат; алгоритмы, постановки задач и математические методы достижения цели, терминологию и основные понятия, используемые в теории вероятностей и математической статистике	Умеет использовать физико-математический аппарат, фундаментальные знания в области теории вероятностей, математической статистики в будущей профессиональной деятельности	Владеет способностью анализировать, обобщать, оценивать, сравнивать при решении профессиональных задач, навыками применения математических методов решения задач, интерпретации полученного решения
<b>Виды занятий</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Лекции;</li> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Групповые консультации</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Выполнение домашнего задания;</li> <li>• Самостоятельная работа студентов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Групповые консультации;</li> <li>• Самостоятельная работа студентов</li> </ul>
<b>Используемые средства оценивания</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Выполнение домашнего задания;</li> <li>• Коллоквиум;</li> <li>• Экзамен</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Оформление домашнего задания;</li> <li>• Конспект самостоятельной работы;</li> <li>• Экзамен</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ответ на практическом занятии;</li> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Экзамен</li> </ul>

Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции на всех этапах приведены в таблице 6.

**Таблица 6 – Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции по этапам**

<b>Показатели и критерии</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	Обладает фактическими и теоретическими знаниями в пределах изучаемой области с пониманием границ применимости	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для развития творческих решений, абстрагирования проблем	Контролирует работу, проводит оценку, совершенствует действия работы
<b>Хорошо (базовый уровень)</b>	Знает факты, принципы, процессы, общие понятия в пределах изучаемой области	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для решения определенных проблем в области исследования	Берет ответственность за завершение задач в исследовании, приспосабливает свое поведение к обстоятельствам в решении проблем
<b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b>	Обладает базовыми общими знаниями	Обладает основными умениями, требуемыми для выполнения простых задач	Работает при прямом наблюдении

7. Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице

**Таблица 7 – Показатели и критерии оценивания компетенции на этапах**

<b>Показатели и критерии</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>демонстрирует полное понимание материала, выводы доказательны, приводит примеры;</i></li> <li>• <i>демонстрирует способность к анализу и сопоставлению различных подходов к решению задачи;</i></li> <li>• <i>математически</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>умеет тесно увязывать теорию с практикой;</i></li> <li>• <i>свободно ориентируется в математических источниках информации;</i></li> <li>• <i>правильно выполняет рисунки, чертежи, графики, сопутствующие</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>в совершенстве владеет понятиями, идеями, методами, связанными с дисциплинами фундаментальной математики;</i></li> <li>• <i>владеет умением устанавливать межпредметные и внутрипредметные связи между</i></li> </ul>

	<p>обосновывает выбор метода и план решения задачи</p>	<p>ответу;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>показывает умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять ее в новой ситуации при выполнении практического задания</li> </ul>	<p>событиями, объектами и явлениями;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач</li> </ul>
<p><b>Хорошо (базовый уровень)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>допускает небольшие неточности, не исказившее математическое содержание ответа, что в целом не препятствует усвоению последующего программного материала;</li> <li>строит логически связанный ответ, используя принятую научную терминологию;</li> <li>применяет в ответе общепринятую в науке знаково-символьную систему условных обозначений;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>применяет методы решения задач в незнакомых ситуациях;</li> <li>не испытывает затруднения при выполнении практических работ;</li> <li>умеет аргументированно обосновывать выбор метода решения</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>критически осмысливает полученные знания;</li> <li>владеет разными способами представления информации (аналитическое, графическое)</li> </ul>
<p><b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>содержание излагает фрагментарно, и не всегда последовательно;</li> <li>показывает общее понимание вопроса;</li> <li>знает основные методы решения типовых задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>умеет работать со справочной литературой;</li> <li>умеет выполнять стандартные операции;</li> <li>умеет представлять результаты своей работы</li> <li>умеет применять</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>допускает ошибки в математической терминологии, чертежах, выкладках, но исправляет после наводящих вопросов преподавателя</li> <li>владеет</li> </ul>

		<i>на практике основные методы решения типовых задач</i>	<i>навыками решения типовых вероятностных задач</i>
--	--	--	---

## 2 Типовые контрольные задания

Для реализации вышеперечисленных задач обучения используются следующие материалы:

- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, в составе:

**Тест:** не предусмотрено

**Контрольная работа:**

1. Контрольная работа по теме «Действия над событиями. Основные теоремы теории вероятностей»
2. Контрольная работа по теме «Случайные величины и их характеристики»
3. Контрольная работа по теме «Многомерные случайные величины»
4. Итоговая контрольная работа по темам раздела «Теория вероятностей» (задачи, для решения которых необходимо знание полного курса)

### Примеры вариантов контрольных работ.

*Контрольная работа по теме «Действия над событиями. Основные теоремы теории вероятностей»*

#### Вариант 1.1.

1.1.1. Куб, все грани которого окрашены, распилен на 64 кубика одинакового размера, которые затем перемешаны. Найдите вероятность того, что случайно взятый кубик имеет две окрашенные грани.

1.1.2. На стеллаже в случайном порядке стоит 10 книг, причем 4 из них по математике. Случайно взяли три книги. Найдите вероятность того, что среди них окажется хотя бы одна по математике.

1.1.3. В коробке 20 лампочек, причем 4 из них рассчитаны на 220в, а 16 на 127в. Половина тех и других матовые. Случайно взяли 2 лампы. Найдите вероятность того, что они разного напряжения и обе матовые.

1.1.4. В спартакиаде участвуют 20 спортсменов: 12 лыжников и 8 конькобежцев. Вероятность выполнить норму лыжником равна 0,8, а конькобежцем 0,4. Случайно вызвали 2 спортсмена. Найдите вероятность того, что они оба выполнили норму.

*Контрольная работа по теме «Случайные величины и их числовые характеристики»*

#### Вариант 2.1.

2.2.1. Вероятность того, что в библиотеке нужная студенту книга свободна, равна 0,3. Составьте ряд распределения числа библиотек, которые посетит студент, если в городе всего четыре библиотеки и все они имеют нужную ему книгу. Найдите функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

2.2.2. Дана функция распределения случайной величины  $X$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ Ax^3 + B, & -1 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Найдите  $A, B; M[X]; D[X]$ .

**Вариант 3.1.**

3.1.1. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана матрицей распределения вероятностей

$Y \backslash X$		1	2	4
0		0,1	0	0,2
2		0	0,3	0
5		0,1	0,3	0

Найдите

- 1) ряды распределения  $X$  и  $Y$ ;
- 2) математические ожидания;
- 3) дисперсии;
- 4) ковариацию  $X$  и  $Y$ ;
- 5) коэффициент корреляции;
- 6) условное математическое ожидание  $M[Y/X=2]$ .

3.1.2. Двумерный случайный вектор  $(X, Y)$  задан плотностью распределения вероятностей

$$\begin{cases} Axу \\ 0, \end{cases} \Delta: O(0; 0), B(1; 0), C(1; 1) \text{ в других точках.}$$

Найдите

- 1) параметр  $A$ ;
- 2) плотности распределения вероятностей  $X$  и  $Y$ ;
- 3) математические ожидания;
- 4) дисперсии;
- 5) ковариацию  $X$  и  $Y$ ;
- 6) коэффициент корреляции;
- 7) условное математическое ожидание  $M[Y/X=1/2]$ ;
- 8) значение функции распределения  $F(1; 1/2)$ .

*Итоговая контрольная работа по курсу*

**Вариант 4.1.**

4.1.1. Дана плотность распределения случайной величины  $X$ :

$$\rho(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0; \\ \frac{1}{2}, & \text{если } 0 < x \leq 1; \\ \frac{1}{3}x, & \text{если } 1 < x \leq 2; \\ 0, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Событие  $A$  наступает с вероятностью  $1/3$ , если и вероятностью  $2/3$ , если  $X \in (\frac{1}{2}; 2]$ . Известно, что событие  $A$  наступило. Найдите вероятность того, что при этом  $X \in [0; \frac{1}{2}]$ .

4.1.2. По некоторой цели произведено три выстрела с вероятностью попадания  $0,1; 0,2; 0,8$  соответственно. При одном попадании цель будет разрушена с вероятностью  $0,4$ , при двух – с вероятностью –  $0,6$ , при трех –  $0,8$ . Цель оказалась разрушенной. Найдите математическое ожидание числа попаданий в цель. Ответ округлите до  $0,1$ .

4.1.3. Найдите кумулянтную функцию  $\varphi_x(t)$  случайная величины  $X$ , заданной плотностью распределения  $\rho(x) = \frac{1}{\pi((x-1)^2+1)}$ . Ограничьтесь случаем  $t > 0$ .

4.1.4. Диаметр  $X$  отверстия имеет нормальное распределение с числовыми характеристиками:  $M[X]=5$  мм,  $\sigma[X]=0,2$  мм. Диаметр вала равен  $4,9$  мм. Найдите вероятность того, что вал войдет в отверстие.

**Вопросы к коллоквиуму:** формируются из списка экзаменационных вопросов, приведенного ниже.

**Темы лабораторных работ:** не предусмотрено

## **Выполнение домашнего задания:**

1. Комбинаторика.
2. Действия над событиями. Статистическое, классическое, геометрическое определение вероятности.
3. Основные теорема теории вероятностей.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса
5. Последовательность независимых опытов.
6. Дискретные и непрерывные случайные величины.
7. Числовые характеристики случайных величин.
8. Закон равномерного распределения. Показательное и нормальное распределения.
9. Характеристическая функция.
10. Двумерные случайные величины.
11. Предельные теоремы теории вероятностей.
12. Элементы математической статистики.
13. Построение доверительных интервалов для параметров распределения.

## **Темы для самостоятельной работы:**

1. Аксиоматическое определение вероятности.
2. Поток событий. Элементы теории массового обслуживания.
3. Функция одного случайного аргумента. Математическое ожидание функции одного случайного аргументов.
4. Линейное преобразование нормальной случайной величины. Композиция нормальных законов распределения.
5. Функция нескольких случайных аргументов. Математическое ожидание функции нескольких случайных аргументов. Понятие регрессии. Кривые регрессии.
6. Сходимости на множестве случайных величин. Сходимость по вероятности.
7. Понятие о статистической проверке гипотез. Взаимосвязь физики, математики и программирования в обработке опытов: «Сглаживание экспериментальных зависимостей по методу наименьших квадратов»

## **Темы курсового проекта:** не предусмотрено

## **Экзаменационные вопросы:**

1. Что называют опытом?
2. Что называют событием?
3. Какое событие называют достоверным в данном опыте?
4. Какое событие называют невозможным в данном опыте?
5. Какое событие называют случайным в данном опыте?
6. Какие события называют несовместными в данном опыте?
7. Какие события называют совместными в данном опыте?
8. Какие события считают равновероятными в данном опыте?
9. Что называют полной группой событий?
10. Что называют элементарным исходом?
11. Какие элементарные исходы называют благоприятствующими данному событию?
12. Что представляет собой полная группа событий при подбрасывании одной монеты?
13. Что представляет собой полная группа событий при подбрасывании двух монет?
14. Что называют вероятностью события?
15. Чему равна вероятность достоверного события?
16. Чему равна вероятность невозможного события?
17. В каких пределах заключена вероятность случайного события?
18. В каких пределах заключена вероятность любого события?
19. Какое определение вероятности называют классическим?
20. По какой формуле вычисляют число перестановок из  $n$  различных элементов?

21. По какой формуле вычисляют число размещений из  $n$  различных элементов по  $k$  элементов?
22. По какой формуле вычисляют число сочетаний из  $n$  элементов по  $k$  элементов?
23. По какой формуле вычисляют число перестановок из  $n$  элементов, если некоторые элементы повторяются?
24. Какой формулой определяется число размещений по  $k$  элементов с повторениями из  $n$  элементов?
25. Какой формулой определяется число сочетаний с повторениями из  $n$  элементов по  $k$  элементов?
26. Что такое частота события?
27. Чему равна частота достоверного события?
28. Чему равна частота невозможного события?
29. В каких пределах заключена частота случайного события?
30. Чему равна частота суммы двух несовместных событий?
31. Какое определение вероятности называют статистическим?
32. Как определяется геометрическая вероятность в общем случае?
33. Как определяется геометрическая вероятность в пространственном случае?
34. Как определяется геометрическая вероятность в плоском случае?
35. Как определяется геометрическая вероятность в линейном случае?
36. Приведите собственный пример на геометрическую вероятность?
37. Что называют суммой, или объединением, двух событий?
38. Что называют произведением, или пересечением, двух событий?
39. Чему равна вероятность суммы двух событий? Сформулируйте теорему и докажите ее.
40. Чему равна вероятность суммы двух несовместных событий?
41. Сформулируйте теорему о вероятности суммы  $n$  несовместных событий.
42. Чему равна сумма вероятностей событий, образующих полную группу?
43. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
44. Сформулируйте теорему о вероятности произведения двух событий.
45. Как определяется независимость двух событий?
46. Чему равна вероятность произведения двух независимых событий?
47. Сформулируйте теорему о вероятности произведения  $n$  событий.
48. Как определяется независимость  $n$  событий?
49. Чему равна вероятность произведения  $n$  независимых событий?
50. Как найти вероятность появления хотя бы одного из  $n$  независимых событий, имеющих одинаковые вероятности?
51. Выведите формулу полной вероятности.
52. Выведите формулы Байеса.
53. Что называют случайной величиной?
54. Какую величину называют дискретной случайной величиной?
55. Какую величину называют непрерывной случайной величиной?
56. Что называют законом распределения дискретной случайной величины?
57. Как задают закон распределения дискретной случайной величины, принимающей конечное множество значений?
58. Что называют многоугольником распределения?
59. Как определяется функция распределения случайной величины  $X$ ?
60. Какие другие названия используют для функции распределения?
61. Как с помощью функции распределения вычислить вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значения из интервала  $(a;b)$ ?
62. Какими свойствами обладает функция распределения случайной величины  $X$ ?
63. Какой вид имеет график функции распределения?
64. Чему равна вероятность того, что непрерывная случайная величина  $X$  примет одно, заданное определенное значение?
65. Является ли непрерывной функция распределения для дискретной случайной величины?
66. Что называют плотностью распределения случайной величины?

67. Как по-другому называют плотность распределения?
68. Как называют график плотности распределения?
69. Как с помощью плотности распределения найти вероятность попадания значений случайной величины  $X$  в интервал  $(a;b)$ ?
70. Какие свойства имеет плотность распределения?
71. Как выражается функция распределения через плотность распределения?
72. Как выражается плотность распределения через функцию распределения?
73. Как определяется математическое ожидание дискретной случайной величины, принимающей конечное множество значений?
74. Какие другие названия используют для математического ожидания? Чем объясняются эти названия?
75. Как определяется математическое ожидание непрерывной случайной величины, все значения которой принадлежат бесконечному промежутку?
76. Каковы свойства математического ожидания случайной величины?
77. Какому условию должны удовлетворять случайные величины  $X$  и  $Y$ , чтобы выполнялось свойство  $M[XY]=M[X]M[Y]$ ?
78. Что называют отклонением случайной величины от ее математического ожидания?
79. Чему равно математическое ожидание отклонения?
80. Как определяется дисперсия случайной величины?
81. Что характеризует дисперсия случайной величины?
82. По какой формуле можно вычислить дисперсию?
83. Свойства дисперсии случайной величины (с доказательством).
84. Запишите формулу для дисперсии дискретной случайной величины.
85. Запишите формулу для дисперсии непрерывной случайной величины.
86. Что такое среднее квадратическое отклонение? Какую размерность имеет эта величина?
87. Чему равно математическое ожидание среднего арифметического  $n$  независимых одинаково распределенных случайных величин?
88. Чему равна дисперсия среднего арифметического  $n$  независимых одинаково распределенных случайных величин?
89. Что называют начальным моментом  $k$ -го порядка случайной величины?
90. По какой формуле вычисляют начальный момент  $k$ -го порядка дискретной случайной величины?
91. Какой формулой определяется начальный момент  $k$ -го порядка непрерывной случайной величины?
92. Что называют центральным моментом  $k$ -го порядка случайной величины?
93. По какой формуле вычисляют центральный момент  $k$ -го порядка дискретной случайной величины?
94. Какой формулой определяется центральный момент  $k$ -го порядка непрерывной случайной величины?
95. Чему равны начальные моменты: нулевого порядка, первого порядка?
96. Чему равны центральные моменты: нулевого порядка, первого порядка, второго порядка?
97. Что характеризует коэффициент асимметрии случайной величины?
98. Что характеризует эксцесс случайной величины?
99. Чему равен эксцесс случайной величины, распределенной по нормальному закону?
100. Что такое характеристическая функция?
101. Какова связь между характеристической функцией и плотностью распределения?
102. Что называют кумулянтной функцией?
103. Свойства характеристической функции (с доказательством).
104. Что такое двумерная случайная величина?
105. Какие другие названия используют для двумерной случайной величины?
106. Что такое закон распределения дискретной двумерной случайной величины?
107. В каком виде можно записать закон распределения дискретной двумерной случайной величины?



108. Как, зная закон распределения дискретной двумерной случайной величины, найти законы распределения составляющих?
109. Каким образом по таблице совместного распределения двух дискретных случайных величин можно вычислить математическое ожидание и дисперсию каждой из этих величин?
110. Что называют условным законом распределения дискретной случайной величины  $X$  при  $Y=y_k$  ?
111. Как условный закон распределения связан с безусловным законом?
112. Как определяется функция распределения двумерной случайной величины?
113. Каковы свойства функции распределения двумерной случайной величины?
114. Как определяется плотность распределения двумерной случайной величины?
115. Как выражается функция распределения двумерной случайной величины через ее плотность распределения?
116. По каким формулам можно вычислить вероятность попадания значений двумерной случайной величины в заданный прямоугольник?
117. По какой формуле можно вычислить вероятность попадания значений двумерной случайной величины в заданную область?
118. Как определяется независимость двух случайных величин?
119. Как выражается необходимое условие независимости двух случайных величин? (с доказательством)
120. Что можно сказать о взаимной связи случайных величин  $X$  и  $Y$ , зная их числовые характеристики  $M[X]$ ,  $D[X]$ ,  $M[Y]$ ,  $D[Y]$ ?
121. Что такое ковариация двух случайных величин?
122. Что называют коэффициентом корреляции?
123. Каковы свойства коэффициента корреляции ? (докажите их)
124. Какая связь существует между равенством нулю коэффициента корреляции и независимостью случайных величин?
125. Какими должны быть испытания, чтобы можно было применять формулу Бернулли?
126. Какой вид имеет формула Бернулли?
127. Как запишется закон распределения дискретной случайной величины количества появившихся гербов на двух новеньких монетах, случайно оброненных на пол?
128. Что называют наименее вероятным числом появления события в  $n$  независимых испытаниях? Как находится это число?
129. Какой вид имеет формула, определяющая вероятность того, что в  $n$  независимых испытаниях событие  $A$  появится от  $k_1$  до  $k_2$  раз ( $0 < k < n$ )?
130. Как найти вероятность того, что в  $n$  независимых испытаниях событие  $A$  появится хотя бы один раз?
131. Как вычислить вероятность того, что в  $n$  независимых испытаниях событие  $A$  наступит а) менее  $k$  раз; б) более  $k$  раз; в) не менее  $k$  раз; г) не более  $k$  раз?
132. Какое распределение вероятностей называется биномиальным?
133. Чем объясняется слово «биномиальный» в названии распределения?
134. Чему равно математическое ожидание случайной величины, распределенной по биномиальному закону с параметрами  $n$  и  $p$ ?
135. Чему равна дисперсия случайной величины, распределенной по биномиальному закону с параметрами  $n$  и  $p$ ?
136. Чему равно среднее квадратическое отклонение случайной величины, распределенной по биномиальному закону с параметрами  $n$  и  $p$ ?
137. Запишите биномиальный закон распределения вероятностей случайной величины в виде таблицы?
138. Почему закон распределения Пуассона называют законом редких событий?
139. При каких условиях можно применять закон распределения Пуассона?
140. Получите формулу Пуассона.
141. Запишите формулу Пуассона и объясните смысл каждого символа.
142. Что является случайной величиной в законе распределения Пуассона?
143. Каковы общие условия, необходимые для применимости закона распределения Пуассона и закона биномиального распределения?

144. Как связаны между собой биномиальное распределение и распределение Пуассона?
145. Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по закону Пуассона?
146. Какая из величин в законе Пуассона больше: математическое ожидание или число независимых испытаний?
147. Исследуется распределение Пуассона. Что вероятнее: событие  $A$  появится ровно один раз или не разу?
148. Какое распределение вероятностей называют равномерным на отрезке  $[a;b]$ ?
149. Как записать плотность распределения случайной величины  $X$ , равномерно распределенной на отрезке  $[a;b]$ ?
150. Какой вид имеет функция распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$ , равномерно распределенной на отрезке  $[a;b]$ ? (Вывести)
151. Чему равно математическое ожидание случайной величины  $X$ , равномерно распределенной на отрезке  $[a;b]$ ? (Вывести)
152. Чему равна дисперсия случайной величины  $X$ , равномерно распределенной на отрезке  $[a;b]$ ? (Вывести)
153. Чему равно среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , равномерно распределенной на отрезке  $[a;b]$ ? (Вывести)
154. Случайная величина  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[a;b]$ . Как найти вероятность попадания ее значений в интервал  $(c;d)$ , принадлежащий данному отрезку?
155. Какое распределение двумерной случайной величины  $(X,Y)$  называется равномерным в данной области?
156. Какое распределение вероятностей случайной величины называют нормальным?
157. Каков вероятностный смысл параметра  $a$ , входящего в выражение плотности нормального распределения? (Вывести)
158. Каков вероятностный смысл параметра  $\sigma$ , входящего в выражение плотности нормального распределения? (Вывести)
159. Как называется график плотности нормального распределения?
160. Как вычислить вероятность попадания значений нормальной случайной величины  $X$  в заданный интервал? (Вывести)
161. Как вычислить вероятность отклонения нормальной случайной величины от ее математического ожидания? (Вывести)
162. Сформулируйте правило трех сигм. (Вывести)
163. Какое распределение дискретной случайной величины называется геометрическим?
164. Чему равно математическое ожидание случайной величины  $X$ , имеющей геометрическое распределение?
165. Чему равна дисперсия случайной величины  $X$ , имеющей геометрическое распределение?
166. Чему равно среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , имеющей геометрическое распределение?
167. Как определяется показательное распределение случайной величины?
168. Какой вид имеет функция распределения для показательного закона? (Вывести)
169. Каково соотношение между математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением случайной величины, имеющей показательное распределение? (Вывести)
170. Как найти вероятность попадания значений в заданный интервал  $(a; b)$  случайной величины  $X$ , имеющей показательное распределение?
171. Сформулируйте локальную теорему Лапласа (с пояснениями входящих в формулы символов)
172. Сформулируйте интегральную теорему Лапласа (с пояснениями входящих в формулы символов)
173. В каких случаях можно пользоваться приближенными формулами Лапласа?
174. По какой формуле вычисляется вероятность отклонения частоты события от его вероятности в независимых испытаниях?
175. Как определяется функция Лапласа? Каким свойством она обладает?

## Примеры экзаменационных билетов

### БИЛЕТ № 1.

1. Выведите формулу полной вероятности.
2. Дворцовый чеканщик кладет в каждый сундук вместимостью 100 монет одну фальшивую. Король подозревает чеканщика и подвергает проверке монеты, взятые наудачу по одной в каждом из 100 ящиков. Какова вероятность того, что чеканщик не будет разоблачен? Чему будет равна вероятность, если 100 заменить на  $n$  ( $n \rightarrow \infty$ )? Чему будет равна вероятность, при больших  $n$ , если бы в каждом ящике было 2 фальшивые монеты?
3. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из нее извлекают 3 шара. Случайная величина  $X$  – число белых шаров среди извлеченных. Найдите ряд распределения  $X$ .

### БИЛЕТ № 2.

1. Выведите формулы Байеса.
2. Дуэли в городе  $\mathcal{N}$  редко заканчиваются печальным исходом. Дело в том, что каждый дуэлянт прибывает на место встречи в случайный момент времени между 5 и 6 часами утра и, прождав соперника 5 минут, удаляется. В случае же прибытия последнего в эти 5 минут дуэль состоится. Какая часть дуэлей действительно заканчивается поединком? (*Указание. Воспользуйтесь геометрическим определением вероятности*).
3. Случайная величина  $X$  подчинена нормальному закону, причем  $M[X]=40$ ,  $D[X]=2000$ . Найдите  $P(30 < X < 80)$ .

### БИЛЕТ № 3.

1. Случайные величины. (Что называют случайной величиной? Какую величину называют дискретной случайной величиной? Какую величину называют непрерывной случайной величиной? Что называют законом распределения дискретной случайной величины? Как задают закон распределения дискретной случайной величины, принимающей конечное множество значений? Что называют многоугольником распределения?).
2. При бросании 100 монет какова вероятность выпадения ровно 50 гербов?
3. Дана функция распределения случайной величины  $X$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ Ax^3 + B, & -1 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Найдите  $A, B$ ;  $M[X]$ ;  $D[X]$ .

## 3 Методические материалы

Для обеспечения процесса обучения и решения задач обучения используются следующие материалы:

- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, в составе согласно п.12 рабочей программы:

### Основная литература

1. Письменный Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. М.: Айрис-Пресс, 2006. – 287с. (49 экз.)
2. Болотюк, В.А. Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей (типовые расчеты) [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк, А.Г. Гринь [и др.]. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2010. — 288 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=534](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=534) – Загл. с экрана.
3. Бородин, А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс]: учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2011. — 255 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)– Загл. с экрана.

### Дополнительная литература

Согласована на портале № 8027

1. Лугина Н.Э. Практикум по теории вероятностей: Учеб. пособ. – Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2006 – 153 с. (45 экз.)
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: Учебник для вузов. М.: Academia, 2005. – 571 с. (228 экз.)
3. Магазинников Л.И. Высшая математика IV. Теория вероятностей: учебное пособие для вузов / Л. И. Магазинников; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – 2-е изд., перераб. и доп. - Томск: ТУСУР, 2000. – 151 с. (175 экз.)
4. Виленкин Н. Я. Комбинаторика/ Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. М.: ФИМА, 2006; М.: МЦНМО, 2006. – 399 с. (10 экз.)
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2013. – 480 с. (7 экз.)
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст]: учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. и доп.– М.: Юрайт, 2013. – 405 с. (6 экз.)
7. Гусак А.А., Бричикова Е.А. Справочное пособие к решению задач. Теория вероятностей. Мн.: Тетрасистемс, 1999. – 288 с. (1 экз.)
8. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1, 2. М.: Мир, 1984. (6 экз.)

**Практические занятия проводятся по учебным пособиям:**

1. Лугина Н.Э. Практикум по теории вероятностей: Учеб. пособ. – Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2006 – 153 с. (45 экз.)
2. Болотюк, В.А. Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей ( типовые расчеты) [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк, А.Г. Гринь [и др.]. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2010. — 288 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=534](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=534) – Загл. с экрана.

**Задания на контрольные работы и индивидуальные задания приведены в каждом из следующих учебных пособий:**

1. Лугина Н.Э. Практикум по теории вероятностей: Учеб. пособ. – Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2006 – 153 с. (45 экз.)
2. Болотюк, В.А. Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей ( типовые расчеты) [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк, А.Г. Гринь [и др.]. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2010. — 288 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=534](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=534)– Загл. с экрана.