

5/4

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ТЕХНИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ И  
РАДИОЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОГО НАДЗОРА  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Документ подписан электронной подписью

Сертификат: 1с6сfa0a-52a6-4f49-ae0-5584d3fd4820  
Владелец: Троян Павел Ефимович  
Действителен: с 19.01.2016 по 16.09.2019

«18» 06 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Линейная алгебра**

Уровень основной образовательной программы – бакалавриат

Направление подготовки 38.03.01 «Экономика»

Профиль: «Финансы и кредит»

Форма обучения очная

Факультет ЭФ (экономический факультет)

Кафедра Экономики

Курс 1

Семестр 2

**Учебный план набора 2014 и 2015 года**

Распределение рабочего времени:

№	Виды учебной работы	Семестр 1	Семестр 2	Семестр 3	Семестр 4	Семестр 5	Семестр 6	Всего	Единицы
1.	Лекции		36					36	часов
2.	Лабораторные работы								часов
3.	Практические занятия		36					36	часов
4.	Курсовой проект/работа (КРС)								часов
5.	Всего аудиторных занятий		72					72	часов
6.	Из них в интерактивной форме		18					18	часов
7.	Самостоятельная работа студентов. (СРС)		72					72	часов
8.	Всего (без экзамена)		144					144	часов
9.	Самост. работа на сдачу экзамена		36					36	часов
10.	Общая трудоемкость		180					180	часов
	(в зачетных единицах)		5					5	ЗЕТ

Зачет не предусмотрен

Диф. зачет не предусмотрен

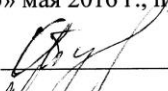
Экзамен 2 семестр


Томск 2016

Лист согласований

Рабочая программа составлена с учетом требований Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (специальности) 38.03.01 «Экономика», утвержденного приказом министерства образования и науки РФ 12.11. 2015 г., №1327


рассмотрена и утверждена на заседании кафедры «05» мая 2016 г., протокол № 283

Разработчик: ст. преподаватель кафедры математики  О.А. Пугачева

Зав. обеспечивающей кафедрой Математики  А.Л. Магазинникова


Рабочая программа согласована с факультетом, профилирующей и выпускающей кафедрами направления подготовки (специальности).


ДеканЭФ  А.В. Богомолова

Зав. профилирующей кафедрой экономики  А.Г. Буймов

Зав. выпускающей кафедрой экономики  А.Г. Буймов

Эксперты:

Профессор кафедры математики  А.А. Ельцов

доцент кафедры экономики  Н.Б. Васильковская

**1.Цели и задачи дисциплины:** целью курса является цель курса «Линейная алгебра» заключается в приобретении студентами знаний по одному из важных разделов математики. Изучение этого курса дает возможность студентам понять основные подходы к формированию линейных математических моделей, применяемых в экономических задачах (составление балансовых моделей, задачи планирования производства и потребления, рентабельности производства и т.д.) и других разделах математики; приобрести умения применять на практике основные положения линейной алгебры, знать ее основные алгоритмы и уметь решать типовые задачи по всем темам данного курса. При изучении этого курса необходимо повышать уровень фундаментальной математической подготовки студентов при одновременном усилении прикладной экономической направленности

**2.Место дисциплины в структуре ООП:** «Линейная алгебра» относится к базовой части дисциплин (Б1.Б.7).Для усвоения курса линейной алгебры студенты должны хорошо знать следующие разделы элементарной математики: арифметические операции над действительными числами, преобразование алгебраических выражений, решение линейных и квадратных уравнений и неравенств, свойства и графики линейной и квадратичной функций. Они должны уметь применять эти знания при изучении алгебры. «Линейная алгебра» призвана дать студентам математический аппарат, который будет использоваться в дальнейшем при изучении дисциплин базового, а также при изучении дисциплин профессионального цикла, в учебно-исследовательской и научно-исследовательской работе.

### **3. Требования к результатам освоения дисциплины:**

процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

*ОПК-2*-«способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач»

*ОПК-3*-«способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы»

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основы линейной алгебры и аналитической геометрии, соответствующий математический аппарат; методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации и способностью выбора инструментальных средств, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии.

**Уметь:** применять методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации и выбирать инструментальные средства, принятой в линейной алгебре и аналитической геометрии, для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач. Пользоваться при необходимости математической литературой.

**Владеть:** методами, способами и средствами получения, хранения, переработки математической информации и способностью выбирать инструментальные средства, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; основными методами решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии и соответствующим математическим аппаратом.

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	72		72		
В том числе:					
Лекции	36		36		
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические занятия (ПЗ)	30		30		
Семинары (С)					
Коллоквиумы (К)	2		2		
Курсовой проект/(работа) (аудиторная нагрузка)					
<i>Другие виды аудиторной работы</i>					
Контрольные работы	4		4		
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	72		72		
В том числе:					
Курсовой проект (работа) (самостоятельная работа)					
Расчетно-графические работы	10		10		
Реферат					
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>					
Изучение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям	20		20		
Подготовка к семинарам, коллоквиумам	10		10		
Решение задач. Подготовка к контрольным работам	20		20		
Выполнение индивидуальных домашних заданий	12		12		
Вид промежуточной аттестации – экзамен	36		36		
Общая трудоемкость (час.)	180		180		
Зачетные Единицы Трудоемкости	5		5		

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Лабора- занятия	Практич. занятия.	Курсовой П/Р (КРС)	Самост. рабо- та студента	Всего час. (без экзама)	Формируемые компетенции
1.	Элементы линейной алгебры: матрицы, определители.	6		8		12	26	ОПК-2, ОПК-3
2.	Элементы линейной алгебры: линейные векторные пространства.	4		4		10	18	ОПК-2, ОПК-3
3.	Элементы линейной алгебры: системы линейных уравнений.	8		10		18	36	ОПК-2, ОПК-3
4.	Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.	6		6		10	22	ОПК-2, ОПК-3
5.	Элементы линейной алгебры: линейные операторы и квадратичные формы.	6		4		12	22	ОПК-2, ОПК-3
6.	Комплексные числа и многочлены.	6		4		10	20	ОПК-2, ОПК-3

## 5.2. Содержание разделов дисциплины (по лекциям)

№ п/п	Наименование разделов	Содержание разделов	Трудоёмкость (час.)	Формируемые компетенции
<b>Семестр 2</b>				
1.	Матрицы и определители	Матрицы и действия над ними. Определитель порядка $n$ . Минор и алгебраическое дополнение. Вычисление определителей. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.	6	ОПК-2, ОПК-3
2.	Линейные векторные пространства	Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Линейные пространства. Арифметические векторные пространства. Базис и координаты. Формулы перехода от одного базиса к другому.	4	ОПК-2, ОПК-3
3.	Системы линейных уравнений	Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Системы линейных алгебраических уравнений. Классификация систем. Теорема Кронекера-Капелли. Решение определенных систем. Матричный способ решения систем линейных уравнений. Метод Крамера и метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение неопределенных систем. Однородные системы линейных уравнений.	8	ОПК-2, ОПК-3
4.	Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Уравнения кривой на плоскости. Полярная система координат. Прямая линия на плоскости. Кривые второго порядка. Уравнение поверхности в пространстве. Плоскость. Прямая в пространстве. Поверхности второго порядка: канонические уравнения.	4	ОПК-2, ОПК-3
5.	Линейные операторы, квадратичные формы	Функции в линейных пространствах. Понятие Частных производных. Линейный оператор и его матрица. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к главным осям.	8	ОПК-2, ОПК-3
6.	Комплексные числа. Многочлены	Действия с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах. Возведение комплексного числа в степень и извлечение корня из комплексного числа. Действия с многочленами. Теорема Безу и ее следствия. Основная теорема алгебры. Целые корни многочленов.	6	ОПК-2, ОПК-3

### 5.3. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины из табл.5.1, для которых необходимо изучение обеспечивающих (предыдущих) и обеспечиваемых (последующих) дисциплин					
		1	2	3	4	5	6
1.	Математический анализ	+			+	+	+
2.	Теория вероятностей и математическая статистика			+		+	
3.	Информатика	+					
4.	Базы данных	+		+			
5.	Микроэкономика	+		+			
6.	Макроэкономика	+		+			
7.	Бухгалтерский учет и анализ	+		+			
8.	Методы оптимальных решений	+		+			
9.	Информационные технологии в экономике	+		+			
10.	Финансы	+		+			
11.	Институциональная экономика	+		+	+		
12.	Экономика предприятия	+		+		+	
13.	Управление данными	+		+			
14.	Финансовые вычисления			+		+	
15.	Математические модели в экономике	+		+	+		
16.	Эконометрика	+		+		+	
17.	Статистика	+		+			
18.	Бюджетная система РФ	+					
19.	Учебно-исследовательская работа	+	+	+	+	+	+
20.	Научно-исследовательская работа	+	+	+	+	+	+

### 5.4. Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Перечень компетенций	Виды занятий					Формы контроля
	Л	Лаб	Пр.	КР/КП	СРС	
ОПК-2, ОПК-3	+		+		+	Опрос на лекции. Ответ на практическом занятии. Проверка конспекта. Коллоквиум. Контрольная работа.
ОПК-2, ОПК-3	+		+		+	Опрос на лекции. Ответ на практическом занятии. Проверка конспекта. Коллоквиум. Контрольная работа.
ОПК-2, ОПК-3	+		+		+	Опрос на лекции. Ответ на практическом занятии. Проверка конспекта. Коллоквиум. Контрольная работа.

Л – лекция, Пр – практические и семинарские занятия, Лаб – лабораторные работы, КР/КП– курсовая работа/проект, СРС – самостоятельная работа студента

## 6. Методы и формы организации обучения

### Технологии интерактивного обучения при разных формах занятий в часах

Методы	Формы	Лекции (час)	Практические/семинарские занятия (час)	Тренинг Мастер-класс (час)	Всего
Презентации с использованием раздаточных материалов, слайдов, мультимедийные презентации		12			12
Работа в команде			2		2
«Мозговой штурм» (атака)					
Работа в группах			2		2
Выступление в роли обучающего,					
Задания на самостоятельную работу					
Тесты			2		2
Итого интерактивных занятий		12	6		18

## 7. Лабораторный практикум не предусмотрено

## 8. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)	Компетенции
<b>Семестр 2</b>				
1.	1	Матрицы и действия над ними. Определитель порядка $n$ . Вычисление определителей. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.	8	ОПК-2, ОПК-3
2.	2	Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Линейные пространства. Базис и координаты. Формулы перехода от одного базиса к другому.	4	ОПК-2, ОПК-3
3.	3	Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Системы линейных алгебраических уравнений. Классификация систем. Теорема Кронекера-Капелли. Решение определенных систем. Матричный способ решения систем линейных уравнений. Метод Крамера и метод Гаусса-решения систем линейных уравнений. Решение неопределенных систем. Решение однородных систем линейных уравнений.	10	ОПК-2, ОПК-3
4.	4	Алгебра геометрических векторов. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов. Прямая линия на плоскости. Кривые второго порядка. Плоскость. Прямая в пространстве. Полярная система координат.	6	ОПК-2, ОПК-3
5.	5	Функции многих переменных. Частные производные. Линейный оператор и его матрица. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.	4	ОПК-2, ОПК-3
6.	6	Действия с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах. Возведение комплексного числа в степень и извлечение корня из комплексного числа.	4	ОПК-2, ОПК-3

## 9. Самостоятельная работа

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Тематика самостоятельной работы (детализация)	Трудо-емкость (час.)	Компе-тенции	Контроль выполнения работы (Опрос, тест, дом. задание, и т.д)
<b>Семестр 2</b>					
1.	1	Изучение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям. Темы: Матрицы и действия над ними. Определитель порядка $n$ . Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Решение задач по всем темам, подготовка к контрольной работе.	12	ОПК-2, ОПК-3	Опрос на практических занятиях. Контрольная работа.
2.	2	Самостоятельное изучение тем: Линейные пространства. Арифметические векторные и евклидовы пространства. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к главным осям. Изучение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям. Темы: Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и координаты. Формулы перехода от одного базиса к другому. Решение задач по всем темам.	10	ОПК-2, ОПК-3	Опрос на практических занятиях. Контрольная работа.
3.	3	Изучение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям. Темы: Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Системы линейных алгебраических уравнений. Классификация систем. Теорема Кронекера-Капелли. Матричный способ решения систем линейных уравнений. Метод Крамера и метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение однородных систем линейных уравнений. Решение задач по всем темам, подготовка к контрольной работе.	18	ОПК-2, ОПК-3	Опрос на практических занятиях. Контрольная работа. Индивидуальное задание. Коллоквиум.
4.	4	Самостоятельное изучение тем: Алгебра геометрических векторов. Кривые второго порядка. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка. Изучение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям. Темы: Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов. Прямая линия на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве. Решение задач по всем темам, подготовка к контрольной работе.	10	ОПК-2, ОПК-3	Опрос на практических занятиях. Контрольная работа.
5.	5	Изучение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям. Темы: Линейный оператор и его матрица. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Решение задач, подготовка к контрольной работе.	12	ОПК-2, ОПК-3	Опрос на практических занятиях. Контрольная работа.



№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Тематика самостоятельной работы (детализация)	Трудо-емкость (час.)	Компе-тенции	Контроль выполнения работы (Опрос, тест, дом. задание, и т.д)
6.	6	Изучение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям. Темы: Действия с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах. Возведение комплексного числа в степень и извлечение корня из комплексного числа. Теорема Безу и ее следствия. Решение задач, подготовка к контрольной работе.	10	ОПК-2, ОПК-3	Опрос на практических занятиях. Контрольная работа.
7.		Подготовка и сдача экзамена	36	ОПК-2, ОПК-3	Оценка на экзамене

**10. Примерная тематика курсовых проектов (работ) не предусмотрено**

**11. Рейтинговая система для оценки успеваемости студентов**

**Таблица 11.1** Балльные оценки для элементов контроля.

Элементы учебной деятельности	Максимальный балл на 1-ю КТ с начала семестра	Максимальный балл за период между 1-й КТ и 2-й КТ	Максимальный балл между второй КТ и на конец семестра	Всего за семестр
Премиальные баллы	5	5		10
Контрольные работы на практических занятиях	30	10	20	60
Тестирование, опрос	10	5	5	20
Индивидуальные задания			10	10
Итого максимум за период:	45	20	35	100

**Таблица 11.2** Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Баллы на дату контрольной точки	Оценка
≥ 90 % от максимальной суммы баллов на дату КТ	5
От 70% до 89% от максимальной суммы баллов на дату КТ	4
От 60% до 69% от максимальной суммы баллов на дату КТ	3
< 60 % от максимальной суммы баллов на дату КТ	2

**Таблица 11.3 – Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку**

Оценка (ГОС)	Итоговая сумма баллов, учитывает успешно сданный экзамен	Оценка (ECTS)
5 (отлично) (зачтено)	<b>90 – 100</b>	A (отлично)
4 (хорошо) (зачтено)	<b>70 – 89</b>	B (очень хорошо)
		C (хорошо)
3 (удовлетворительно) (зачтено)	<b>60 – 69</b>	D (удовлетворительно)
		E (посредственно)
2 (неудовлетворительно), (не зачтено)	<b>0 – 59</b>	F (неудовлетворительно)

## 12. Учебно-методические материалы по дисциплине.

### 12.1. Основная литература.

1. Л.И. Магазинников Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007. – 162 с., Экземпляры всего: 97.
2. И. Э. Гриншпон И. Э. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия (для экономических специальностей). Учебное пособие / И. Э. Гриншпон, Л. А. Гутова, Л.И. Магазинников, А. Л. Магазинникова, Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007, – 247с., Экземпляры всего:103.
3. Л.И. Магазинников Математика для гуманитарных, экологических и экономико-юридических специальностей: учебное пособие / Ю. П. Шевелев ; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск : ТУСУР, 2007 - Ч. 1. - 259 с., Экземпляры всего:100.

### 12.2. Дополнительная литература.

- 1.Н.Н. Горбанев Высшая математика 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия : Учебное пособие для вузов / Н.Н. Горбанев, А.А. Ельцов, Л.И. Магазинников; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - 2-е изд., перераб. и доп. – Томск: ТУСУР, 2001. – 164с Экземпляры всего: 376.
- 2.Л.В Наливайко Математика для экономистов. Сборник заданий./ Ивашина Н.В. 2-е изд., Шмидт Ю.Д.перераб .2011,432с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=662](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=662)
- 3.И.А.Мальцев. Линейная алгебра. 2-е исп.и доп., . 2010,384с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=610](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=610)
4. А. П. Ерохина Высшая математика : учебное пособие / Л. Н. Байбакова ; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск : ТМЦДО, 2004 - .  
Ч. 1 : Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление : . - Томск : ТМЦДО, 2004. – 257Экземпляры всего: 31.

### 12.3. Учебно-методические пособия и требуемое программное обеспечение.

#### Практические занятия проводятся по учебным пособиям:

1. Л.И. Магазинников Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007. – 162 с., Экземпляры всего: 97.
2. И. Э. Гриншпон И. Э. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия (для экономических специальностей). Учебное пособие / И. Э. Гриншпон, Л. А. Гутова, Л.И. Магазинников, А. Л. Магазинникова, Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007, – 247с., Экземпляры всего:103.
3. Л.И. Магазинников Математика для гуманитарных, экологических и экономико-юридических специальностей: учебное пособие / Ю. П. Шевелев ; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск : ТУСУР, 2007 - Ч. 1. - 259 с., Экземпляры всего:100. всего: 31.

**Задания на контрольные работы и индивидуальные задания приведены в каждом из следующих учебных пособий:**

1. Л.И. Магазинников Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007. – 162 с., Экземпляры всего: 97.
2. И. Э. Гриншпон И. Э. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия (для экономических специальностей). Учебное пособие / И. Э. Гриншпон, Л. А. Гутова, Л.И. Магазинников, А. Л. Магазинникова, Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007, – 247с., Экземпляры всего:103.
3. Л.И. Магазинников Математика для гуманитарных, экологических и экономико-юридических специальностей: учебное пособие / Ю. П. Шевелев ; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск : ТУСУР, 2007 - Ч. 1. - 259 с., Экземпляры всего:100.

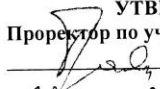


Ж

Приложение к рабочей программе

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
  
П. Е. Троян  
«28» 06 2016 г.

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Линейная алгебра

Уровень основной образовательной программы бакалавриат

Направление подготовки 38.03.01 ЭКОНОМИКА

Форма обучения очная

Факультет Экономический факультет (ЭФ)

Кафедра Экономики

Курс 1

Семестр 2

Учебный план набора 2014 и 2015 года

Зачет не предусмотрен

Диф. зачет не предусмотрен

Экзамен 2 семестр

Томск 2016

# 1 Введение

Фонд оценочных средств (ФОС) является приложением к рабочей программе дисциплины (практики) и представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.) и методов их использования, предназначенных для измерения уровня достижения студентом установленных результатов обучения.

ФОС по дисциплине (практике) используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

Перечень закрепленных за дисциплиной (практикой) компетенций приведен в таблице 1.

**Таблица 1 – Перечень закрепленных за дисциплиной компетенций**

Код	Формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	<b>Должен знать</b> основы линейной алгебры и аналитической геометрии, соответствующий математический аппарат; методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации и способность выбора инструментальных средств, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии. <b>Должен уметь</b> применять методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации и выбирать инструментальные средства, принятой в линейной алгебре и аналитической геометрии, для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач. Пользоваться при необходимости математической литературой. <b>Должен владеть</b> методами, способами и средствами получения, хранения, переработки математической информации и способностью выбирать инструментальные средства, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; основными методами решения задач линейной алгебры и ана-
ОПК-3	способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	

		литической геометрии и соответствующим математическим аппаратом.
--	--	--

## 2 Реализация компетенций

### 1 Компетенция ОПК-2

**ОПК-2:** способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

Для формирования компетенции необходимо осуществить ряд этапов. Этапы формирования компетенции, применяемые для этого вида занятий и используемые средства оценивания представлены в таблице 2.

**Таблица 2– Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания**

1. Состав	Знать	Уметь	Владеть
<b>Содержание этапов</b>	основы линейной алгебры и аналитической геометрии, соответствующий математический аппарат; методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации и способностью выбора инструментальных средств, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии.	применять методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации и выбирать инструментальные средства, принятой в линейной алгебре и аналитической геометрии, для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач. Пользоваться при необходимости математической литературой.	методами, способами и средствами получения, хранения, переработки математической информации и способностью выбирать инструментальные средства, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; основными методами решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии и соответствующим математическим аппаратом.
<b>Виды занятий</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Лекции;</li> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Семинары;</li> <li>• Групповые</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Групповые консультации;</li> <li>• Выполнение</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Групповые консультации;</li> <li>• Выполнение</li> </ul>

	консультации; • Самостоятельная работа студентов;	домашнего задания; • Самостоятельная работа студентов;	индивидуального задания; • Самостоятельная работа студентов;
<b>Используемые средства оценивания</b>	• Тест; • Сообщение на семинаре; • Ответы на коллоквиуме; • Контрольная работа; • Экзамен	• Контрольная работа; • Оформление домашнего задания; • Конспект материала, вынесенного на самостоятельную работу; • Экзамен	• Контрольная работа; • Оформление и защита индивидуального задания; • Экзамен

Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции на всех этапах приведены в таблице 3.

**Таблица 3 – Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции по этапам**

<b>Показатели и критерии</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	Обладает системными и глубокими знаниями в пределах изучаемой дисциплины с пониманием границ применимости	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для развития творческих решений, абстрагирования проблем	Контролирует выполняемую работу, проводит оценку выполненной работы, модифицирует этапы работы
<b>Хорошо (базовый уровень)</b>	Обладает знаниями основных понятий на уровне определений и взаимосвязей между ними в пределах изучаемой дисциплины	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для решения типовых задач с элементами исследования	Оперирует основными методами решения задач и исследований
<b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b>	Обладает знаниями основных понятий на уровне названий и обозначений, алгоритмов решения типовых задач	Обладает основными умениями, требуемыми для выполнения простых типовых задач	Работает при прямом наблюдении и контроле

Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице 4.

**Таблица 4 – Показатели и критерии оценивания компетенции на этапах**

<b>Показатели и критерии</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• раскрывает сущность математических понятий, проводит их характеристику;</li> <li>• анализирует связи между различными математическими понятиями;</li> <li>• обосновывает выбор математического метода, план, этапы решения задачи;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• свободно применяет методы решения задач в незнакомых ситуациях;</li> <li>• умеет математически показать и аргументировано доказать положения изучаемой дисциплины;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• свободно оперирует методами изучаемой дисциплины;</li> <li>• организует коллективное выполнение работы, затрагивающей изучаемую дисциплину;</li> <li>• свободно владеет разными способами представления и формализации математической информации.</li> </ul>
<b>Хорошо (базовый уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• дает определения основных понятий и приводит примеры их применения;</li> <li>• понимает связи между различными понятиями;</li> <li>• аргументирует выбор метода формализации и решения задачи;</li> <li>• составляет план формализации и решения задачи.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• способен различить стандартные и новые ситуации при формализации и решении задач;</li> <li>• умеет корректно выражать и аргументировано обосновывать положения изучаемой дисциплины.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• критически осмысливает полученные знания;</li> <li>• способен работать в коллективе, задачи которого затрагивают изучаемую дисциплину;</li> </ul>
<b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• воспроизводит основные факты, идеи;</li> <li>• распознает основные математические объекты;</li> <li>• знает алгоритмы формализации и</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умеет применять алгоритмы формализации и решения типовых задач на практике;</li> <li>• умеет работать со справочной литературой;</li> <li>• умеет оформлять</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• поддерживает разговор на темы изучаемой дисциплины;</li> <li>• владеет основной терминологией и основными методами формализации</li> </ul>



	решения типовых задач.	результаты своей работы.	объектов изучаемой дисциплины.
--	------------------------	--------------------------	--------------------------------

## 2 Компетенция ОПК-3

**ОПК-3:** способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Для формирования компетенции необходимо осуществить ряд этапов. Этапы формирования компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания представлены в таблице 5.

**Таблица 5– Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания**

2. Состав	Знать	Уметь	Владеть
<b>Содержание этапов</b>	основы линейной алгебры и аналитической геометрии, соответствующий математический аппарат; методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации и способностью выбора инструментальных средств, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии.	применять методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации и выбирать инструментальные средства, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии, для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач. Пользоваться при необходимости математической литературой.	методами, способами и средствами получения, хранения, переработки математической информации и способностью выбирать инструментальные средства, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; основными методами решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии и соответствующим математическим аппаратом.
<b>Виды занятий</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Лекции;</li> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Семинары;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Групповые консультации;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Групповые консультации;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Групповые консультации;</li> <li>• Самостоятельная работа студентов;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Выполнение домашнего задания;</li> <li>• Самостоятельная работа студентов;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Выполнение индивидуального задания;</li> <li>• Самостоятельная работа студентов;</li> </ul>
<b>Используемые средства оценивания</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тест;</li> <li>• Сообщение на семинаре;</li> <li>• Ответы на коллоквиуме;</li> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Экзамен</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Оформление домашнего задания;</li> <li>• Конспект материала, вынесенного на самостоятельную работу;</li> <li>• Экзамен</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Оформление и защита индивидуального задания;</li> <li>• Экзамен</li> </ul>

Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции на всех этапах приведены в таблице 6.

**Таблица 6 – Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции по этапам**

<b>Показатели и критерии</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	Обладает системными и глубокими знаниями в пределах изучаемой дисциплины с пониманием границ применимости	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для развития творческих решений, абстрагирования проблем	Контролирует выполняемую работу, проводит оценку выполненной работы, модифицирует этапы работы
<b>Хорошо (базовый уровень)</b>	Обладает знаниями основных понятий на уровне определений и взаимосвязей между ними в пределах изучаемой дисциплины	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для решения типовых задач с элементами исследования	Оперировать основными методами решения задач и исследований
<b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b>	Обладает знаниями основных понятий на уровне названий и обозначений, алгоритмов решения типовых задач	Обладает основными умениями, требуемыми для выполнения простых типовых задач	Работает при прямом наблюдении и контроле

Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице 7.

**Таблица 7 – Показатели и критерии оценивания компетенции на этапах**

<b>Показатели и критерии</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• раскрывает сущность математических понятий, проводит их характеристику;</li> <li>• анализирует связи между различными математическими понятиями;</li> <li>• обосновывает выбор математического метода, план, этапы решения задачи;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• свободно применяет методы решения задач в незнакомых ситуациях;</li> <li>• умеет математически показать и аргументировано доказать положения изучаемой дисциплины;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• свободно оперирует методами изучаемой дисциплины;</li> <li>• организует коллективное выполнение работы, затрагивающей изучаемую дисциплину;</li> <li>• свободно владеет разными способами представления и формализации математической информации.</li> </ul>
<b>Хорошо (базовый уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• дает определения основных понятий и приводит примеры их применения;</li> <li>• понимает связи между различными понятиями;</li> <li>• аргументирует выбор метода формализации и решения задачи;</li> <li>• составляет план формализации и решения задачи.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• способен различить стандартные и новые ситуации при формализации и решении задач;</li> <li>• умеет корректно выражать и аргументировано обосновывать положения изучаемой дисциплины.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• критически осмысливает полученные знания;</li> <li>• способен работать в коллективе, задачи которого затрагивают изучаемую дисциплину;</li> </ul>
<b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• воспроизводит основные факты, идеи;</li> <li>• распознает основные математические объекты;</li> <li>• знает алгоритмы формализации и</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умеет применять алгоритмы формализации и решения типовых задач на практике;</li> <li>• умеет работать со справочной литературой;</li> <li>• умеет оформлять</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• поддерживает разговор на темы изучаемой дисциплины;</li> <li>• владеет основной терминологией и основными методами формализации</li> </ul>

	решения типовых задач.	результаты своей работы.	объектов изучаемой дисциплины.
--	------------------------	--------------------------	--------------------------------

### 3 Типовые контрольные задания

Для реализации вышеперечисленных задач обучения используются следующие материалы:

- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, в составе:

**Тест:** итоговый тест по элементарным знаниям и практическим навыкам

#### Демо-вариант

- Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M(1, -3)$ 
  - параллельно прямой  $3x + 4y - 3 = 0$ ;
  - перпендикулярно прямой  $2x + 3y - 3 = 0$ .

---

- Найти координаты единичного вектора, коллинеарного вектору  $\vec{b} = (6, -8, 4)$  и направленного в противоположную сторону.
- Определить, при каком значении  $\alpha$  векторы  $\vec{a} = \alpha\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \alpha\vec{k}$  взаимно перпендикулярны.
- Вычислить длину вектора  $2(\vec{a}, \vec{b})\vec{c}$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ ,  $\vec{b} = -5\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$ .

---

- Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  и  $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Найти  $C \cdot (A + B)$ .
- Выяснить, какая из матриц:  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  или  $C = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$  является обратной матрице  $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$ ?
- Матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $C$  связаны соотношением  $A \cdot B \cdot C = E$ . Выразить матрицу  $B$  через  $A$  и  $C$ .
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -2 & 4 \\ 7 & 8 & -9 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ . Найти  $a_1^2 + a_3^1 + a_4^2$

---

12. Найдите собственные векторы и собственные числа линейного оператора действующего по закону  $Ax = (x_1 + 3x_2, x_1 - x_2)$ . Сделайте проверку.

13. Найти матрицу линейного оператора  $Ax = (2x_1 + 3x_2 - x_3, x_1 - x_2 + 4x_3, x_2 - 4x_3)$  в каноническом базисе.

14. Найти результат действия линейного оператора  $Ax = (2x_1 + 3x_2 - x_3, x_1 - x_2 + 4x_3, x_2 - 4x_3)$  на вектор  $c = (1, 3, 4)$ .

---

15. Вычислить  $\begin{vmatrix} 25 & 13 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ .

16. Если  $\begin{vmatrix} 2 & a \\ b & 7 \end{vmatrix} = \frac{5}{2}$ , то  $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 7 & 3 & a \\ b & 2 & 2 \end{vmatrix}$  равен?

---

17. В системе уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 2, \\ 2x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = 1, \\ x_3 + 5x_4 - x_5 = 5 \end{cases}$$

зависимыми переменными можно считать? Почему?

18. Имеет ли система

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ 2x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_3 + 5x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

нетривиальные решения? Если да, то укажите хотя бы одно.

19. Можно ли систему

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 = 6 \end{cases}$$

решать методом Крамера? Если да, то найти этим методом  $x_2$

20. Сколько решений имеет система

$$\begin{cases} x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_3 = 5, \\ 2x_2 + 6x_3 = 8 \end{cases} ?$$

Почему?

## Контрольные работы по темам:

1. Контрольная работа №1 Действия с матрицами. Ранг матрицы. Решение матричных уравнений
2. Контрольная работа №2 Системы линейных алгебраических уравнений.
3. Контрольная работа №3. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.
4. Контрольная работа №4 Линейный оператор. Собственные числа и собственные вектора линейного оператора.

### Демо-варианты контрольных работ

Контрольная работа по теме «Действия с матрицами. Ранг матрицы. Решение матричных уравнений»

1. Найти матрицу  $D = 2A - (BC)^T$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 5 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Вычислить определитель  $D = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ .

3. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 14 & -5 \\ -3 & 24 & -1 \\ -1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$ .

4. Найти значения  $\lambda$ , если они существуют, при которых матрица  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & 3 \\ -3 & 5 & \lambda & -1 \\ 4 & -9 & -6 & -1 \\ 5 & \lambda & 17 & 11 \end{pmatrix}$

имеет наименьший ранг. Указать, чему равен ранг при найденных значениях  $\lambda$ .

Контрольная работа по теме «Системы линейных алгебраических уравнений»

1. Доказать, что система

$$\begin{cases} 2x_1 & & + & 5x_3 & - & x_4 & = & -5, \\ 3x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 8, \\ 2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 3, \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & = & 7. \end{cases}$$

имеет единственное решение. Неизвестное  $x_1$  найти по формулам Крамера.

2. Исследуйте и решите систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 3, \\ 5x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 7, \\ 11x_1 + 4x_2 - 9x_3 + 4x_4 - 4x_5 = 16. \end{cases}$$

3. Исследуйте и решите систему

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 6x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 14x_4 + x_5 = 0, \\ 10x_1 + 3x_2 + 15x_3 - 7x_4 = 0. \end{cases}$$

*Контрольная работа по теме «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»*

1. Вычислить  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ , если  $|\mathbf{a}|=5$ ,  $|\mathbf{b}|=2$ ,  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})=120^\circ$ .
2. Вычислить объём пирамиды, заданной координатами своих вершин  $A(-2; -3; 6)$ ,  $B(4; 0; 3)$ ,  $C(7; -7; 4)$ ,  $D(-2; 0; 3)$ .
3. Дана прямая  $2x+3y+4=0$  и точка  $M_0(4; 1)$ .  
Напишите уравнения прямой, проходящей через точку  $M_0$   
а) перпендикулярно данной прямой б) параллельно данной прямой.
4. Найдите точку пересечения прямой  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$  и плоскости  $2x+3y+z-1=0$ .

*Контрольная работа по теме «Линейный оператор. Собственные числа и собственные вектора линейного оператора»*

1. Линейный оператор  $A$  действует в  $R_3 \rightarrow R_3$  по закону  $Ax = (x_1 + 6x_2 + 8x_3, x_2, -2x_1 + 6x_2 + 11x_3)$ . Найти матрицу  $A$  этого оператора в каноническом базисе. Доказать, что вектор  $\mathbf{x} = (4; 0; 1)$  является собственным для матрицы  $A$ . Найти собственное число  $\lambda_0$ , соответствующее вектору  $\mathbf{x}$ . Найти остальные собственные числа матрицы  $A$ . Найти все собственные векторы матрицы  $A$  и сделать проверку.

**Темы лабораторных работ:** не предусмотрены.

**Темы для самостоятельной работы:**

1. Линейные пространства. Арифметические векторные и евклидовы пространства.
2. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к главным осям.
3. Алгебра геометрических векторов.
4. Кривые второго порядка.
5. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
6. Поверхности второго порядка.

**Тема индивидуальное задания:** Линейная алгебра.

*Индивидуальное задание по теме «Линейная алгебра»*

1. Найти матрицу  $D = 2A - (BC)^T$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 5 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Вычислить определитель  $D = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ .

3. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 14 & -5 \\ -3 & 24 & -1 \\ -1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$ .

4. Найти значения  $\lambda$ , если они существуют, при которых матрица  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & 3 \\ -3 & 5 & \lambda & -1 \\ 4 & -9 & -6 & -1 \\ 5 & \lambda & 17 & 11 \end{pmatrix}$

имеет наименьший ранг. Указать, чему равен ранг при найденных значениях  $\lambda$ .

5. Относительно канонического базиса в  $R_3$  даны четыре вектора  $\mathbf{f}_1 = (1; -1; 2)$ ,  $\mathbf{f}_2 = (3; 0; -1)$ ,  $\mathbf{f}_3 = (0; 2; 1)$ ,  $\mathbf{x} = (9; -5; 3)$ . Доказать, что векторы  $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3$  можно принять за новый базис в  $R_3$ . Найти координаты вектора  $\mathbf{x}$  в базисе  $\mathbf{f}_i$ .

6. Доказать, что система

$$\begin{cases} 2x_1 & & + 5x_3 & - x_4 = -5, \\ 3x_1 & + 4x_2 & + x_3 & + x_4 = 8, \\ 2x_1 & + x_2 & + 2x_3 & + x_4 = 3, \\ x_1 & + x_2 & + x_3 & + 2x_4 = 7. \end{cases}$$

имеет единственное решение. Неизвестное  $x_1$  найти по формулам Крамера. Решить систему методом Гаусса.

7. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 3, \\ 5x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 7, \\ 11x_1 + 4x_2 - 9x_3 + 4x_4 - 4x_5 = 16. \end{cases}$$

Доказать, что система совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если  $x_3 = -1$ ,  $x_4 = x_5 = 1$ .

8. Вычислить  $(2\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - 2\mathbf{b})$ , если  $|\mathbf{a}| = 5$ ,  $|\mathbf{b}| = 2$ ,  $(\mathbf{a}; \mathbf{b}) = 120^\circ$ .

9. Вычислить объём пирамиды, заданной координатами своих вершин  $A(-2; -3; 6)$ ,  $B(4; 0; 3)$ ,  $C(7; -7; 4)$ ,  $D(-2; 0; 3)$ .

10. Линейный оператор  $A$  действует в  $R_3 \rightarrow R_3$  по закону  $Ax = (x_1 + 6x_2 + 8x_3, x_2, -2x_1 + 6x_2 + 11x_3)$ . Найти матрицу  $A$  этого оператора в каноническом базисе. Доказать, что вектор  $\mathbf{x} = (4; 0; 1)$  является собственным для матрицы  $A$ . Найти собственное число  $\lambda_0$ , соответствующее вектору  $\mathbf{x}$ . Найти остальные собственные числа матрицы  $A$ . Найти все собственные векторы матрицы  $A$  и сделать проверку.



**Темы курсового проекта:** не предусмотрены.

**Темы коллоквиума:**

1. Системы линейных алгебраических уравнений. Классификация систем.
2. Алгебра геометрических векторов. Скалярное, векторное, смешанное произведения.
3. Прямая на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве.
4. Кривые и поверхности второго порядка.

**Экзаменационные вопросы:**

1. Определение матрицы размера  $m \times n$ .
2. Определения квадратной, треугольной, диагональной и единичной матриц.
3. Определение равенства матриц.
4. Операции сложения матриц и умножения матрицы на число.
5. Операция умножения матриц.
6. Операция транспонирования матрицы.
7. Определение перестановки и инверсии в ней.
8. Вычисление определителя 2-го порядка.
9. Вычисление определителя 3-го порядка.
10. Дайте определение определителя порядка  $n$ .
11. Как изменится определитель при транспонировании матрицы?
12. Чему равен определитель, имеющий строку или столбец, целиком состоящий из нулей?
13. Как изменится определитель, если его строку или столбец умножить на число  $k$ ?
14. Как изменится определитель, если в нем переставить две строки или два столбца?
15. Как изменится определитель, если к какой-либо его строке прибавить другую строку, умноженную на некоторое число?
16. Чему равен определитель, имеющий две пропорциональные строки?
17. Как связаны между собой определители матриц  $A$  и  $\lambda A$ ?
18. Чему равен определитель произведения матриц  $A$  и  $B$ ?
19. Определение минора порядка  $k$ .
20. Определение минора  $M_{ij}$  элемента  $a_{ij}$ .
21. Определение алгебраического дополнения  $A_{ij}$  элемента  $a_{ij}$ .
22. Связь минора  $M_{ij}$  и алгебраического дополнения  $A_{ij}$ .
23. Теорема Лапласа о вычислении определителя порядка  $n$ .
24. Теорема о сумме произведений элементов одной строки на алгебраические дополнения элементов другой строки.
25. Определение обратной матрицы.
26. Условие существования обратной матрицы.
27. Правило вычисления обратной матрицы.
28. Решение матричного уравнения  $A \cdot X = B$ , если  $\det A \neq 0$ ?
29. Решение матричного уравнения  $Y \cdot A = B$ , если  $\det A \neq 0$ ?
30. Определение линейного пространства.
31. Определение линейной комбинации векторов.
32. Определение линейно зависимой и линейно независимой систем векторов.

33. Теорема о необходимом и достаточном условии линейной зависимости системы векторов.
34. Теорема о линейно зависимой подсистеме векторов.
35. Теорема о подсистеме линейно зависимой системы векторов.
36. Приведите примеры линейных пространств.
37. Определение базиса  $n$ -мерного линейного пространства.
38. Теорема о разложении вектора по базису в линейном пространстве.
39. Определение координат вектора в линейном пространстве.
40. Определение ранга матрицы через миноры.
41. Определение базисного минора, базисных строк и столбцов матрицы.
42. Теорема о базисном миноре.
43. Теорема о необходимых и достаточных условиях равенства нулю определителя.
44. Элементарные преобразования матрицы.
45. Определение ранга матрицы через линейную зависимость строк (столбцов) матрицы.
46. Определение подпространства. Понятие линейной оболочки.
47. Какое линейное пространство называется евклидовым?
48. Какие два вектора из  $E_n$  называются ортогональными?
49. Теорема о линейной независимости ортогональной системы векторов.
50. Матрица перехода от одного базиса к другому.
51. Формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в двух базисах.
52. Определение ортонормированного базиса.
53. Свойства матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому.
54. Определение системы линейных уравнений.
55. Определение решения системы линейных уравнений.
56. Определения совместных, несовместных, определенных и неопределенных систем.
57. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
58. Правило Крамера решения системы линейных уравнений.
59. Определение общего и частного решений системы линейных уравнений.
60. Условие существования нетривиальных решений системы линейных однородных уравнений.
61. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
62. Определение фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений.
63. Число решений в Ф.С.Р.?
64. Определение геометрического вектора  $\overline{AB}$ , его модуля.
65. Определение коллинеарности двух векторов.
66. Определение равенства векторов.
67. Операция сложения векторов.
68. Операция умножения вектора на число.
69. Определение базиса во множестве геометрических векторов. Понятие координат вектора.
70. Определение компланарности трех векторов.
71. Отыскание координат вектора, если известны координаты его начала и конца.
72. Определение деления отрезка  $AB$  в отношении  $\lambda$ .
73. Вычисление координат точки  $M$ , делящей отрезок  $AB$  в отношении  $\lambda$ .
74. Вычисление координат середины отрезка.
75. Понятие проекции точки на ось и проекции вектора на ось.
76. Формула вычисления проекции вектора на ось.
77. Определение скалярного произведения двух векторов. Его свойства.
78. Формулы вычисления скалярного произведения векторов, заданных своими координатами в декартовой системе координат.

79. Формулы вычисления длины вектора и расстояние между двумя точками (через скалярное произведение).
80. Вычисление угла между векторами (через скалярное произведение).
81. Формула вычисления проекции вектора на ось (через скалярное произведение).
82. Определение векторного произведения двух векторов.
83. Свойства векторного произведения.
84. Геометрический смысл векторного произведения.
85. Формула вычисления векторного произведения векторов, заданных своими координатами в декартовой системе координат.
86. Определение смешанного произведения трех векторов.
87. Геометрический смысл смешанного произведения.
88. Формула вычисления смешанного произведения векторов, заданных своими координатами в декартовой системе координат.
89. Определение линейного оператора  $A: R_n \rightarrow R_m$ .
90. Матрица линейного оператора  $A: R_n \rightarrow R_m$ .
91. Определение собственных чисел и собственного вектора линейного оператора  $A: R_n \rightarrow R_n$ .
92. Характеристическое уравнение матрицы линейного оператора  $A$ .
93. Нахождение собственных векторов матрицы линейного оператора  $A$ .
94. Теорема о линейной комбинации собственных векторов линейного оператора, отвечающих одному и тому же собственному числу.
95. Сформулируйте теорему о системе собственных векторов, отвечающих попарно различным собственным числам.
96. Определение квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы при  $n=3$ .
97. Понятие канонического вида и главных осей квадратичной формы.
98. Уравнения прямой проходящей через точку  $M_0(x_0, y_0)$  перпендикулярно вектору  $\vec{n} = (A, B)$ .
99. Общее уравнение прямой на плоскости в декартовой системе координат.
100. Каноническое уравнение прямой на плоскости.
101. Параметрические уравнения прямой на плоскости.
102. Уравнения прямой на плоскости, проходящей через две точки.
103. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
104. Формулы для вычисления угла между прямыми на плоскости.
105. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
106. Формула вычисления расстояния от точки  $M_0(x_0, y_0)$  до прямой  $Ax+By+C=0$  на плоскости.
107. Уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  перпендикулярно вектору  $\vec{n} = (A, B, C)$ .
108. Общее уравнение плоскости.
109. Уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  параллельно двум векторам  $\vec{l}_1 = (m_1, n_1, p_1)$  и  $\vec{l}_2 = (m_2, n_2, p_2)$ .
110. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
111. Угол между двумя плоскостями  $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$  и  $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ .
112. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
113. Общее уравнение прямой в пространстве.
114. Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве.
115. Уравнение окружности с центром в точке  $(x_0, y_0)$  радиуса  $R$ .
116. Определение сферы. Уравнение сферы с центром в точке,  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  радиуса  $R$ .
117. Определение эллипса. Каноническое уравнение эллипса.
118. Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы.
119. Определение параболы. Каноническое уравнение параболы.

120. Определение комплексного числа, заданного в алгебраической форме.
121. Операции сложения, вычитания и умножения комплексных чисел, заданных в алгебраической форме.
122. Сопряженные комплексные числа. Операция деления комплексных чисел, заданных в алгебраической форме.
123. Изображение комплексных чисел на плоскости.
124. Определение модуля и аргумента комплексного числа.
125. Тригонометрическая форма комплексного числа.
126. Главное значение аргумента комплексного числа.
127. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме.
128. Формула Муавра возведения в степень комплексного числа, заданного в тригонометрической форме.

## **4 Методические материалы**

Для обеспечения процесса обучения и решения задач обучения используются следующие материалы:

- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, в составе:

**Методические материалы:** согласно пункта 12 рабочей программы

## 12. Учебно-методические материалы по дисциплине.

### 12.1. Основная литература.

1. Л.И. Магазинников Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007. – 162 с., Экземпляры всего: 97.
2. И. Э. Гриншпон И. Э. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия (для экономических специальностей). Учебное пособие / И. Э. Гриншпон, Л. А. Гутова, Л.И. Магазинников, А. Л. Магазинникова, Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007, – 247с., Экземпляры всего:103.
3. Л.И. Магазинников Математика для гуманитарных, экологических и экономико-юридических специальностей: учебное пособие / Ю. П. Шевелев ; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск : ТУСУР, 2007 - Ч. 1. - 259 с., Экземпляры всего:100.

### 12.2. Дополнительная литература.

- 1.Н.Н. Горбанев Высшая математика I. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия : Учебное пособие для вузов / Н.Н. Горбанев, А.А. Ельцов, Л.И. Магазинников; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - 2-е изд., перераб. и доп. – Томск: ТУСУР, 2001. – 164с Экземпляры всего: 376.
- 2.Л.В Наливайко Математика для экономистов. Сборник заданий./ Ивашина Н.В. 2-е изд., Шмидт Ю.Д.перераб .2011,432с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=662](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=662)
- 3.И.А.Мальцев. Линейная алгебра. 2-е исп.и доп., . 2010,384с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=610](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=610)
4. А. П. Ерохина Высшая математика : учебное пособие / Л. Н. Байбакова ; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск : ТМЦДО, 2004 - .  
Ч. 1 : Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление : . - Томск : ТМЦДО, 2004. – 257Экземпляры всего: 31.

### 12.3. Учебно-методические пособия и требуемое программное обеспечение.

#### Практические занятия проводятся по учебным пособиям:

1. Л.И. Магазинников Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007. – 162 с., Экземпляры всего: 97.
2. И. Э. Гриншпон И. Э. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия (для экономических специальностей). Учебное пособие / И. Э. Гриншпон, Л. А. Гутова, Л.И. Магазинников, А. Л. Магазинникова, Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007, – 247с., Экземпляры всего:103.
3. Л.И. Магазинников Математика для гуманитарных, экологических и экономико-юридических специальностей: учебное пособие / Ю. П. Шевелев ; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск : ТУСУР, 2007 - Ч. 1. - 259 с., Экземпляры всего:100. всего: 31.

**Задания на контрольные работы и индивидуальные задания приведены в каждом из следующих учебных пособий:**

1. Л.И. Магазинников Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007. – 162 с., Экземпляры всего: 97.
2. И. Э. Гриншпон И. Э. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия (для экономических специальностей). Учебное пособие / И. Э. Гриншпон, Л. А. Гутова, Л.И. Магазинников, А. Л. Магазинникова, Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР, 2007, – 247с., Экземпляры всего:103.
3. Л.И. Магазинников Математика для гуманитарных, экологических и экономико-юридических специальностей: учебное пособие / Ю. П. Шевелев ; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск : ТУСУР, 2007 - Ч. 1. - 259 с., Экземпляры всего:100.

