

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

**Физические основы
вакуумной и плазменной электроники**

Учебно-методическое пособие

Томск
Издательство ТУСУРа
2019

УДК 621.38.01(075.8)
ББК 32.85я73+31.77я73
Ф505

Авторы:

Ю.А. Бурачевский, А.С. Климов, А.В. Медовник,
Е.М. Окс, Ю.Г. Юшков

Рецензенты:

Андреев Ю.А., канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.
лаб. высокочастотной электроники ИСЭ СО РАН;

Чистякова Н.В., канд. физ.-мат. наук, ст. преподаватель Отделения
экспериментальной физики Инженерной школы ядерных технологий
Томского политехнического университета

Физические основы вакуумной и плазменной электроники : учеб.-
Ф505 метод. пособие / Ю.А. Бурачевский [и др.]. – Томск: Изд-во Томск. гос.
ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2019. – 188 с.

ISBN 978-5-86889-830-3

Рассмотрены базовые физические законы и явления, необходимые для освоения разделов вакуумной и плазменной электроники, а также взаимодействие потока свободных электронов с электрическими и магнитными полями в веществе и вакууме, протекание электрического тока в различных средах, процессы взаимодействия потоков заряженных частиц с плазмой и ионизированным газом, а также газовые разряды различных типов.

Для студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям.

УДК 621.38.01(075.8)

ББК 32.85я73+31.77я73

Учебное издание

Бурачевский Юрий Александрович,
Климов Александр Сергеевич,
Медовник Александр Владимирович и др.
**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВАКУУМНОЙ
И ПЛАЗМЕННОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ**

Учебно-методическое пособие

Подписано в печать 24.04.19. Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. 10,93. Тираж 200 экз. Заказ 165.

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники.
634050, г. Томск, пр. Ленина, 40. Тел. (3822) 533018.

ISBN 978-5-86889-830-3

© Бурачевский Ю.А., Климов А.С.,
Медовник А.В., Окс Е.М., Юшков Ю.Г., 2019
© Томск. гос. ун-т систем упр.
и радиоэлектроники, 2019

Оглавление

1 ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ	
1.1 Основные положения электростатики	6
1.2 Примеры решения задач.....	25
1.3 Задания для решения на практических занятиях	29
1.4 Задания для самостоятельного решения	31
Вопросы для самоконтроля.....	34
2 ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ	
2.1 Поляризация диэлектриков	35
2.2 Проводники в электростатическом поле	46
2.3 Примеры решения задач.....	52
2.4 Задания для решения на практических занятиях	55
2.5 Задания для самостоятельного решения	58
Вопросы для самоконтроля.....	61
3 СТАЦИОНАРНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ	
3.1 Основы теории статического магнитного поля в вакууме	62
3.2 Примеры решения задач.....	82
3.3 Задания для решения на практических занятиях	84
3.4 Задания для самостоятельного решения	87
Вопросы для самоконтроля.....	90
4 МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ	
4.1 Намагниченность и напряженность магнитного поля.....	91
4.2 Примеры решения задач.....	109
4.3 Задания для решения на практических занятиях	110
4.4 Задания для самостоятельного решения	113
Вопросы для самоконтроля.....	116
5 ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ	
5.1 Энергетические соотношения в статических полях.....	117
5.2 Движение в однородных статических полях.....	119
5.3 Примеры решения задач.....	132
5.4 Задания для решения на практических занятиях	140
5.5 Задания для самостоятельного решения	144
Вопросы для самоконтроля.....	148
6 ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК	
6.1 Основные понятия и соотношения для постоянного тока	149
6.2 Примеры решения задач.....	155
6.3 Задания для решения на практических занятиях	159

6.4 Задания для самостоятельного решения	161
Вопросы для самоконтроля	163
7 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ВАКУУМЕ И ГАЗЕ	
7.1 Электрический ток в вакууме.....	164
7.2 Электрический ток в газе.....	167
7.3 Несамостоятельный газовый разряд.....	168
7.4 Самостоятельный газовый разряд.....	173
7.5 Тлеющий разряд	176
7.6 Дуговой разряд	179
7.7 Искровой и коронный разряды	181
7.8 Плазма	184
Рекомендуемая литература.....	188

Введение

Учебно-методическое пособие является физико-математическим фундаментом для освоения материала по вакуумной и плазменной электронике. В нем рассмотрены электрические и магнитные поля в вакууме и веществе, движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях, а также электрический ток в различных средах.

Пособие предназначено для студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки.

1 ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1.1 Основные положения электростатики

Электростатикой называется раздел науки об электричестве, в котором изучаются взаимодействия и свойства систем электрических зарядов, неподвижных относительно выбранной инерциальной системы отсчета.

В природе существуют только два вида электрических зарядов. Заряды, возникающие на стекле, потертом шелком, получили название положительных. Заряды, появляющиеся на янтаре, потертом о мех, получили название отрицательных. Одноименные заряды отталкиваются, а разноименные – притягиваются.

Опыт показывает, что возникновение какого-либо заряда на любом теле сопровождается появлением заряда другого знака, равного ему по величине. Исследования электризации трением привели к заключению, что в любом теле количество положительных зарядов равно количеству отрицательных зарядов. Всякий процесс заряжения есть процесс разделения зарядов, при котором на одном теле (или части тела) появляется избыток положительных зарядов, а на другом теле (или его части) – избыток отрицательных зарядов. Сумма зарядов в изолированной системе не изменяется, заряды перераспределяются.

Закон сохранения заряда. Алгебраическая сумма электрических зарядов тел или частиц, образующих электрически изолированную систему, не изменяется при любых процессах, происходящих в этой системе.

Закон сохранения электрического заряда является одним из фундаментальных законов сохранения, подобно законам сохранения импульса и энергии.

Единичный электрический заряд равен заряду электрона и в СИ составляет $1,6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл (кулон) или приблизительно $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Электрический заряд является релятивистски инвариантным. Его величина не зависит от системы отсчета, а следовательно, от того, движется заряд или покоится.

Закон Кулона. Точечным зарядом q называется заряженное тело, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстояниями до других заряженных тел, взаимодействующих с ним.

Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов прямо пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Направление силы совпадает с прямой, соединяющей заряды (рисунок 1.1):

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{l}_{12},$$

где \vec{l}_{12} – единичный вектор.

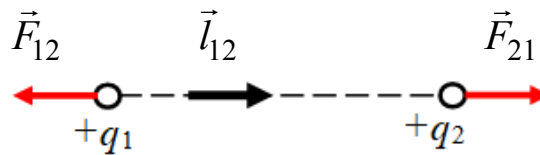


Рисунок 1.1

Если заряды не являются точечными, то закон Кулона использовать нельзя.

Вся совокупность фактов говорит о том, что закон Кулона справедлив при расстояниях от 10^{-15} м до нескольких километров. При $r < 10^{-15}$ м (внутри атомных ядер) действуют не кулоновские силы. Для больших расстояний (несколько километров) нет данных.

Если на k -й заряд действует n зарядов, то результирующая сила может быть найдена по формуле

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ik}.$$

Таким образом, для системы зарядов справедлив принцип суперпозиции, т.е. сила взаимодействия между двумя зарядами не изменяется, если рядом присутствуют другие заряды.

В СИ

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \approx 9 \cdot 10^8,$$

где $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. Число 4π введено в закон Кулона не случайно. Физически оно выражает сферическую симметрию закона Кулона.

В электростатике взаимодействие зарядов подчиняется третьему закону Ньютона

$$F_{12} = -F_{21}.$$

Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Вокруг заряда всегда есть электрическое поле. Основное свойство этого поля заключается в том, что на всякий другой заряд, помещенный в него, действует сила.

Электростатическое поле представляет собой не изменяющееся с течением времени, т.е. стационарное, электрическое поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами.

Не существует электростатических полей, не связанных с зарядами, как не существует электрических зарядов, не окруженных электростатическим полем.

Если мы возьмем пробный электрический заряд q' и поместим его в электрическое поле, которое создает заряд q , то сила взаимодействия между зарядами будет определяться известным выражением

$$F = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Видно, что $F \sim q'$ (величине пробного заряда). Характеристикой поля, создаваемого зарядом q , является отношение F/q' или выражение

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Это напряженность электрического поля.

Вектор напряженности электростатического поля численно равен силе, действующей в данной точке на помещенный в нее пробный единичный положительный заряд.

Направление вектора напряженности определяется направлением силы, действующей на положительный электрический заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля.

В СИ напряженность электрического поля измеряется в ньютонах на кулон (Н/Кл) или в вольтах на метр (В/м).

Силовые линии электростатического поля. Для того чтобы описать электростатическое поле, необходимо задать вектор напряженности в каждой его точке. Это можно сделать аналитически. Также это можно сделать графически, для чего пользуются **силовыми линиями**.

Силовая линия – это линия, для которой направление касательной совпадает с направлением вектора напряженности \vec{E} .

Силовой линии приписывают определенное направление – от положительного заряда к отрицательному или в бесконечность. Число силовых линий, проходящих через единицу поверхности перпендикулярно к силовым линиям, равно или пропорционально модулю вектора напряженности $|E|$ в данной точке, т.е. густота силовых линий может служить для определения величины E (рисунок 1.2).

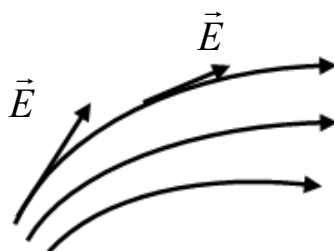


Рисунок 1.2

Так как в каждой точке поля вектор напряженности E имеет вполне определенное направление, то силовые линии нигде не пересекаются (рисунок 1.3).

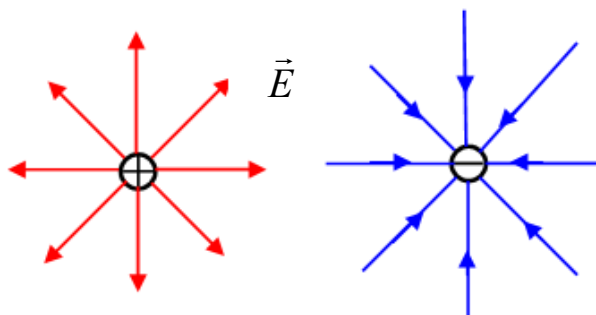


Рисунок 1.3

Принцип суперпозиции электрических полей (сложение электрических полей). Опыт показывает, что вектор результирующего поля нескольких зарядов $q_1, q_2, q_3 \dots$ может быть найден по правилу сложения векторов (правило параллелограмма):

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_i = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i.$$

Это соотношение выражает принцип суперпозиции электрических полей и представляет важное свойство электрического поля.

Поле диполя. Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине, но разноименных точечных зарядов, расстояние между которыми l значительно меньше расстояния r до тех точек, в которых определяется поле системы ($r \gg l$).

Найдем величину вектора напряженности электрического поля от каждого заряда E на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной его оси (рисунок 1.4):

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

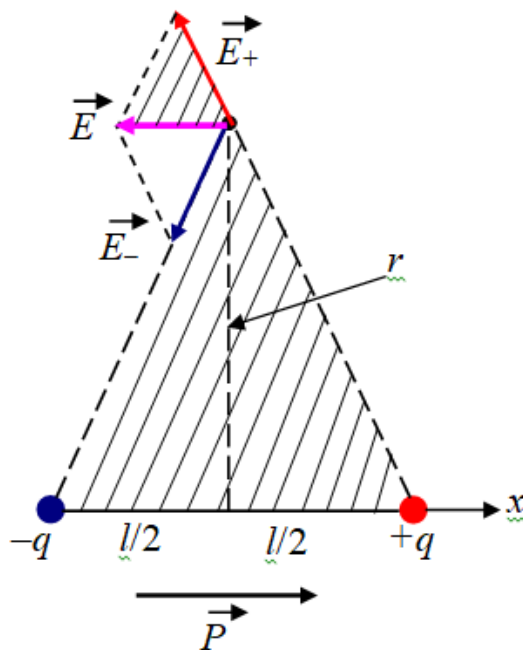


Рисунок 1.4

Суммарная напряженность

$$E = E_+ \frac{l}{r} = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

Величина $\vec{p} = q \cdot \vec{l}$ называется электрическим моментом диполя (это вектор). В итоге получаем

$$\vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

Знак «минус» указывает на то, что напряженность и электрический момент направлены в разные стороны.

Теорема Остроградского – Гаусса для вектора напряженности электрического поля. Введем понятие потока вектора напряженности электрического поля. Это число силовых линий напряженности электрического поля, проходящих через площадку S (рисунок 1.5).

Поток вектора напряженности электрического поля определяется выражением

$$d\Phi_E = EdS \cos \alpha = E_n dS; \quad \Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} d\vec{S}.$$

Вектор dS по направлению совпадает с направлением внешней нормали к поверхности.

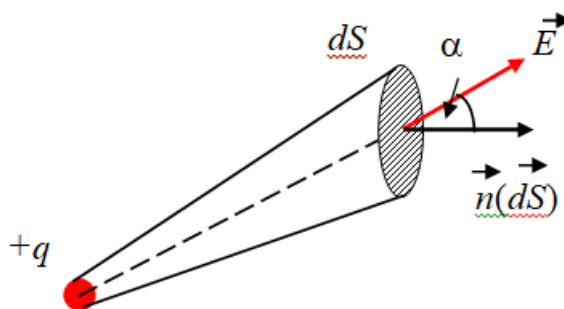


Рисунок 1.5

Запишем поток вектора E через замкнутую поверхность, окружающую точечный заряд $+q$:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Это для единичного заряда в вакууме. В веществе выражение переписывается следующим образом:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Если поверхность не охватывает заряд, то поток вектора E будет равен нулю, так как сколько силовых линий входит, столько же и выходит.

Для любого числа произвольно расположенных зарядов, находящихся внутри поверхности, получим

$$\Phi_E = \oint E_n dS = \frac{\sum_{i=1}^N q_i}{\varepsilon_0}.$$

Поток вектора напряженности электростатического поля через замкнутую поверхность в вакууме равен алгебраической сумме всех зарядов, расположенных внутри поверхности, деленной на ε_0 , – это теорема Остроградского – Гаусса.

В случае электрического поля в веществе выражение будет иметь вид

$$\Phi_E = \frac{\sum_{i=1}^N q_i}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Рассмотрим другую формулировку теоремы Остроградского – Гаусса. Введем понятие объемной плотности заряда

$$\rho = \frac{dq}{dV}.$$

Под физически бесконечно малым объемом следует понимать объем, который, с одной стороны, достаточно мал, чтобы в его пределах плотность заряда можно было считать одинаковой, а с другой стороны, достаточно велик, чтобы не могла проявиться дискретность заряда:

$$\sum_{i=1}^N q_i = \int_V \rho dV.$$

Тогда теорему Остроградского – Гаусса можно записать следующим образом:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV.$$

Рассмотрим применение теоремы Остроградского – Гаусса к расчету электростатического поля.

1. Поле бесконечной однородно заряженной плоскости

Введем понятие поверхностной плотности заряда:

$$\sigma = \frac{dq}{dS},$$

где dq – заряд, сосредоточенный на площади dS ; dS – физически бесконечно малый участок поверхности. Под физически бесконечно малым участком поверхности следует понимать участок, который, с одной стороны, достаточно мал, чтобы в его пределах плотность заряда можно было считать одинаковой, а с другой стороны, достаточно велик, чтобы не могла проявиться дискретность заряда.

Пусть поверхностная плотность заряда σ во всех точках плоскости одинакова, а заряд положительный (рисунок 1.6).

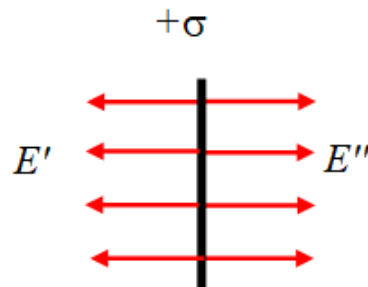


Рисунок 1.6

Для поля в вакууме

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Если плоскость находится в веществе, то выражение переписывается следующим образом:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Полученный результат не зависит от расстояния до плоскости. Это означает, что на любом расстоянии от бесконечной плоскости напряженность электрического поля постоянна ($E = \text{const}$).

2. *Поле двух равномерно заряженных плоскостей* (рисунок 1.7).

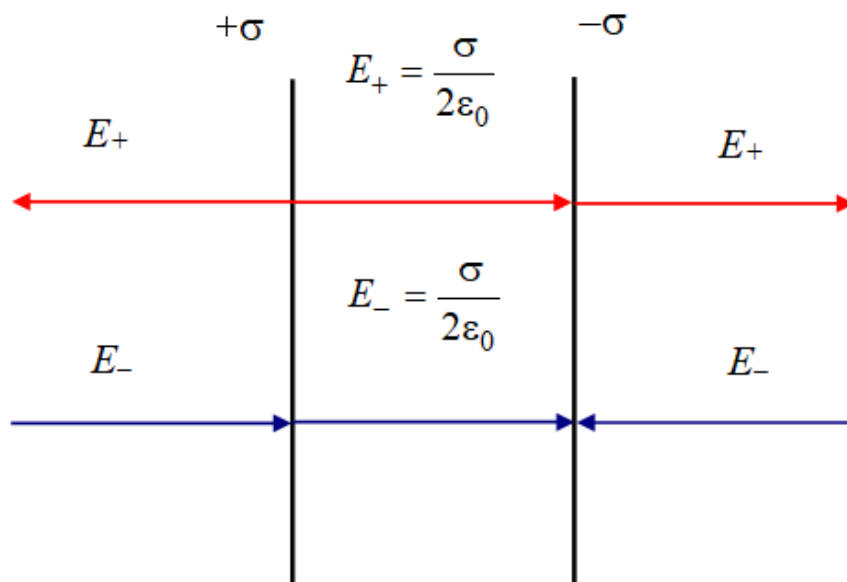


Рисунок 1.7

Бесконечные плоскости заряжены разноименными зарядами с одинаковой по величине поверхностной плотностью заряда σ ; E_+ – напряженность поля, создаваемого положительно заряженной пластиной; E_- – напряженность поля, создаваемого отрицательно заряженной пластиной.

Результирующее поле находится как суперпозиция полей, создаваемых каждой из плоскостей.

Между пластинами поле находится как сумма полей, а вне пластин – как разность. Между пластинами

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Вне пластин $E = E_+ - E_- = 0$.

Полученный результат приблизительно справедлив и для плоскостей конечных размеров, если расстояние между плоскостями много меньше их линейных размеров (например, плоский конденсатор).

3. Поле бесконечно заряженного цилиндра

Введем понятие линейной плотности заряда:

$$\lambda = \frac{dq}{dl},$$

где dq – заряд, сосредоточенный на отрезке цилиндра длиной dl .

Поле создается бесконечно длинной пустотелой цилиндрической поверхностью радиуса R , заряженной с постоянной линейной плотностью заряда λ . Из соображений симметрии следует, что вектор напряженности электрического поля E в любой точке будет направлен вдоль радиуса перпендикулярно оси цилиндра:

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, \text{ если } r \geq R.$$

Если $r < R$, внутри замкнутой поверхности зарядов не будет и напряженность электрического поля

$$E(r) = 0 \text{ при } r < R.$$

Поле отрицательно заряженного цилиндра будет отличаться только направлением вектора E (рисунок 1.8).

Если уменьшать радиус цилиндра R (при $\lambda = \text{const}$), то можно вблизи его поверхности получить поле с очень большой напряженностью ($R \rightarrow 0$ – нить, $r \rightarrow 0$).

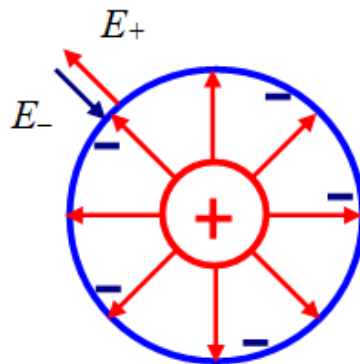


Рисунок 1.8

Для системы, состоящей из двух коаксиальных цилиндров с одинаковой линейной плотностью заряда λ , но разным знаком заряда, поле внутри и вне большего из цилиндров будет отсутствовать. В зазоре между цилиндрами напряженность электрического

поля будет определяться выражением для $r > R$. Это справедливо и для цилиндров конечной длины, если зазор между ними много меньше их длины (цилиндрический конденсатор).

В общем случае график зависимости $E = E(r)$ имеет вид, представленный на рисунке 1.9.

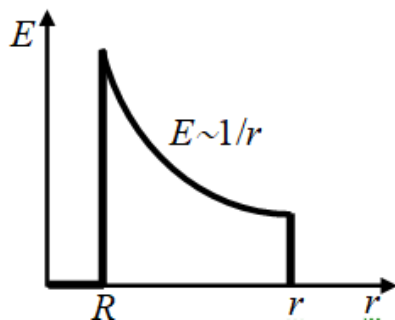


Рисунок 1.9

4. Поле заряженной сферической поверхности (пустотелого шара)

Если пустотелая сфера радиуса R заряжена положительным зарядом с поверхностной плотностью σ , то поле является центрально-симметричным (сферически-симметричным), а вектор E в любой точке проходит через центр сферы. Напряженность $E = E(r)$ и перпендикулярна поверхности сферы в любой точке. Вообразим, что вокруг сферы радиуса R имеется сфера радиуса r . Если $r > R$, то внутрь сферы попадает весь заряд q , распределенный по сфере радиуса R (рисунок 1.10).

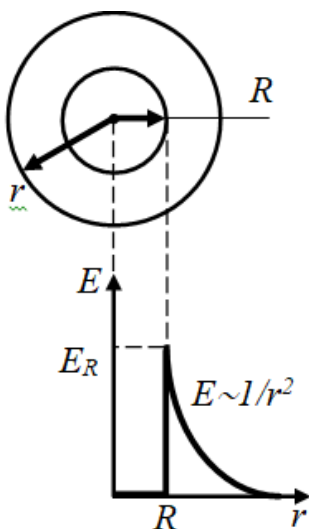


Рисунок 1.10

Тогда по теореме Остроградского – Гаусса запишем

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad r \geq R.$$

В веществе напряженность поля определяется формулой

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.$$

Внутри сферы напряженность равна нулю, так как там нет зарядов:

$$E(r) = 0, \quad r < R.$$

Напряженность на поверхности сферы

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Вне сферы поле тождественно полю точечного заряда той же величины, помещенного в центр сферы.

5. Поле объемно заряженного шара

Введем объемную плотность заряда ρ . Шар имеет радиус R (рисунок 1.11).

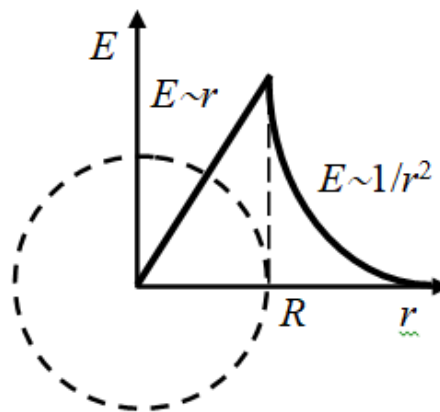


Рисунок 1.11

Для поля вне шара получается такой же результат, что и в предыдущем случае, т.е. будет справедлива формула для $r > R$. Но в данном случае сферическая поверхность при $r < R$ будет содержать в себе заряд

$$q = \rho \frac{4}{3} \pi r^3.$$

Теорема Остроградского – Гаусса запишется в виде

$$E(r) = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{R^3}.$$

Перепишем через объемную плотность заряда:

$$E(r) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}.$$

Потенциал. Работа сил электростатического поля. Работа по переносу пробного заряда q' в электростатическом поле из точки 1 в точку 2 определяется выражением

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.1)$$

Видно, что работа не зависит от пути, а зависит лишь от координат начальной и конечной точек перемещения. Следовательно, электростатическое поле потенциально, а силы этого поля консервативны.

Работа сил консервативного поля может быть представлена как убыль потенциальной энергии

$$A_{12} = W_{\Pi 1} - W_{\Pi 2}. \quad (1.2)$$

Сопоставление формул (1.1) и (1.2) приводит к следующему выражению для потенциальной энергии заряда q' в поле заряда q :

$$W_{\Pi} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r}.$$

Однако отношение W_{Π}/q' будет для всех зарядов одним и тем же. Эта величина называется потенциалом поля в данной точке и используется наряду с напряженностью поля E для описания электрических полей:

$$\varphi = \frac{W_{\Pi}}{q'}.$$

Потенциал численно равен потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

Потенциал точечного заряда

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i.$$

Потенциал системы зарядов

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i}.$$

Потенциал поля, создаваемый системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности.

В то время как напряженности поля складываются при наложении полей векторно, потенциалы складываются алгебраически. По этой причине вычисление потенциалов оказывается гораздо проще, чем вычисление напряженности электрического поля. И приборы для измерения потенциала много проще приборов для измерения напряженности.

Заряд q , находящийся в точке поля с потенциалом φ , обладает потенциальной энергией

$$W_{\text{П}} = q\varphi.$$

Следовательно, работа поля над зарядом q может быть выражена через разность потенциалов:

$$A_{12} = W_{\text{П1}} - W_{\text{П2}} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Таким образом, работа, совершаемая над зарядом силами поля, равна произведению величины заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках поля (т.е. на убыль потенциала).

Если заряд q из точки с потенциалом φ удаляется на бесконечность (где по условию потенциал равен нулю), то работа сил поля будет

$$A_{\infty} = q\varphi.$$

Отсюда следует, что потенциал численно равен работе, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки поля на бесконечность.

За единицу потенциала принят вольт: $1 \text{ В} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}}$.

В физике часто пользуются единицей энергии и работы, называемой электронвольт (эВ). Под электронвольт подразумевается работа, совершаемая силами поля над зарядом, равным заряду электрона, при прохождении им разности потенциалов в 1 В:

$$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Энергия взаимодействия системы зарядов. Взаимная потенциальная энергия зарядов q_1 и q_2 определяется по формуле

$$W_{\text{П}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}.$$

Расстояние между зарядами r_{12} .

Энергия взаимодействия системы зарядов

$$W_{\text{П}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \phi_i.$$

Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом. Электростатическое поле можно описать либо с помощью векторной величины – вектора напряженности E , либо с помощью энергетической скалярной величины – потенциала ϕ . Очевидно, что между этими величинами должна существовать связь:

$$\vec{E} = -\text{grad } \phi.$$

Можно расписать градиент:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \vec{k},$$

или

$$\vec{E} = -\nabla \phi.$$

Направление силовой линии в каждой точке поля совпадает с направлением вектора силы. Из последнего выражения следует, что

величина напряженности поля равна разности потенциалов на единице длины силовой линии. Именно вдоль силовой линии происходит максимальное изменение потенциала.

Поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал, называется эквипотенциальной поверхностью. Уравнение эквипотенциальной поверхности имеет вид

$$\varphi(x, y, z) = \text{const.}$$

При перемещении по эквипотенциальной поверхности на расстояние dl потенциал не изменяется, $d\varphi = 0$. Следовательно, проекция вектора \vec{E} на dl равна нулю. Отсюда следует, что вектор напряженности электростатического поля E в каждой точке поля направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности. Другими словами, вектор \vec{E} ортогонален эквипотенциальной поверхности в любой точке поля.

Вычисление потенциалов простейших электрических полей. Приведем формулы для расчета потенциала.

1. Разность потенциалов между точками поля, образованного бесконечной заряженной плоскостью (рисунок 1.12):

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1).$$

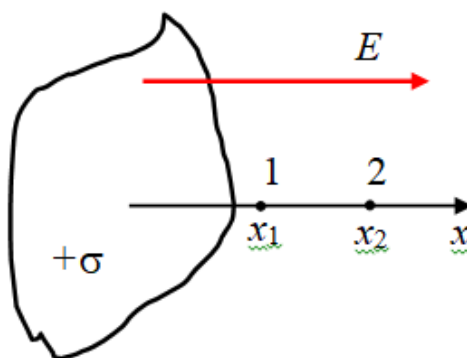


Рисунок 1.12

2. Разность потенциалов между точками поля, образованного двумя бесконечными заряженными плоскостями:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(x_2 - x_1).$$

Если расстояние между пластинами d много меньше размеров пластин, то разность потенциалов между ними будет

$$U = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}.$$

3. Разность потенциалов между точками поля, образованного бесконечным заряженным длинным цилиндром (рисунок 1.13):

при $r \geq R$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1};$$

при $r_1 = R$

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r}{R}.$$

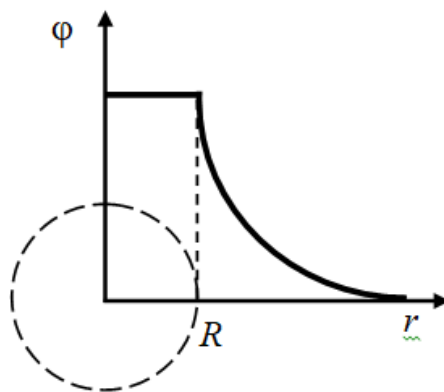


Рисунок 1.13

Внутри цилиндра напряженность поля равна нулю ($E = 0$) и $\varphi = \text{const}$.

4. Разность потенциалов между точками поля, образованного заряженной пустотелой сферой (рисунок 1.14):

при $r \geq R$

$$\Delta\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right);$$

при $r_1 = R$ и $r_2 = \infty$ получим потенциал заряженной поверхности

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

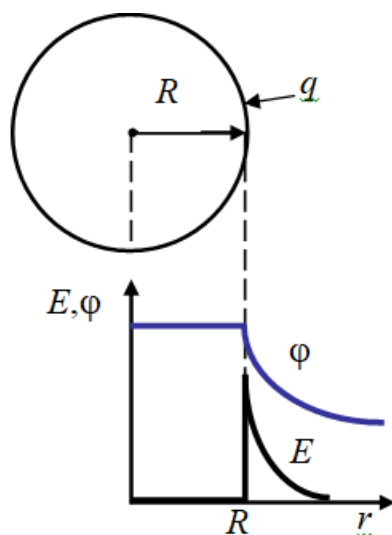


Рисунок 1.14

5. Разность потенциалов между точками поля внутри объемно заряженного шара (рисунок 1.15):

$$\Delta\varphi = \frac{\rho}{6\epsilon_0} (r_2^2 - r_1^2), \quad r < R.$$

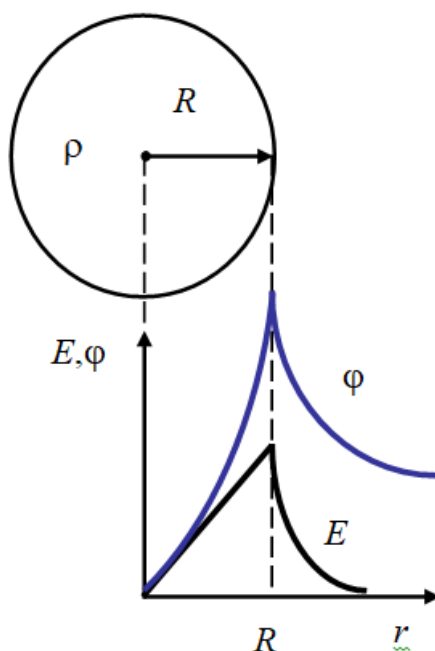


Рисунок 1.15

Теорема о циркуляции вектора \mathbf{E} . Из механики известно, что любое стационарное поле центральных сил является консервативным, т.е. работа сил этого поля не зависит от пути, а зависит только от положения начальной и конечной точек. Именно таким

свойством обладает электростатическое поле – поле, образованное системой неподвижных зарядов. Если в качестве пробного заряда, переносимого из точки 1 заданного поля E в точку 2 (рисунок 1.16), взять единичный положительный заряд, то элементарная работа сил поля при перемещении на расстояние dl равна $E dl$, а вся работа сил поля на пути от точки 1 до точки 2 будет определяться выражением

$$\int_1^2 q E dl .$$

Этот интеграл берется по некоторой линии, поэтому его называют линейным. Покажем, что интеграл по замкнутому пути равен нулю.



Рисунок 1.16

Работа по переносу заряда может быть найдена следующими двумя способами:

$$A_{12} = \int_1^2 q \vec{E} d\vec{l}; \quad A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Отсюда следует

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} .$$

Интеграл можно брать по любой линии, соединяющей точки 1 и 2. При обходе по замкнутому контуру $\varphi_1 = \varphi_2$, и тогда интеграл будет равен нулю:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

Этот интеграл по замкнутому контуру называется циркуляцией, в данном случае вектора \vec{E} .

Таким образом, характерным для электростатического поля является то обстоятельство, что циркуляция напряженности этого поля по любому замкнутому контуру равна нулю.

1.2 Примеры решения задач

1. Найти силу притяжения F между ядром атома водорода и электроном. Радиус атома водорода $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м; заряд ядра равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

Решение. По закону Кулона сила электростатического взаимодействия между двумя заряженными телами, размеры которых малы по сравнению с расстоянием r между ними, определяется

выражением $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$, где q_1 и q_2 – электрические заряды тел;

ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость среды; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. Подставив числовые значения, получим

$$F = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (0,5 \cdot 10^{-10})^2} = 9,23 \cdot 10^{-8} \text{ Н.}$$

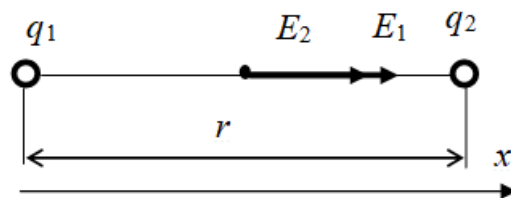
2. Определить, во сколько раз сила гравитационного притяжения между двумя протонами меньше силы их электростатического отталкивания. Заряд протона равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

Решение. Сила гравитационного притяжения $F_G = G \frac{m^2}{r^2}$.

Сила электростатического отталкивания $F_q = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$, тогда

$$\begin{aligned} \frac{F_q}{F_G} &= \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 G m^2} = \\ &= \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (1,67 \cdot 10^{-27})^2} = 1,24 \cdot 10^{36}. \end{aligned}$$

3. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами $q_1 = 8$ нКл и $q_2 = -6$ нКл. Расстояние между зарядами $r = 10$ см. Среда – воздух.



Решение. Согласно принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ или в проекции на ось x $E = E_1 + E_2$. Напряженность электрического поля

точечного заряда $E = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, где r – расстояние от заряда до точки,

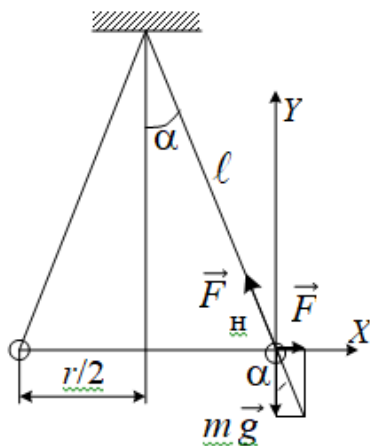
в которой определяется напряженность:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2 / 4} = \frac{q_1}{\pi\epsilon_0 r^2}; \quad E_2 = \frac{|q_2|}{\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Суммарная напряженность

$$E = \frac{q_1 + |q_2|}{\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(8 + 6) \cdot 10^{-9}}{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (0,1)^2} = 50,4 \text{ кВ/м.}$$

4. Два шарика массой $m_1 = m_2 = 0,01$ г подвешены на нитях длиной по $l = 50$ см. После того как шарики одинаково наэлектризовали, они отошли друг от друга на расстояние $r = 7$ см. Найти величину заряда каждого шарика.



Решение. На каждый из отклоненных шариков действуют три силы: mg – сила тяжести; F – кулоновская сила взаимодействия шариков; F_n – сила натяжения нити.

Условие равновесия шариков в векторной форме $m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_H = 0$.

Запишем это уравнение в проекциях на оси X и Y :

$$-F_H \sin \alpha + F = 0; \quad F_H \cos \alpha - mg = 0.$$

По закону Кулона

$$F = \frac{q^2}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r^2},$$

тогда

$$F_H \sin \alpha = \frac{q^2}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r^2}; \quad (1.3)$$

$$\varepsilon = 1; \quad \varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}; \quad F_H \cos \alpha = mg. \quad (1.4)$$

Разделив почленно уравнения (1.3) и (1.4), получим

$$\text{tg} \alpha = \frac{q^2}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r^2 mg};$$

из рисунка $\text{tg} \alpha = \sin \alpha = \frac{r/2}{\ell} = \frac{r}{2\ell}$;

тогда $\frac{r}{2\ell} = \frac{q^2}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r^2 mg}$, откуда $q = r \sqrt{\frac{2\pi \varepsilon \varepsilon_0 r mg}{\ell}}$.

Подставляя числовые значения, получим

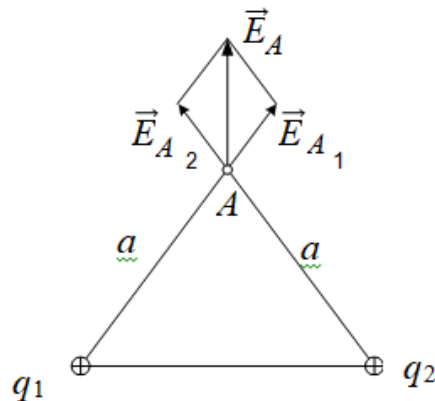
$$q = 7 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 7 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-5} \cdot 9,81}{0,5}} =$$
$$= 1,9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 1,9 \text{ нКл.}$$

5. В двух вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 0,5$ м расположены два одинаковых положительных заряда $q_1 = q_2 = 1$ мкКл. Найти напряженность и потенциал электрического поля в третьей вершине треугольника.

Решение. По принципу суперпозиции напряженность поля в точке A

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{A1} + \vec{E}_{A2},$$

где E_{A1} , E_{A2} – напряженности полей, создаваемых зарядами q_1 и q_2 в точке A .



Поскольку заряды q_1 и q_2 точечные, то $E_{A1} = E_{A2} = \frac{q}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 a^2}$.

Подставляя $\varepsilon = 1$; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, получим

$$E_{A1} = E_{A2} = \frac{10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} (0,5)^2} =$$

$$= 36 \cdot 10^3 \text{ В/м} = 36 \text{ кВ/м.}$$

Сложив по правилу параллелограмма векторы E_{A1} и E_{A2} , найдем напряженность суммарного поля в точке A . По теореме косинусов имеем

$$E_A^2 = E_{A1}^2 + E_{A2}^2 + 2E_{A1} \cdot E_{A2} \cdot \cos \alpha, \quad \alpha = 60^\circ;$$

$$E_A^2 = 2E_{A1}^2 + 2E_{A1}^2 \cdot \cos 60^\circ = 2E_{A1}^2 + 2E_{A1}^2 \cdot 0,5 = 3E_{A1}^2;$$

$$E_A = E_{A1} \sqrt{3}; \quad E_A = 36 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3} = 62,4 \cdot 10^3 \text{ В/м} = 62,4 \text{ кВ/м.}$$

Потенциал поля, создаваемого зарядами q_1 и q_2 в точке A :

$$\Phi_A = \Phi_{A1} + \Phi_{A2};$$

$$\Phi_{A1} = \Phi_{A2} = \frac{q}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 a};$$

$$\Phi_{A1} = \Phi_{A2} = \frac{10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5} = 18 \cdot 10^3 \text{ В} = 18 \text{ кВ};$$

$$\Phi_A = 2\Phi_{A1} = 2 \cdot 18 \cdot 10^3 = 36 \text{ кВ.}$$

1.3 Задания для решения на практических занятиях

Задачи

1. Два одинаковых заряда, находящиеся на маленьких шариках, отстоящих друг от друга на 4 см, взаимодействуют в вакууме с силой 10 мН. Определить (в нКл) величину зарядов.

2. С какой силой взаимодействуют два заряда 61 нКл и 20 мкКл на расстоянии 61 см друг от друга в жидкости с диэлектрической проницаемостью 75?

3. Напряженность электрического поля Земли 117 В/м и направлена вертикально вниз. Какое ускорение будет иметь пылинка массой 25 мкг, несущая отрицательный заряд 437 пКл? Сопротивление воздуха не учитывать.

4. Вычислить ускорение, сообщаемое одним электроном другому, находящемуся от первого на расстоянии 47 см.

5. В двух противоположных вершинах квадрата со стороной 16 см находятся заряды по 73 пКл. Найти напряженность поля и потенциал в двух других вершинах квадрата.

6. Очень длинная тонкая прямая проволока несет заряд, равномерно распределенный по ее длине. Определить линейную плотность заряда, если напряженность поля на расстоянии 77 см от проволоки равна 24 В/см.

7. Поверхностная плотность заряда на проводящем шаре равна 347 нКл/м². Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной на расстояние 2 радиусов шара от его центра.

8. В вершинах квадрата со стороной 57 см поочередно расположены два положительных и два отрицательных заряда по 155 пКл каждый. Определить напряженность и потенциал электрического поля в центре квадрата.

9. Шарик радиусом 97 мм изготовлен из диэлектрика и заряжен электричеством с объемной плотностью заряда 13 нКл/м³. Какова напряженность поля на расстоянии 437 мм от центра шарика? Диэлектрическая проницаемость материала шарика равна 7.

10. В вершинах правильного шестиугольника со стороной 30 см помещаются точечные заряды одного знака и одинаковой величины 86 нКл. Найти напряженность поля в центре шестиугольника.

Тесты

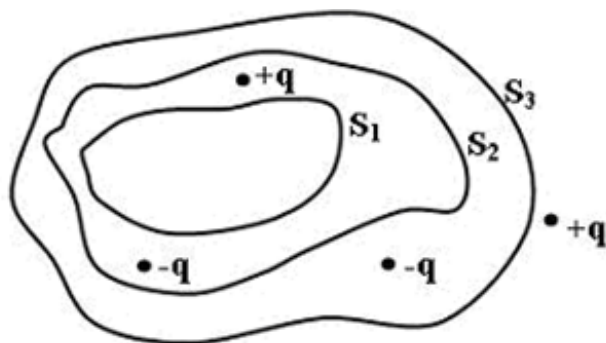
1. Относительно статических электрических полей справедливы утверждения:

- а) электростатическое поле действует на заряженную частицу с силой, не зависящей от скорости частицы;
- б) силовые линии электростатического поля замкнуты;
- в) циркуляция вектора напряженности вдоль произвольного замкнутого контура равна нулю.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в.

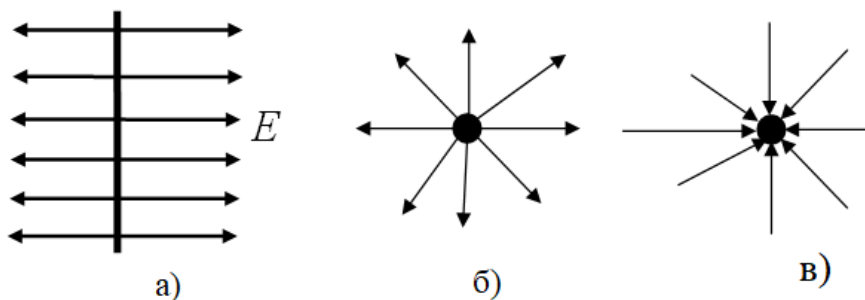
2. Дана система точечных зарядов в вакууме и замкнутые поверхности S_1 , S_2 , и S_3 . Через какие поверхности поток вектора напряженности электростатического поля равен нулю?

- а) S_3 ; б) S_1 ; в) S_2 .



Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в.

3. На каком из предложенных рисунков графически изображено электростатическое поле положительных зарядов?

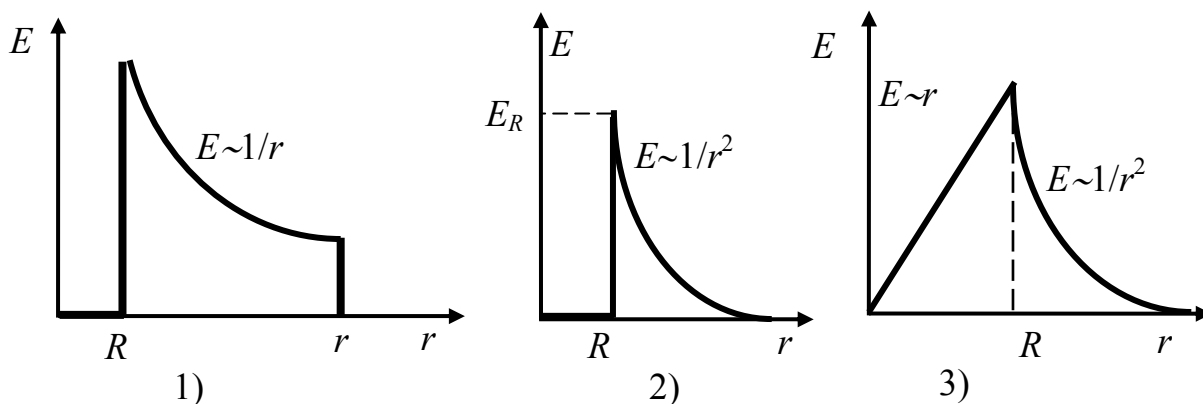


Ответы: 1) а; 2) б); 3) в; 4) а, б; 5) а, в; 6) б, в.

4. По какой из указанных формул можно рассчитать напряженность поля равномерно заряженной сферы?

$$1) \oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i; \quad 2) E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}; \quad 3) E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}; \quad 4) E = \frac{r\rho}{3\epsilon_0}.$$

5. На каком из приведенных рисунков правильно показана зависимость напряженности поля E от расстояния от центра равномерно заряженного сплошного шара радиусом R ?



1.4 Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. С какой силой взаимодействуют два заряда 52 нКл и 20 мкКл на расстоянии 52 см друг от друга в жидкости с диэлектрической проницаемостью 30?

2. Два точечных заряда (19 нКл и -38 нКл) находятся в воздухе на расстоянии 42 см друг от друга. Определить напряженность поля, создаваемого этими зарядами, в точке на расстоянии 27 см от первого и 23 см от второго заряда.

3. Электрон, двигаясь из состояния покоя в электрическом поле, достиг скорости $1 \cdot 10^3$ км/с. Какую разность потенциалов прошел электрон?

4. Две плоские пластины площадью 48 см^2 , заряженные равными по величине зарядами, притягиваются с силой 3 Н, находясь в жидкости с диэлектрической проницаемостью 64. Расстояние между пластинами много меньше их линейных размеров. Определить (в мкКл) находящиеся на них заряды.

5. Определить, до какого потенциала заряжен проводящий уединенный шар, если в точках, удаленных от его поверхности в вакууме на расстояние 3 см и 24 см, потенциалы равны соответственно 355 В и 131 В.

6. Вычислить ускорение, сообщаемое одним электроном другому, находящемуся от первого на расстоянии 15 см.

7. На двух одинаковых капельках воды находится равное количество лишних электронов. Их число равно 2387. Сила электрического отталкивания капелек уравнивает силу их гравитационного взаимодействия. Найти (в мм) радиус капельки.

8. Капелька массой 347 мкг находится в равновесии в однородном электрическом поле с напряженностью 561 В/м. Определить заряд капельки.

9. В вершинах квадрата со стороной 47 см находятся одинаковые одноименные заряды по 64 нКл. Какой заряд противоположного знака (в нКл) необходимо поместить в центре квадрата, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю?

10. Потенциал электрического поля имеет вид $\varphi = 10(x^2 + y^2) + 20z^2$ (В). Найти модуль напряженности поля в точке с координатами $x = 137$ см, $y = 481$ см, $z = 183$ см.

Ответы на задачи

Номер задачи	1	2	3	4	5
Ответ	1153	7723	638,1	4,039	469,6

Номер задачи	6	7	8	9	10
Ответ	$1,124 \cdot 10^4$	1,017	$6,062 \cdot 10^{-9}$	61,25	123,9

Тесты

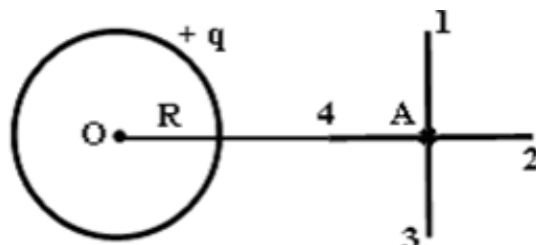
1. Точка A расположена вблизи положительного заряда, точка B – вблизи отрицательного, а точка C – далеко от этих зарядов. В какой из этих точек потенциал поля имеет максимальное значение?

1) A ; 2) B ; 3) C ; 4) потенциал поля в точках A , B и C имеет равные значения.

2. В электростатическом поле положительный точечный заряд может перемещаться из точки A в точку B по двум дугам различного радиуса и по хорде. При перемещении по какому из путей будет совершена наименьшая работа?

1) по дуге большего радиуса; 2) по дуге меньшего радиуса;
3) по хорде; 4) работа одинакова во всех случаях.

3. Поле создано равномерно заряженной сферической поверхностью с зарядом $+q$. Указать направление вектора градиента потенциала в точке А.



Ответы: 1) А – 4; 2) А – 2; 3) А – 3; 4) А – 1.

4. Какое из перечисленных ниже утверждений говорит о потенциальности электростатического поля (ЭП)?

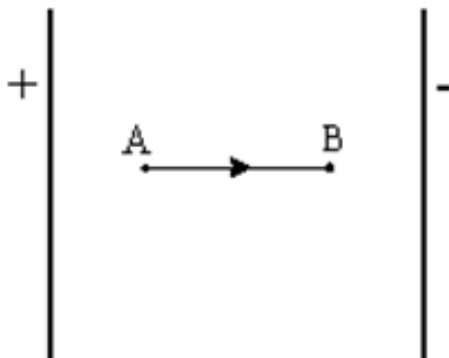
1) циркуляция вектора напряженности ЭП равна электродвижущей силе;

2) напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создал бы каждый из зарядов системы в отдельности;

3) силовые линии ЭП начинаются на положительно заряженных телах, а заканчиваются на отрицательно заряженных;

4) работа ЭП по перемещению точечного заряда по замкнутому контуру равна нулю.

5. В электрическом поле плоского конденсатора перемещается заряд $+q$ в направлении, указанном стрелкой.



Тогда работа сил поля на участке АВ: 1) отрицательна; 2) положительна; 3) равна нулю.

Ответы на тесты

Номер теста	1	2	3	4	5
Номер ответа	1	4	2	4	2

Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается смысл релятивистской инвариантности элементарного электрического заряда?
2. Что такое точечный заряд?
3. Как определить направление результирующего вектора напряженности электрического поля системы зарядов?
4. Что такое силовая линия электрического поля?
5. В чем суть теоремы Остроградского – Гаусса для электростатического поля?
6. Как связаны между собой напряженность и потенциал электрического поля?
7. Чему равна циркуляция вектора напряженности электростатического поля?

2 ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

2.1 Поляризация диэлектриков

Все известные в природе вещества в соответствии с их способностью проводить электрический ток делятся на три основных класса: диэлектрики (слово придумал Фарадей), полупроводники и проводники. Удельная проводимость проводников $\sigma_{\text{пр}} = 10^6 - 10^8 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, у диэлектриков (изоляторов) она составляет $\sigma_{\text{д}} = 10^{-8} - 10^{-18} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ и меньше. Полупроводники занимают промежуточную область – $\sigma_{\text{п/п}} = 10^7 - 10^8 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. Таким образом,

$$\sigma_{\text{д}} < \sigma_{\text{п/п}} < \sigma_{\text{пр}} .$$

В идеальном диэлектрике свободных зарядов нет, т.е. нет зарядов, способных перемещаться на значительные расстояния. Любое вещество состоит из атомов, а атом имеет положительно заряженное ядро и отрицательно заряженную электронную оболочку, окружающую ядро. Под действием электрического поля заряды смещаются относительно друг друга. Это явление называется поляризацией. Способность к поляризации является основным свойством диэлектриков.

Заряды смещаются под действием внешнего электрического поля. В результате каждая пара зарядов образует электрический дипольный момент (рисунок 2.1): $p' = ql'$.

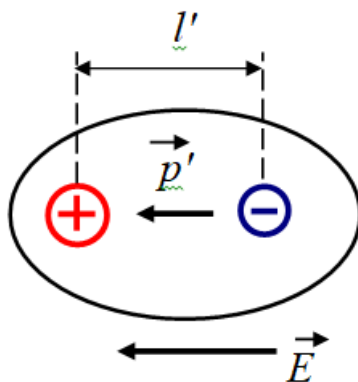


Рисунок 2.1

Величина электрического дипольного момента p' пропорциональна величине напряженности электрического поля E в месте нахождения молекулы:

$$\vec{p}' = \alpha \varepsilon_0 \vec{E},$$

где α – константа, называемая поляризуемостью молекулы.

Молекулы, из которых состоят вещества, бывают полярные (имеющие собственный электрический момент) и неполярные. Соответствующие диэлектрики называются полярными и неполярными. Полярные диэлектрики поляризуются сильнее. У них всегда относительная диэлектрическая проницаемость ε больше.

На внешних поверхностях диэлектрика, примыкающих к электродам, возникают заряды противоположного электродам знака (рисунок 2.2). Эти заряды называются связанными. Заряды диполей, расположенные внутри диэлектрика, компенсируют друг друга. На рисунке 2.2 обозначены: E_0 – внешнее электрическое поле; E' – усредненное поле связанных зарядов; E – результирующее электрическое поле в диэлектрике; $+\sigma$ и $-\sigma$ – поверхностная плотность связанных зарядов.

Из рисунка 2.2 следует, что образец в целом приобретает электрический момент

$$p = ql = \sigma Sl,$$

где S – площадь заряженной поверхности.

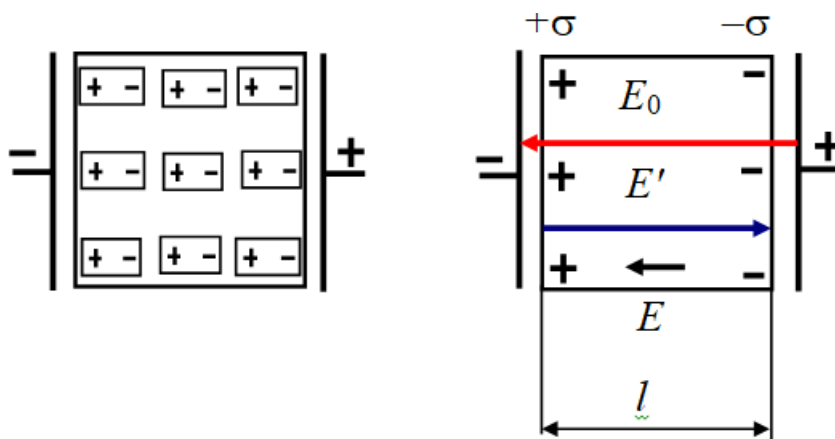


Рисунок 2.2

С другой стороны, поляризация диэлектрика численно характеризуется дипольным моментом единицы объема. Он численно ра-

вен произведению числа элементарных диполей n , содержащихся в единице объема, на величину электрического момента диполя p' .

Дипольный момент единицы объема называется вектором поляризации:

$$\vec{P} = n \sum_{i=1}^N \vec{p}'_i.$$

В общем случае $\sigma = P_n$. Поверхностная плотность связанных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в данной точке поверхности.

Таким образом, индуцированный в диэлектрике электрический момент будет влиять только на нормальную составляющую напряженности электрического поля.

Вектор поляризации в СИ можно записать следующим образом:

$$\vec{P} = \alpha \varepsilon_0 \vec{E} n,$$

где α – поляризуемость молекулы; E – фактически действующее поле внутри диэлектрика; n – концентрация молекул.

Произведение $\alpha n = \chi$ – это диэлектрическая восприимчивость, макроскопическая безразмерная величина, характеризующая поляризацию единицы объема. Тогда запишем

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}.$$

Усредненное поле связанных зарядов E' может быть рассчитано как поле, созданное поверхностными связанными зарядами $+\sigma$ и $-\sigma$:

$$E' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{P}{\varepsilon_0} \quad \text{или} \quad \vec{E}' = \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}.$$

Тогда напряженность поля в диэлектрике будет

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'.$$

Или перепишем в скалярной форме:

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\chi \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E.$$

Преобразуем и получим

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi}.$$

Сумма в знаменателе – это относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1 + \chi$.

Физический смысл относительной диэлектрической проницаемости ε заключается в том, что ее величина показывает, во сколько раз электрическое поле ослабляется в диэлектрике:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектриками называется группа кристаллических диэлектриков, получивших свое название по первому исследованному (в 1920 году) веществу такого типа – сегнетовой соли ($\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$). Примером очень яркого сегнетоэлектрика является титанат бария (BaTiO_3). Для сегнетоэлектриков характерно резкое возрастание величины относительной диэлектрической проницаемости $\varepsilon \gg 1$ в определенном интервале температур (или ниже определенной температуры T_C , называемой точкой Кюри). Например, для титаната бария ε составляет несколько тысяч.

Относительная диэлектрическая проницаемость ε и диэлектрическая восприимчивость χ являются функциями напряженности электрического поля E в веществе. Вследствие этого в сегнетоэлектриках зависимость между векторами поляризации P и напряженностью электрического поля E является нелинейной (рисунок 2.3):

$$\varepsilon = f(E); \quad \chi = f(E); \quad \vec{P} = f(\vec{E}).$$

Из нелинейной зависимости вектора поляризации от напряженности следует, что и относительная диэлектрическая проницаемость зависит от напряженности электрического поля нелинейно.

Монокристалл сегнетоэлектрика разбит на самопроизвольно поляризованные области, называемые доменами. Самопроизвольная (спонтанная) поляризация доменов является результатом ориентации дипольных моментов внутри домена в определенном направлении и обусловлена кристаллической структурой вещества.

В отсутствие внешнего электрического поля векторы поляризации в различных доменах ориентированы хаотически и для большого кристалла или поликристалла в среднем суммарная поляризация равна нулю. Под действием электрического поля в сегнетоэлектриках происходит переориентация электрических моментов доменов и в кристалле появляется суммарная поляризация, отличная от нуля. Это обусловлено изменением кристаллической структуры сегнетоэлектрика (рисунок 2.4).

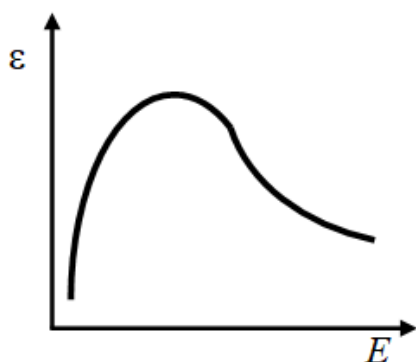


Рисунок 2.3

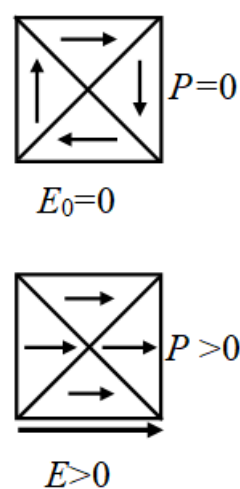


Рисунок 2.4

При $T > T_C$ силы взаимодействия между диполями не могут противодействовать тепловому движению молекул, спонтанная поляризация доменов нарушается и сегнетоэлектрик превращается в обычный полярный диэлектрик. Резкое изменение теплоемкости вещества в точке Кюри является доказательством того, что в точке Кюри происходит фазовый переход второго рода. Выше точки Кюри T_C существует неупорядоченная фаза, и в отсутствие внешнего электрического поля диэлектрик не поляризован. При температурах ниже точки Кюри имеется упорядоченная фаза, признаком которой является спонтанная поляризация в доменах. Внутри домена $P = P_{\max}$.

В некоторых сегнетоэлектриках переориентация доменов происходит в определенном температурном интервале – между верхней и нижней точками Кюри. Для сегнетовой соли это 298 К и 258 К.

В сегнетоэлектриках наблюдается явление диэлектрического гистерезиса (запаздывания). Из рисунка 2.5 видно, что с увеличением напряженности внешнего электрического поля E модуль вектора поляризации P , возрастая, достигает насыщения. При уменьшении E до нуля у сегнетоэлектрика сохраняется остаточная поляризация, характеризуемая значением P_0 вектора поляризации. Поляризация исчезает полностью лишь под действием электрического поля противоположного направления с напряженностью $-E_K$, называемой коэрцитивной силой. Периодическое изменение поляризации сегнетоэлектрика связано с затратой электрической энергии, расходуемой на нагревание вещества.

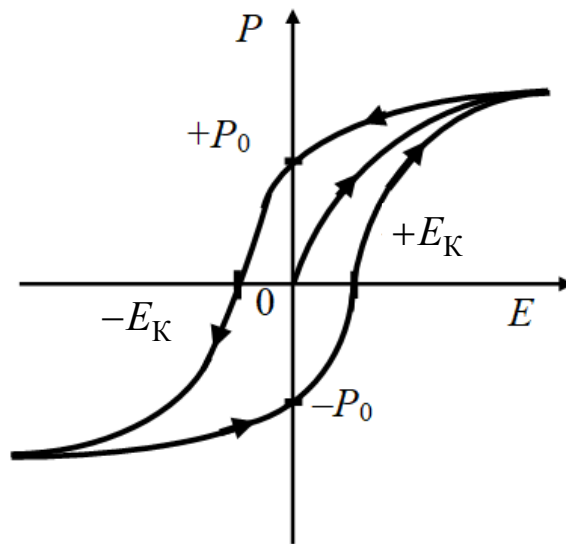


Рисунок 2.5

Площадь петли гистерезиса пропорциональна электрической энергии, которая превращается во внутреннюю энергию в единице объема сегнетоэлектрика за один цикл.

Вектор электрического смещения (электрическая индукция)

При переходе электрического поля из одной диэлектрической среды в другую с разными относительными диэлектрическими проницаемостями ϵ напряженность электрического поля изменяется скачком (рисунок 2.6):

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}, \quad E_1 = E_2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}.$$

Главной задачей электростатики является нахождение величины вектора напряженности электрического поля E в различных электрических устройствах (кабелях, конденсаторах и др.). Расчеты сами по себе не просты, а разнообразие диэлектриков и проводников еще более усложняет эту работу.

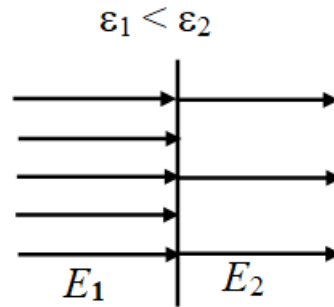


Рисунок 2.6

Для упрощения расчетов была введена новая векторная величина – вектор электрического смещения (электрическая индукция)

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}.$$

Нормальная составляющая вектора D остается неизменной при переходе из одной диэлектрической среды в другую. Это облегчает расчет полей. Зная D и ε , можно определить напряженность:

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Распишем вектор D :

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} = (1 + \chi)\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \chi\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}.$$

Вектор D есть сумма двух векторов различной природы. Вектор E – это главная характеристика поля, напряженность. Вектор P – это вектор поляризации, определяющий электрическое состояние вещества в электрическом поле. В СИ он измеряется в кулонах на метр квадратный (Кл/м²).

Для точечного заряда, например, получается

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}.$$

Для вектора электрической индукции D имеет место принцип суперпозиции, как и для вектора напряженности E .

Поток вектора электрического смещения

Аналогично потоку вектора E можно ввести понятие потока вектора D :

$$\Phi_E = \int_S E_n dS, \quad \Phi_D = \int_S D_n dS.$$

В однородном электрическом поле поток вектора электрической индукции определяется выражением

$$\Phi_D = DS \cos \alpha = D_n S.$$

Как известно, теорема Остроградского – Гаусса для вектора E имеет вид

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Так как $\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon\epsilon_0}$, то теорема Остроградского – Гаусса для вектора D запишется

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum q_i.$$

Отсюда становится ясным смысл введения вектора D .

Поток вектора электрического смещения D через любую замкнутую поверхность определяется только свободными зарядами, а не всеми зарядами внутри объема, ограниченного данной поверхностью (рисунок 2.7).

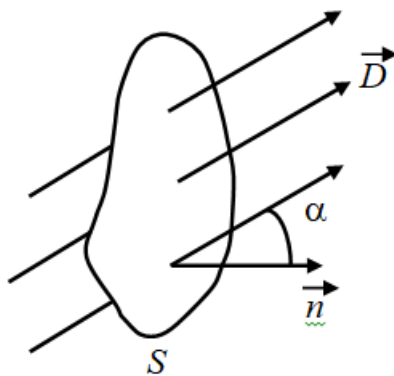


Рисунок 2.7

Это позволяет не рассматривать связанные (поляризационные) заряды, влияющие на величину вектора напряженности E , что упрощает решение многих задач.

Рассмотрим поведение векторов E и D на границе раздела двух бесконечно протяженных однородных изотропных диэлектриков. Пусть на границе раздела диэлектриков находится сторонний поверхностный заряд. Искомые условия можно получить с помощью двух теорем: теоремы о циркуляции вектора E и теоремы Остроградского – Гаусса для вектора D :

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = 0; \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{\text{св}}.$$

Условие для вектора E :

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}.$$

Таким образом, тангенциальная составляющая вектора E оказывается одинаковой по обе стороны границы раздела, т.е. не претерпевает скачка.

Условие для вектора D :

$$D_{1n} = D_{2n}.$$

В этом случае нормальная составляющая вектора D скачка не испытывает, она оказывается одинаковой по разные стороны границы раздела.

Таким образом, если на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков нет сторонних зарядов, то при переходе этой границы составляющие E_τ и D_n изменяются непрерывно, без скачка. А компоненты E_n и D_τ претерпевают скачок.

Пусть $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. На границе раздела возникают поляризационные заряды с поверхностной плотностью σ_1 и σ_2 (рисунок 2.8).

Дополнительное электрическое поле, создаваемое этими зарядами (E'), перпендикулярно поверхности раздела. Поэтому нормальные составляющие напряженности электрического поля будут изменяться, а тангенциальные – нет:

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; \quad E_{\tau 1} = E_{\tau 2};$$

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{E_{n1}}{E_{\tau 1}}; \quad \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{E_{n2}}{E_{\tau 2}};$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Следовательно, будет происходить изменение направления вектора E при переходе из одной диэлектрической среды в другую (рисунок 2.9).

Рассмотрим теперь, как будет вести себя вектор электрической индукции на границе раздела двух диэлектриков (рисунок 2.10).

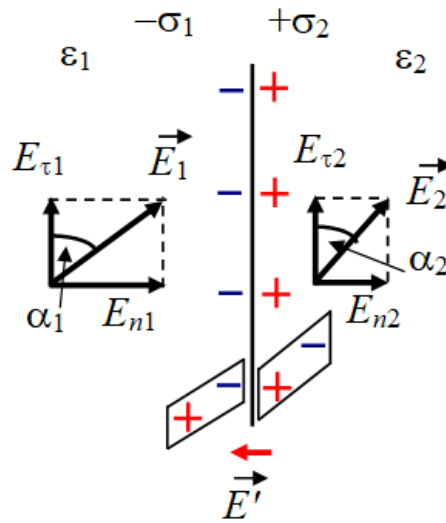


Рисунок 2.8

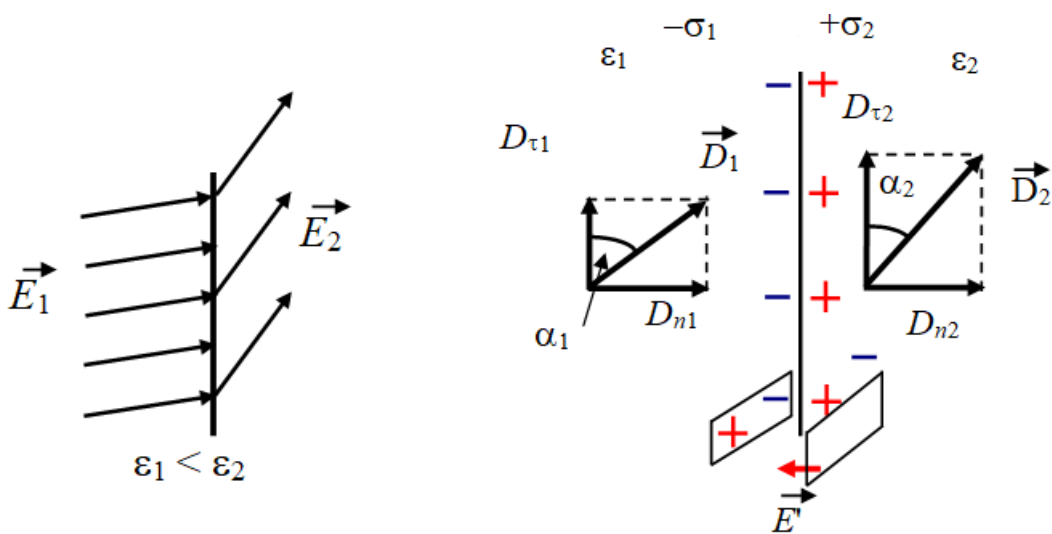


Рисунок 2.9

Рисунок 2.10

Мы знаем, что

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_1 \varepsilon_0 \vec{E}_1, \quad \vec{D}_2 = \varepsilon_2 \varepsilon_0 \vec{E}_2.$$

Соответственно для проекций запишем

$$D_{n1} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{n1}, \quad D_{\tau1} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{\tau1},$$

$$D_{n2} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{n2}, \quad D_{\tau2} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{\tau2}, \quad \varepsilon_2 > \varepsilon_1.$$

Таким образом, еще раз показали, что нормальная составляющая вектора не изменяется при переходе из одной диэлектрической среды в другую:

$$D_{n1} = D_{n2}, \quad \frac{D_{\tau1}}{D_{\tau2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{D_{n1}}{D_{\tau1}}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{D_{n2}}{D_{\tau2}}, \quad \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{D_{\tau2}}{D_{\tau1}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Тангенциальная составляющая вектора D изменяется при $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$: $D_{\tau1} > D_{\tau2}$ (рисунок 2.11).

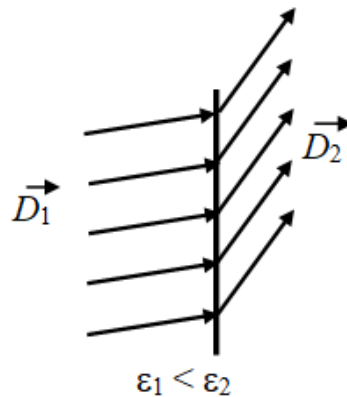


Рисунок 2.11

Вектор D преломляется в ту же сторону и под тем же углом, что и вектор E :

$$\Phi_D = \int_S D_n dS.$$

Так как $D_{n1} = D_{n2}$, то теорема Остроградского – Гаусса справедлива при наличии границы раздела двух диэлектриков любой формы.

2.2 Проводники в электростатическом поле

Распределение электрических зарядов на проводнике

В проводниках имеются электрически заряженные частицы – носители заряда (электроны в металлах и ионы в электролитах), способные перемещаться по всему объему проводника под действием внешнего электрического поля.

Носителями зарядов в металлах являются электроны проводимости.

При отсутствии электрического поля металлический проводник электрически нейтрален, так как положительные и отрицательные заряды компенсируют друг друга. При внесении металлического проводника во внешнее электрическое поле электроны проводимости перемещаются (перераспределяются) до тех пор, пока всюду внутри проводника электрическое поле электронов проводимости и положительных ионов не скомпенсирует внешнее электрическое поле. Таким образом, в любой точке внутри проводника, находящегося в электростатическом поле, $E = 0$ (рисунок 2.12).

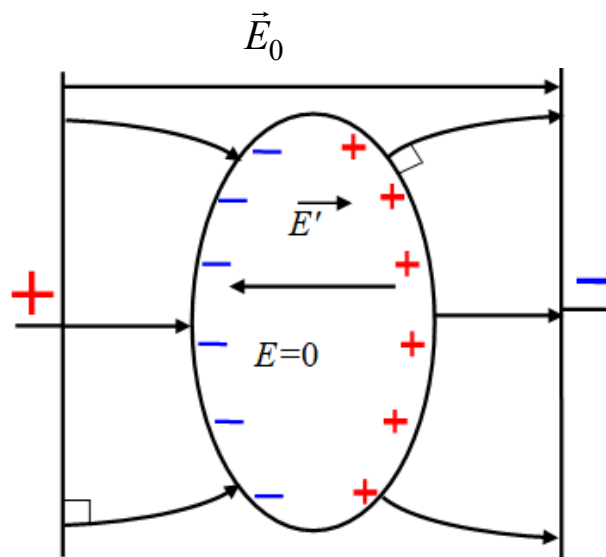


Рисунок 2.12

Вектор E должен быть направлен по нормали к поверхности проводника, иначе под действием составляющей E_{τ} , касательной к поверхности металла, заряды перемещались бы по проводнику. А это противоречит их статическому распределению.

В установившемся состоянии:

1) во всех точках внутри проводника напряженность электростатического поля равна нулю ($E = 0$), а во всех точках его поверхности $E = E_n$ ($E_\tau = 0$);

2) весь объем проводника, находящегося в электростатическом поле, эквипотенциален. Действительно, в любой точке внутри проводника

$$\frac{d\varphi}{dl} = -E = 0, \text{ то есть } \varphi = \text{const};$$

3) поверхность проводника тоже эквипотенциальна. Для любой линии на поверхности проводника можно записать

$$\frac{d\varphi}{dl} = -E_\tau = 0, \text{ то есть } \varphi_{\text{пов}} = \text{const};$$

4) в заряженном проводнике не скомпенсированные заряды располагаются только на поверхности проводника. Их расталкивают кулоновские силы.

Напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника прямо пропорциональна поверхностной плотности зарядов σ :

$$E_n = \frac{D_n}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Электроемкость

Сообщенный проводнику заряд распределяется по его поверхности так, чтобы напряженность поля внутри проводника была равна нулю. Такое распределение заряда является единственно возможным. Если проводнику, уже несущему заряд q , сообщить еще заряд, то второй заряд должен распределиться по проводнику точно таким же образом, как и первый заряд, т.е. чтобы внутри проводника $E = 0$. Все это справедливо для уединенного проводника. Если вблизи находятся другие тела, то появляются индуцированные заряды и они могут исказить идеальную картину.

Итак, различные по величине заряды распределяются на уединенном проводнике подобным образом (отношение плотностей заряда в двух произвольных точках поверхности проводника при любом заряде будет одним и тем же).

Отсюда вытекает, что потенциал уединенного проводника пропорционален находящемуся на нем заряду:

$$q = C\varphi.$$

Коэффициент пропорциональности между потенциалом и зарядом называется электроемкостью:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Емкость численно равна заряду, сообщение которого проводнику вызывает повышение его потенциала на единицу.

В СИ емкость измеряется в фарадах: $1 \text{ Ф} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ В}}$.

Емкость уединенного шара

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

Емкость 1 Ф очень большая величина – это емкость уединенного шара радиусом $9 \cdot 10^9$ м (для сравнения: радиус Земли равен $6,378 \cdot 10^6$ м).

Уединенные проводники обладают небольшой электроемкостью. Вместе с тем необходимы устройства, которые при небольших размерах конденсируют большое количество заряда. Такие устройства называют конденсаторами. В них используется явление возрастания емкости проводника при приближении к нему других тел. Индуцированные заряды одного тела подтягивают к себе заряды другого тела и потенциал проводника уменьшается.

Конденсатор – это два проводника, расположенных близко друг от друга, которые называются обкладками. Чтобы внешние тела не оказывали влияние на емкость конденсаторов, обкладкам придают такую форму и так располагают друг относительно друга, чтобы поле, создаваемое зарядом конденсатора, было сосредоточено внутри конденсатора. Этому условию удовлетворяют две пластины, два коаксиальных (имеющих одну ось) цилиндра, две концентрические сферы (имеющие общий центр) (рисунок 2.13).

Соответственно бывают плоские, цилиндрические и сферические конденсаторы. Так как электрическое поле заключено внутри конденсатора, то и линии электрического смещения начинаются на

положительной обкладке и заканчиваются на отрицательной обкладке, никуда не исчезая. Следовательно, заряды на обкладках противоположны по знаку и одинаковы по величине (рисунок 2.14).

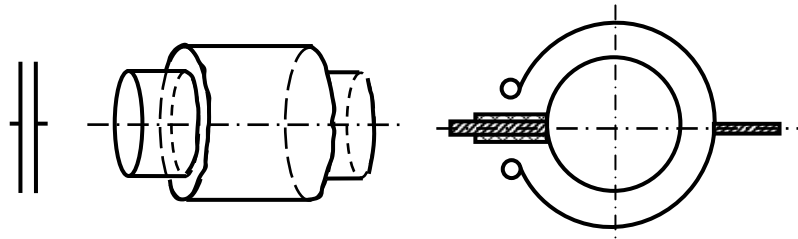


Рисунок 2.13

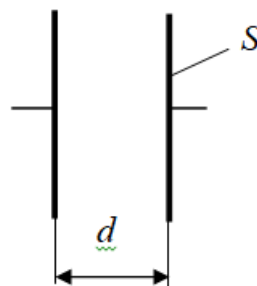


Рисунок 2.14

Емкость конденсатора определяется выражением

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

где U – напряжение между обкладками.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Помимо емкости, каждый конденсатор характеризуется рабочим напряжением $U_{\text{раб}}$, для высоковольтных конденсаторов в качестве характеристики используется пробивное напряжение $U_{\text{пр}}$ (максимально допустимое напряжение).

При параллельном соединении конденсаторов общим (одинаковым) является напряжение U (рисунок 2.15).

При этом суммарная емкость конденсаторов

$$C = \sum_{i=1}^N C_i.$$

При последовательном соединении конденсаторов их крайние обкладки заряжаются разноименными зарядами $\pm q$ (рисунок 2.16). Вследствие электростатической индукции на всех промежуточных пластинах наводятся заряды, также численно равные $\pm q$. Следовательно, одинаковым для конденсатора является заряд q .

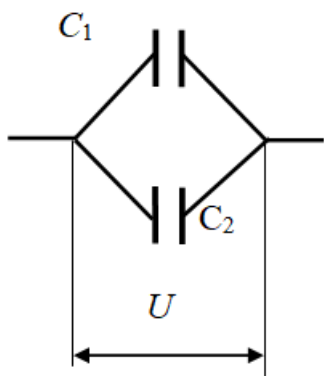


Рисунок 2.15

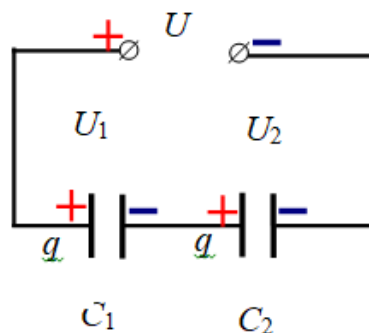


Рисунок 2.16

При последовательном соединении конденсаторов общая емкость рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}.$$

Если необходимо увеличить емкость, то конденсаторы соединяют в батарею параллельно. Если необходимо повысить рабочее напряжение, конденсаторы соединяют в батарею последовательно, но при этом емкость уменьшается.

Энергия заряженного проводника

Заряд q , находящийся на некотором проводнике, можно рассматривать как систему точечных зарядов q_i . Ранее мы получили выражение для энергии взаимодействия системы зарядов

$$W_{\Pi} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varphi_i q_i,$$

где φ_i – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме заряда q_i в той точке, где он помещается.

Поверхность проводника является эквипотенциальной. Поэтому потенциалы тех точек, в которых находятся точечные заряды q_i ,

одинаковы и равны потенциалу φ проводника. Воспользовавшись предыдущим выражением, получим формулу для энергии заряженного проводника:

$$W_{\Pi} = \frac{1}{2} \sum \varphi q_i = \frac{1}{2} \varphi \sum q_i = \frac{1}{2} \varphi q.$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Энергию конденсатора можно переписать в другой форме:

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} qU.$$

Возникает вопрос: где сосредоточена энергия конденсатора? На обкладках, т.е. на зарядах? А может быть, она сосредоточена в пространстве между обкладками, т.е. в электрическом поле? Только опыт может дать ответ на этот вопрос.

В пределах электростатики дать ответ на этот вопрос невозможно. Заряды и поля, которые они создают, не могут существовать обособленно. Их нельзя разделить. Однако переменные поля могут существовать независимо от возбуждающих их зарядов (например, излучение Солнца, радиоволны) и они переносят энергию. Эти факты заставляют признать, что носителем энергии является поле. Рассмотрим энергию в плоском конденсаторе:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S U^2}{2d} \left| \frac{d}{d} \right| = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \left(\frac{U}{d} \right)^2 Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V;$$

$$\frac{U}{d} = E, \quad Sd = V.$$

Если поле однородно, то заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной объемной плотностью $W^* = W/V$.

Эта формула справедлива и для неоднородного поля, где напряженность поля E – значение напряженности поля в данной точке:

$$W^* = \frac{ED}{2},$$

так как $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$, то можно записать

$$W^* = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

2.3 Примеры решения задач

1. Сплошной диэлектрический шар ($\varepsilon = 3$) радиусом $R = 5$ см заряжен равномерно с объемной плотностью заряда $\rho = 10$ нКл/м³. Определить энергию электростатического поля, заключенную внутри шара:

$$dW = w dV,$$

где объемная плотность энергии $w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$; $E = \frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0}$ – напряженность электрического поля; D – электрическая индукция.

Решение. Элементарный объем $dV = 4\pi r^2 dr$.

$$\text{Поток вектора } D: \oint_S D_n dS = \int_V \rho dV, \quad D 4\pi r^2 = \rho \frac{4}{3} \pi r^3.$$

Тогда объемная плотность энергии будет

$$w = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\rho^2 r^2}{18\varepsilon\varepsilon_0}.$$

В итоге энергия внутри шара

$$\begin{aligned} W &= \int w dr = \int_0^R w 4\pi r^2 dr = \frac{\rho^2 4\pi}{18\varepsilon\varepsilon_0} \int_0^R r^4 dr = \frac{2\pi\rho^2 r^5}{9\varepsilon\varepsilon_0 \cdot 5} \Big|_0^R = \frac{2\pi\rho^2}{45\varepsilon\varepsilon_0} R = \\ &= \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-9})^2}{45 \cdot 3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} (0,05)^5 = 0,164 \text{ пДж.} \end{aligned}$$

2. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0 = 700$ В/м перпендикулярно ему поместили стеклянную пластинку ($\varepsilon = 7$) толщиной $d = 1,5$ мм и площадью $S = 200$ см².

Определить: 1) поверхностную плотность связанных зарядов σ' на стекле; 2) энергию электростатического поля, сосредоточенную в стеклянной пластине.

Решение. Напряженность поля в стекле $E = \frac{E_0}{\varepsilon}$, а электрическая индукция $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$, $D = \varepsilon_0 E + P$, где P – вектор поляризации, нормальная составляющая которого равна поверхностной плотности связанных зарядов:

$$\sigma' = P = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)E_0}{\varepsilon} = \frac{7(7 - 1) \cdot 700}{7} = 5,31 \text{ нКл/м}^2.$$

Энергия

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2\varepsilon} Sd = \\ = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} (700)^2}{2 \cdot 7} \cdot 200 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} = 9,29 \text{ пДж.}$$

3. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком ($\varepsilon = 7$). Площадь пластин конденсатора $S = 50 \text{ см}^2$. Определить поверхностную плотность связанных зарядов σ' на поверхности диэлектрика, если пластины конденсатора притягивают друг друга с силой $F = 1 \text{ мН}$.

Решение. Заряд на пластинах конденсатора $q = \sigma S$. Модуль силы притяжения пластин $|F| = \frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0}$. Отсюда $\sigma = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 F}{S}}$.

Напряженность поля между пластинами конденсатора $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \sqrt{\frac{2F}{\varepsilon\varepsilon_0 S}}$. Тогда поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике

$$\sigma' = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = (\varepsilon - 1) \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 F}{\varepsilon S}} = \\ = (7 - 1) \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{7 \cdot 50 \cdot 10^{-4}}} = 4,27 \text{ мкКл/м}^2.$$

4. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 1 \text{ м}^2$, расстояние между ними $d = 1,5 \text{ мм}$. Найти емкость конденсатора.

Решение. Емкость плоского конденсатора определяется соотношением $C = \varepsilon \varepsilon_0 S / d$. Для воздуха $\varepsilon = 1$.

Подставив числовые значения, получим

$$C = \frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 5,9 \text{ нФ}.$$

5. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0,01 \text{ м}^2$, расстояние между ними $d = 5 \text{ мм}$. К пластинам приложена разность потенциалов $U_1 = 300 \text{ В}$. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняют диэлектриком ($\varepsilon = 2,5$). Найти разность потенциалов U_2 между пластинами после заполнения диэлектриком, определить емкости конденсатора C_1 и C_2 и поверхностные плотности заряда σ_1 и σ_2 на пластинах до и после заполнения.

Решение. Так как заполнение диэлектриком происходит после отключения от источника напряжения, то заряд на пластинах сохраняется: $q = \text{const}$.

Поверхностная плотность заряда на пластинах $\sigma = q/S = \text{const}$;
 $E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{U}{d}$. После заполнения диэлектриком имеем $\sigma d = U_1 \varepsilon \varepsilon_0$ и $\sigma d = U_2 \varepsilon \varepsilon_0$. Приравниваем правые части

$$U_1 \varepsilon_1 = U_2 \varepsilon_2,$$

откуда $U_2 = \frac{U_1 \varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{300 \cdot 1}{2,5} = 120 \text{ В}.$

До и после заполнения конденсатора диэлектриком имеем

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{d} = \frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01}{5 \cdot 10^{-3}} = 17,7 \text{ пФ};$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d} = \frac{2,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01}{5 \cdot 10^{-3}} = 44,25 \text{ пФ}.$$

Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{q}{S} = \frac{C_1 U_1}{S} = \frac{17,7 \cdot 10^{-12} \cdot 300}{0,01} = 531 \text{ нКл/м}^2.$$

2.4 Задания для решения на практических занятиях

Задачи

1. Плоский воздушный конденсатор с горизонтальными пластинами наполовину залит жидкостью с диэлектрической проницаемостью 43. Какую часть конденсатора надо залить этой жидкостью при вертикальном расположении пластин, чтобы емкость не изменилась?

2. Для изготовления конденсатора использовали две ленты алюминиевой фольги длиной 530 см и шириной 8 см. Толщина ленты 414 мкм, диэлектрическая проницаемость материала ленты 43. Какая энергия запасена в конденсаторе, если он заряжен до напряжения 849 В?

3. Внутри шара из однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью 39 создано однородное электрическое поле с напряженностью 331 В/м. Найти максимальную поверхностную плотность связанных зарядов (в нКл/м²).

4. Площадь пластины плоского конденсатора 5973 см², а расстояние между ними 1028 мкм. Вблизи одной пластины находится диэлектрик с диэлектрической проницаемостью 10 и толщиной 366 мкм, а в остальной части – воздух. Найти (в пФ) емкость конденсатора.

5. Плоский воздушный конденсатор с площадью каждой пластины 438 см² и расстоянием между ними 394 мкм заряжают до напряжения 74 В и отключают от источника питания. Найти напряжение на конденсаторе, если пластины раздвинуть до расстояния 14 мм.

6. Расстояние между обкладками плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков. Толщины слоев соответственно равны 306 мкм и 180 мкм, а относительные диэлектрические проницаемости – 15 и 40. Площадь каждой обкладки 293 см². Найти емкость конденсатора (в нФ).

7. Находящаяся в вакууме диэлектрическая пластина ($\varepsilon = 41$) внесена в однородное электрическое поле с напряженностью 369 В/м. Угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля составляет 10° . Найти (в пКл/м²) плотность связанных зарядов на пластине.

8. Между обкладками плоского конденсатора находится изолирующая пластина толщиной 278 мкм с диэлектрической проницаемостью 5. Площадь каждой обкладки 501 см². Конденсатор заряжен до напряжения 440 В и отключен от источника. Какую механическую работу надо совершить, чтобы вынуть пластину из конденсатора? Трением пренебречь.

9. В однородное электрическое поле напряженностью 81 кВ/м помещена бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью 44. Пластина расположена перпендикулярно направлению вектора напряженности. Определить (в нКл/м²) поверхностную плотность связанных зарядов.

10. В центре диэлектрического шара ($\varepsilon = 49$) радиусом 37 см помещен заряд 25 нКл. Шар окружен безграничным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью 7. Определить поверхностную плотность поляризационных зарядов.

Тесты

1. Что характеризует вектор поляризации \vec{P} :

- 1) дипольный момент единицы объема диэлектрика;
- 2) дипольный момент атома (молекулы) диэлектрика;
- 3) величину, показывающую, во сколько раз электрическое поле возрастает в диэлектрике;
- 4) величину, показывающую, во сколько раз электрическое поле уменьшается в диэлектрике?

2. Указать выражения теоремы Гаусса для поля вектора электрического смещения \vec{D} :

а) $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$; б) $\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{\text{свободн}}$; в) $\nabla\vec{D} = \rho_{\text{свободн}}$;

г) $\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{\text{свободн}} + q_{\text{связан}}$; д) $\nabla\vec{D} = \rho_{\text{свободн}} + \rho_{\text{связан}}$.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д; 6) а, б; 7) а, в; 8) б, в; 9) а, г; 10) а, д; 11) г, д.

3. Воздушный конденсатор частично заполнен диэлектриком. В какой из его частей больше напряженность электрического поля E , а в какой – электрическое смещение D ?

а) электрическое смещение больше в области 1;

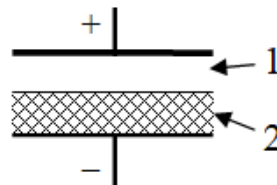
б) напряженность электрического поля больше в области 1;

в) электрическое смещение больше в области 2;

г) напряженность электрического поля больше в области 2;

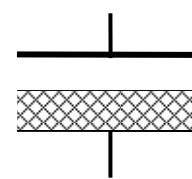
д) напряженность электрического поля одинакова в обеих областях;

е) электрическое смещение одинаково в обеих областях.

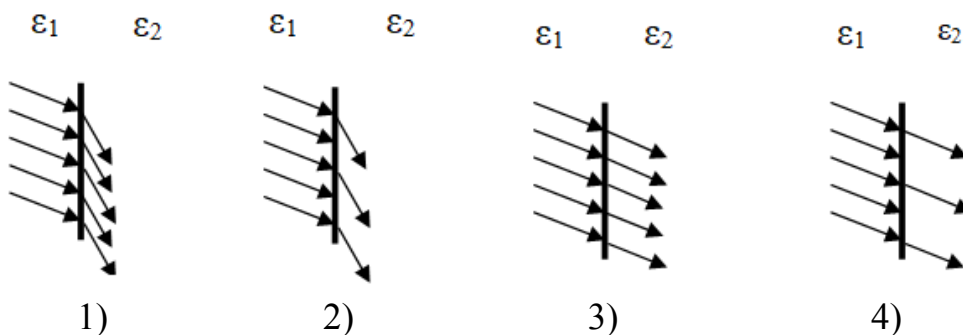


Ответы: 1) а, б; 2) а, г; 3) а, д; 4) б, в; 5) б, е; 6) в, г; 7) в, д; 8) д, е.

4. Найти (в пФ) емкость плоского конденсатора, изображенного на рисунке, половина объема которого заполнена диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью 3. Площадь каждой обкладки конденсатора равна 10 см^2 , а расстояние между ними 1 мм.



5. Указать номер рисунка, на котором изображены линии вектора электрической индукции \vec{D} на границе раздела двух диэлектриков с $\epsilon_1 < \epsilon_2$.



2.5 Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. Конденсатор емкостью 4 мкФ, заряженный до разности потенциалов 641 В, соединили параллельно с заряженным до 228 В конденсатором неизвестной емкости. В результате разность потенциалов на батарее конденсаторов стала равной 480 В. Определить (в мкФ) емкость второго конденсатора.

2. Конденсатор состоит из трех полосок металлической фольги площадью по 232 см^2 каждая, разделенных двумя слоями диэлектрика с диэлектрической проницаемостью 17 и толщиной 6583 мкм каждого слоя. Крайние полоски фольги соединены между собой. Определить (в нФ) емкость этого конденсатора.

3. Площадь каждой пластины плоского конденсатора 3596 см^2 , расстояние между ними 1292 мкм. В конденсаторе вблизи одной пластины находится диэлектрик с диэлектрической проницаемостью 40 и толщиной 385 мкм, а в остальной части – воздух. Определить (в пФ) емкость конденсатора.

4. Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора 479 см^2 , расстояние между ними 26 мм. К пластинам приложено напряжение 1 кВ. Конденсатор отключают от источника и пластины раздвигают до расстояния 50 мм. Определить, на какую величину изменится энергия конденсатора.

5. Конденсатор емкостью 2230 мкФ заряжен до разности потенциалов 561 В. После отключения от источника его соединили параллельно с незаряженным конденсатором емкостью 8524 мкФ. Какое количество энергии первого конденсатора израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

6. Заряд на обкладках плоского конденсатора $\pm 258 \text{ нКл}$. Между обкладками – диэлектрик. Его диэлектрическая проницаемость изменяется от 47 у положительной обкладки до 6 у отрицательной. Определить (в нКл) суммарный связанный заряд, возникающий во всем объеме диэлектрика.

7. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого 75 см^2 , заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью 22. Определить напряженность поля в конденсаторе, если заряд на каждой пластине равен 20 нКл.

8. В пространство между обкладками незаряженного плоского воздушного конденсатора вводят металлическую пластину, имеющую заряд 444 нКл, так, что между пластиной и обкладками остаются зазоры 1082 мкм и 215 мкм. Площади пластины и обкладок одинаковы и равны 160 см^2 . Найти разность потенциалов между обкладками конденсатора.

9. Между пластинами плоского конденсатора, площадь каждой пластины которого 4487 см^2 , помещен слоистый диэлектрик, состоящий из 6 слоев вещества с диэлектрической проницаемостью 15 и 7 слоев – с диэлектрической проницаемостью 20. Слои чередуются и каждый имеет толщину 219 мкм. Найти (в нФ) емкость конденсатора.

10. Для изготовления конденсатора использовали две ленты алюминиевой фольги длиной 187 см и шириной 3 см. Толщина ленты 497 мкм, а диэлектрическая проницаемость материала ленты 19. Какая энергия запасена в конденсаторе, если он заряжен до напряжения 533 В?

Ответы на задачи

Номер задачи	1	2	3	4	5
Ответ	2,556	1,06	3472	$7,525 \cdot 10^{-6}$	278,1

Номер задачи	6	7	8	9	10
Ответ	37,51	$1,361 \cdot 10^4$	1359	24,18	$2,696 \cdot 10^{-3}$

Тесты

1. Диэлектрическая восприимчивость – это ...

- 1) физическая величина, мера способности вещества поляризоваться под действием электрического поля;
- 2) физическая величина, показывающая, во сколько раз электрическое поле ослабляется в диэлектрике;
- 3) физическая величина, показывающая, во сколько раз электрическое поле усиливается в диэлектрике;
- 4) дипольный момент единицы объема диэлектрика.

2. Указать выражение, которое описывает напряженность электрического поля E вблизи поверхности заряженного проводника (σ – поверхностная плотность заряда; ϵ_0 – электрическая постоянная; q – заряд внутри проводника):

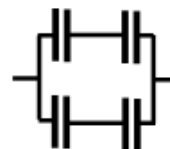
1) $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$; 2) $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$; 3) $E = \frac{q}{\epsilon_0}$; 4) $E = 0$.

3. Что происходит с атомами (молекулами) диэлектрика при помещении его в электростатическое поле?

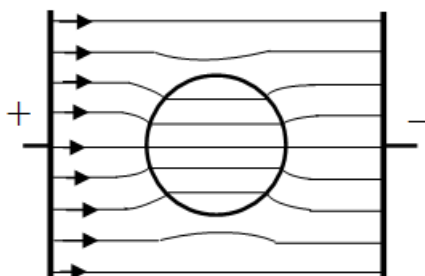
- а) положительные заряды смещаются по полю;
- б) отрицательные заряды смещаются против поля;
- в) положительные заряды движутся к отрицательному электроду;
- г) отрицательные заряды движутся к положительному электроду.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) а, б; 6) а, в; 7) б, г; 8) в, г.

4. Определить емкость батареи конденсаторов, соединенных по схеме, показанной на рисунке. Емкость каждого конденсатора равна 1 мкФ.



5. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено жидким диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_1 . В жидкости находится твердый диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_2 . Силовые линии имеют вид, показанный на рисунке. Линии какого вектора, электрической индукции \vec{D} или напряженности электрического поля \vec{E} , показаны на рисунке; какая диэлектрическая проницаемость больше?



- 1) линии \vec{D} ; $\epsilon_1 > \epsilon_2$;
- 2) линии \vec{D} ; $\epsilon_1 < \epsilon_2$;
- 3) линии \vec{D} ; $\epsilon_1 = \epsilon_2$;

- 4) линии \vec{E} ; $\epsilon_1 > \epsilon_2$;
- 5) линии \vec{E} ; $\epsilon_1 < \epsilon_2$;
- 6) линии \vec{E} ; $\epsilon_1 = \epsilon_2$.

Ответы на тест

Номер теста	1	2	3	4	5
Номер ответа	1	2	5	1	2

Вопросы для самоконтроля

1. В чем суть явления поляризации диэлектриков?
2. Что такое вектор поляризации?
3. Каков физический смысл относительной диэлектрической проницаемости?
4. Какие вещества называются сегнетоэлектриками?
5. Как связан вектор электрического смещения с вектором напряженности электрического поля и вектором поляризации?
6. Что такое поток вектора электрического смещения? Чем он отличается от потока вектора напряженности электрического поля?
7. Что такое электроемкость?

3 СТАЦИОНАРНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

3.1 Основы теории статического магнитного поля в вакууме

Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

Магнитным полем называется одна из форм проявления электромагнитного поля. Магнитное поле действует только на движущиеся электрически заряженные частицы и тела, на проводники с током и частицы и тела, обладающие магнитным моментом.

Магнитное поле создается проводниками с током, движущимися электрически заряженными частицами и телами, частицами и телами, обладающими магнитным моментом, а также изменяющимся во времени электрическим полем.

Рассмотрим пространство, в котором находятся заряды. Выделим один из них, его величину обозначим q . На этот заряд действует сила со стороны всех остальных зарядов. Она зависит от величин зарядов, от их взаимного расположения и от того, находится выделенный заряд и все остальные в движении или нет.

Многочисленными экспериментами установлено, что выражение для силы, действующей на выделенный заряд, в общем случае можно записать в виде

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}],$$

где \vec{v} – скорость заряда в рассматриваемой точке пространства.

Это выражение называется формулой Лоренца, а сила \vec{F} – силой Лоренца.

В формуле две части. Первая часть ($q\vec{E}$) не зависит от скорости движения заряда и определяет компонент силы, который действует как на движущийся, так и на неподвижный заряд. Вектор \vec{E} – это напряженность электрического поля, которую мы определяли как силу, действующую на неподвижный единичный электрический заряд, помещенный в некоторую точку пространства, со стороны других зарядов, расположенных в этом пространстве.

Вторая часть формулы ($q[\vec{v}, \vec{B}]$) определяет компонент силы, который возникает только тогда, когда при прохождении рассмат-

риваемой точки пространства выделенный заряд имеет отличную от нуля скорость. Вектор \vec{B} называется индукцией магнитного поля или магнитной индукцией. Магнитное поле в свою очередь может быть создано в рассматриваемом пространстве только при наличии движущихся зарядов. Индукцию магнитного поля \vec{B} уже нельзя, подобно напряженности \vec{E} , определить через силу, действующую в рассматриваемой точке пространства на движущийся со скоростью \vec{v} заряд. Эта сила, как следует из формулы Лоренца, зависит не только от модулей векторов \vec{v} и \vec{B} , но и от их взаимного расположения. Если $\vec{v} \parallel \vec{B}$, то $[\vec{v}, \vec{B}] = 0$, даже если $\vec{B} \neq 0$.

В настоящее время достоверно установлено, что стационарные электрические токи являются источниками постоянного магнитного поля. Если магнитное поле создается не меняющимися во времени, постоянными электрическими токами, то такое поле можно рассматривать отдельно от электрического поля. Раздел физики, изучающий свойства постоянных магнитных полей, создаваемых постоянными токами, текущими по проводникам, называется магнитостатикой. Рассмотрим основные понятия и законы магнитостатики.

Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции \vec{B} . Этот вектор можно ввести одним из трех эквивалентных способов:

- а) исходя из силового действия магнитного поля на движущуюся в нем заряженную частицу – точечный электрический заряд;
- б) основываясь на силовом действии магнитного поля на малый элемент проводника с током;
- в) исходя из силового действия магнитного поля на небольшую рамку с током.

Последний способ подобен использованию в электростатике пробного точечного заряда и состоит в применении для изучения магнитного поля пробного тока, циркулирующего в плоском замкнутом контуре очень малых размеров. Ориентацию контура в пространстве характеризуют направлением нормали n к контуру, которое связано с направлением тока I в контуре правилом правого винта. Такую нормаль называют положительной.

Если поместить контур в магнитное поле, то обнаружится, что поле устанавливает контур положительной нормалью определенным образом. Иначе говоря, нормаль показывает направление поля. Если контур повернуть, то возникнет вращающий момент, стремящийся вернуть контур в равновесное положение (рисунок 3.1).

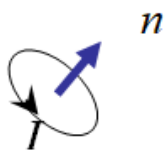


Рисунок 3.1

Модуль этого момента зависит от угла α между нормалью и направлением поля. При $\alpha = \pi/2$ модуль вращающего момента достигает максимума M_{\max} . Если бы вращающий момент зависел только от свойств магнитного поля, он мог бы служить силовой характеристикой поля. Однако вращающий момент определяется также ориентацией и свойствами контура: его площадью S и величиной тока в нем. Эти свойства можно учесть через такой параметр контура в магнитном поле, как дипольный магнитный момент

$$\vec{p}_m = I S \vec{n}.$$

Дипольный магнитный момент – это вектор, направление которого совпадает с направлением положительной нормали контура. На различные пробные контуры в одной и той же точке магнитного поля действуют различные вращающие моменты. Однако при фиксированной ориентации контуров ($\alpha = \text{const}$) отношение M/p_m для них оказывается одним и тем же. Поэтому в качестве модуля магнитной индукции можно принять величину

$$B = M_{\max} / p_m.$$

Итак, магнитная индукция есть векторная величина, модуль которой задается приведенным выражением, а направление – равновесным положением положительной нормали к контуру с током. Единица измерения магнитной индукции – это тесла. Она равна магнитной индукции однородного поля, в котором на плоский контур с током, имеющий магнитный момент $1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$, действует максимальный вращающий момент, равный $1 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции: поле с магнитной индукцией \vec{B} , порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), равно вектор-

ной сумме полей \vec{B}_i , порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i.$$

Как и электрическое поле, магнитное поле изображается с помощью силовых линий (линий магнитной индукции).

Силовые линии магнитного поля – это такие линии, касательные к которым в каждой точке совпадают по направлению с вектором магнитной индукции.

Силовые линии прямого тока являются окружностями, т.е. замкнутыми линиями. Более того, силовые линии любого постоянного магнитного поля являются замкнутыми. Изображать магнитные поля с помощью силовых линий нужно так, чтобы картина поля давала, кроме направления, также представление о величине магнитной индукции. Для этого в местах увеличения магнитной индукции силовые линии сгущаются, а в местах ослабления – изображаются более редкими.

Закон Био – Савара – Лапласа

Для магнитной индукции поля, создаваемого элементом тока длиной dl , в СИ получена формула

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3},$$

где I – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц; $d\vec{l}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, в которую течет ток; \vec{r} – вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой определяется $d\vec{B}$; r – модуль этого вектора; μ_0 – магнитная постоянная.

Из этого закона легко определить направление вектора $d\vec{B}$: он должен быть направлен перпендикулярно плоскости, в которой располагаются векторы $d\vec{l}$ и \vec{r} , причем его направление совпадает с направлением правого винта, который вращается по кратчайшему пути от $d\vec{l}$ к \vec{r} .

Магнитная индукция является силовой характеристикой магнитного поля. Модуль dB определяется как

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl r \sin \alpha}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

Характеристики магнитного поля, создаваемого любыми токами, можно вычислить, применяя закон Био – Савара – Лапласа совместно с принципом суперпозиции.

Магнитное поле прямого тока

Пусть имеется тонкий, прямой, бесконечно протяженный проводник, по которому течет ток I . Определим магнитную индукцию в точке A , находящейся на расстоянии b от проводника (рисунок 3.2).

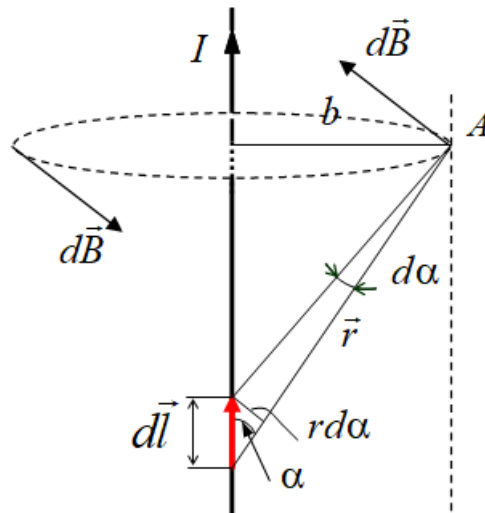


Рисунок 3.2

Для всех элементов тока бесконечно длинного прямого проводника угол α изменяется в пределах от 0 до π . Проинтегрируем в этих пределах:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{b}.$$

Таким образом, магнитная индукция поля бесконечно длинного прямого проводника определяется выражением

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{b}.$$

Определим магнитную индукцию поля прямолинейного проводника конечной длины (рисунок 3.3).

Угол α изменяется в пределах от α_1 до α_2 , тогда

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \cos \alpha \Big|_{\alpha_2}^{\alpha_1} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Линии магнитной индукции прямого тока представляют собой concentric окружности, охватывающие ток (рисунок 3.4).

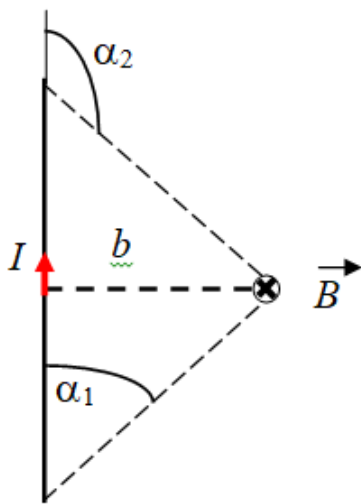


Рисунок 3.3

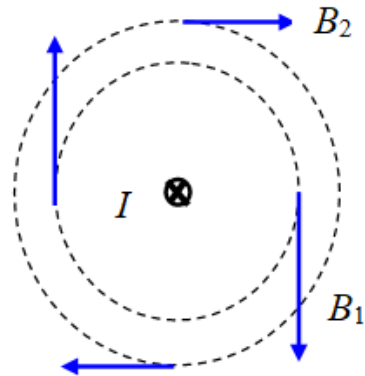


Рисунок 3.4

Магнитное поле на оси кругового тока

Пусть электрический ток силой I течет по проводнику радиусом R . Найдём магнитное поле на оси x тока в точке A , находящейся на расстоянии a от центра. Разобьём круговой ток на элементы длиной $d\vec{l}$ и проведем от произвольного элемента тока радиус-вектор \vec{r} в точку A . Поскольку все элементы тока $d\vec{l}$ перпендикулярны \vec{r} и удалены от точки A на одинаковое расстояние, то модуль вектора магнитной индукции, создаваемой в этой точке произвольным элементом тока, определяется следующим выражением:

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} (\sin 90^\circ = 1).$$

Вектор $d\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости, в которой располагаются векторы \vec{r} и $d\vec{l}$ (рисунок 3.5).

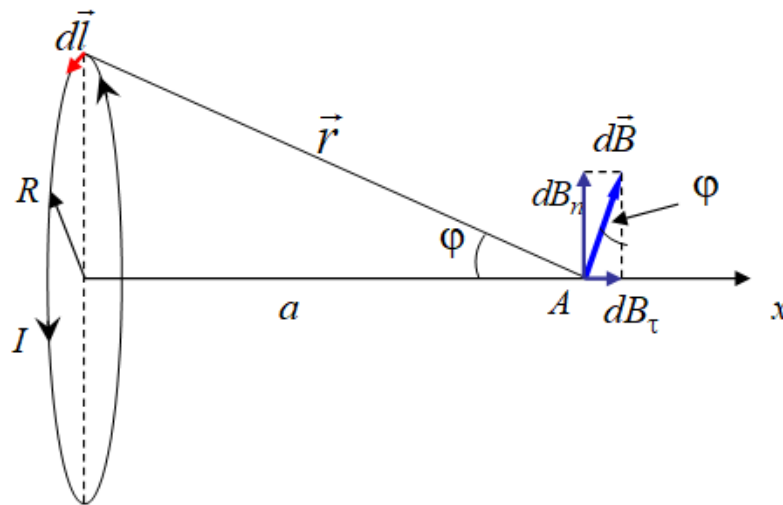


Рисунок 3.5

Разложим вектор $d\vec{B}$ на две составляющие: параллельную оси x – $d\vec{B}_\tau$, и перпендикулярную ей – $d\vec{B}_n$. Очевидно, что составляющие $d\vec{B}_n$, созданные элементами тока, располагающимися на противоположных концах любого диаметра кругового проводника, равны по величине и противоположны по направлению. Следовательно, эти составляющие уничтожают друг друга. В итоге результирующая величина вектора магнитной индукции не содержит нормальной составляющей и направлена вдоль оси кругового тока. Поэтому вектор магнитной индукции можно определить, просуммировав составляющие модулей вектора $d\vec{B}_\tau$ (учитывая то, что этот вектор направлен вдоль положительной нормали к контуру с током).

В итоге получим

$$B = \frac{\mu_0 I R}{2r^2} \sin \varphi = \frac{\mu_0 I R}{2(R^2 + a^2)} \frac{R}{\sqrt{R^2 + a^2}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}.$$

В центре кругового тока $a = 0$, индукция магнитного поля

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

На рисунке 3.6 изображены линии магнитной индукции поля кругового тока. Показаны линии, лежащие в одной из плоскостей, проходящей через ось тока, и показаны направления векторов индукции магнитного поля, образованного круговым током.

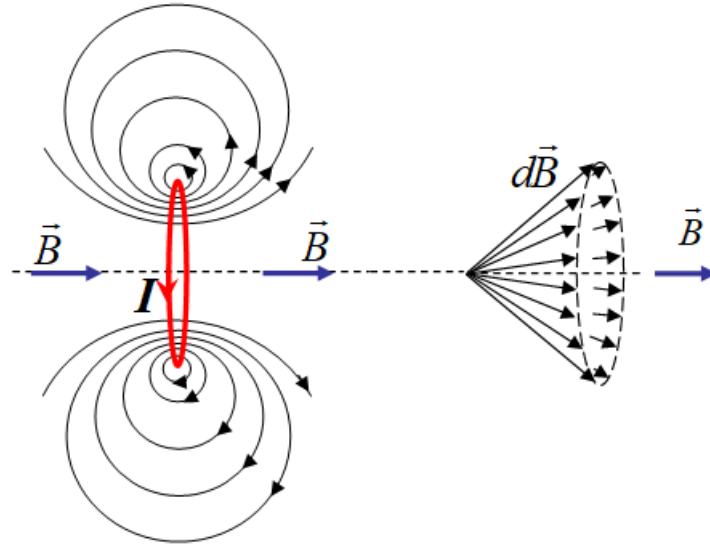


Рисунок 3.6

Векторы индукции показаны в точке, лежащей на оси, которая проходит через центр кругового тока, как это изображено на рисунке. Векторы образуют симметричный конический веер. Из соображений симметрии следует, что результирующий вектор \vec{B} направлен вдоль оси контура.

Магнитное поле равномерно движущегося заряда

Определим величину магнитного поля, создаваемого точечным зарядом q , движущимся с постоянной нерелятивистской скоростью \vec{v} . Движущиеся заряды создают ток, поэтому выражение для магнитной индукции поля, создаваемого движущимся зарядом, имеет вид

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3},$$

где \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда q к точке наблюдения; r – его модуль. Конец радиуса-вектора неподвижен в рассматриваемой системе отсчета, а его начало движется со скоростью \vec{v} ,

поэтому вектор \vec{B} в принятой системе отсчета зависит не только от положения точки наблюдения, но и от времени.

В соответствии с полученной формулой вектор \vec{B} располагается перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы \vec{v} и \vec{r} . Направление вектора \vec{B} (вверх или вниз) определяется векторным произведением $[\vec{v}, \vec{r}]$ (рисунок 3.7).

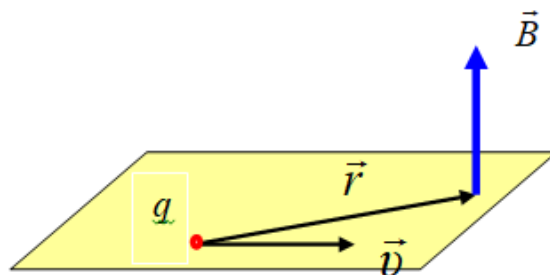


Рисунок 3.7

Закон Ампера

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле:

$$d\vec{F} = [\vec{j}, \vec{B}] dV,$$

где $dV = Sdl$ – объем элемента провода.

Для тонкого проводника $\vec{j}dV = Id\vec{l}$. С учетом этого соотношения получим следующую формулу:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}].$$

Приведенные формулы – это различные формы записи закона Ампера. Силы, действующие на токи в магнитном поле, называют силами Ампера. В формуле произведение $\vec{j}dV$ называется объемным элементом тока. Если полученные выражения проинтегрировать по объемным или линейным элементам тока, можно найти магнитную силу, действующую на объем проводника или его линейный участок.

Направление силы Ампера легко определить, поскольку векторы $d\vec{l}$, \vec{B} и $d\vec{F}$ образуют правовинтовую ортогональную тройку векторов. Для этого используем правило левой руки: ориентируем пальцы по направлению первого вектора, второй вектор должен

входить в ладонь, а отогнутый большой палец показывает направление векторного произведения (рисунок 3.8).

Модуль силы Ампера выражается формулой

$$dF = IBdl \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

В качестве иллюстрации применения закона Ампера определим силу взаимодействия двух параллельных токов (рисунок 3.9).

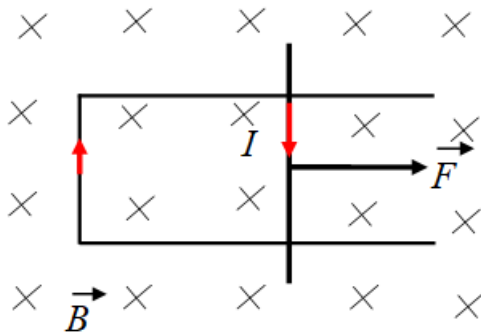


Рисунок 3.8

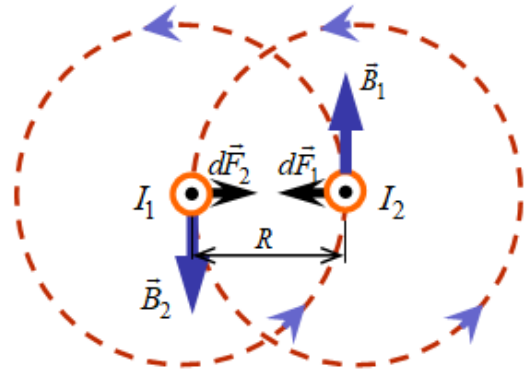


Рисунок 3.9

Рассмотрим два бесконечных прямолинейных проводника с токами I_1 и I_2 , расстояние между которыми равно b . Токи в проводниках текут в одном направлении, «к нам», что и обозначим условно точкой в поперечном сечении проводника.

Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует в соответствии с законом Ампера на другой проводник с током. Определим силу, с которой действует магнитное поле тока I_1 на элемент $d\vec{l}$ второго проводника с током I_2 . Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции которого представляют собой концентрические окружности.

Сила $d\vec{F}_2$ направлена в сторону, противоположную силе $d\vec{F}_1$. Эти силы равны по модулю: $dF_1 = dF_2$, следовательно, два проводника притягивают друг друга с силой

$$dF = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b} dl.$$

Легко показать, что если токи в проводниках имеют противоположное направление, то между ними действует сила

отталкивания, равная по модулю силе, которая определяется приведенной формулой.

Контур с током в магнитном поле

Рассмотрим практически важный случай прямоугольного контура (рамки) с током в однородном магнитном поле. Пусть рамка имеет возможность вращаться вокруг оси, проходящей через середины ее сторон длиной a . Поместим рамку перпендикулярно линиям магнитного поля. В рамке протекает ток, направление которого показано на рисунке 3.10.

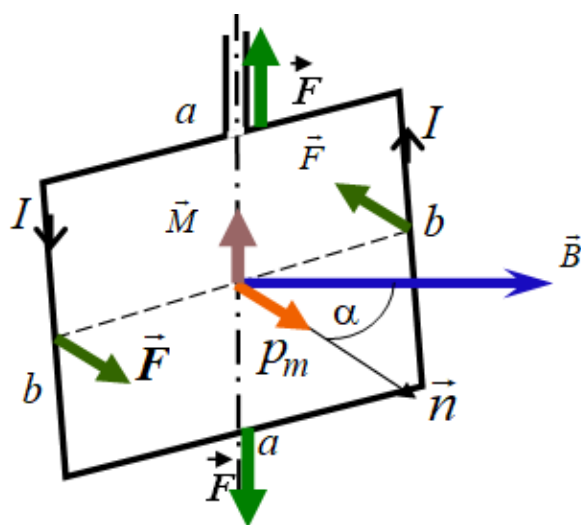


Рисунок 3.10

Рассмотрим действие сил Ампера на каждую из сторон рамки. Силы Ампера, действующие на стороны a контура, направлены в противоположные стороны вдоль его оси. Действие этих сил сводится только к деформации контура: в зависимости от направления тока к сжатию или растяжению контура. Силы Ампера \vec{F} , действующие на стороны b контура, перпендикулярны плоскости, в которой лежат векторы $d\vec{l}$ и \vec{B} , и направлены так, как это показано на рисунке. Эти силы создают вращающий момент \vec{M} , модуль которого

$$M = F a \sin \alpha,$$

где α – угол между нормалью к контуру и направлением силовых линий магнитного поля; $a \sin \alpha$ – плечо силы.

Подставив выражение для силы $F = IbB$, получим

$$M = IBab \sin \alpha.$$

Поскольку ab – это площадь, ограниченная контуром, а $Iab = p_m$ – модуль магнитного момента контура с током, получим выражение вида

$$M = p_m B \sin \alpha.$$

Запишем это выражение в векторной форме. Магнитный момент контура с током по направлению совпадает с положительной нормалью контура: $Iab\vec{n} = \vec{p}_m$. Вращающий момент можно записать в виде

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}].$$

Теперь легко определить направление вектора \vec{M} , вспомнив правило: **векторы** \vec{p}_m , \vec{B} и \vec{M} образуют правовинтовую ортогональную тройку векторов. Вращающий момент направлен по оси вращения контура, перпендикулярно плоскости, в которой размещаются векторы магнитного момента и магнитной индукции.

Под действием вращающего момента рамка повернется так, что векторы n и B станут параллельными. На сторону b силы Ампера F_2 действуют, растягивая рамку. Так как эти силы равны и противоположны по направлению, то под их действием рамка не смещается. Когда векторы n и B антипараллельны, $M = 0$, так как плечо силы равно нулю, равновесие будет неустойчивым. При незначительном смещении сразу возникнет вращающий момент и рамка повернется так, чтобы векторы n и B стали параллельными (рисунок 3.11).

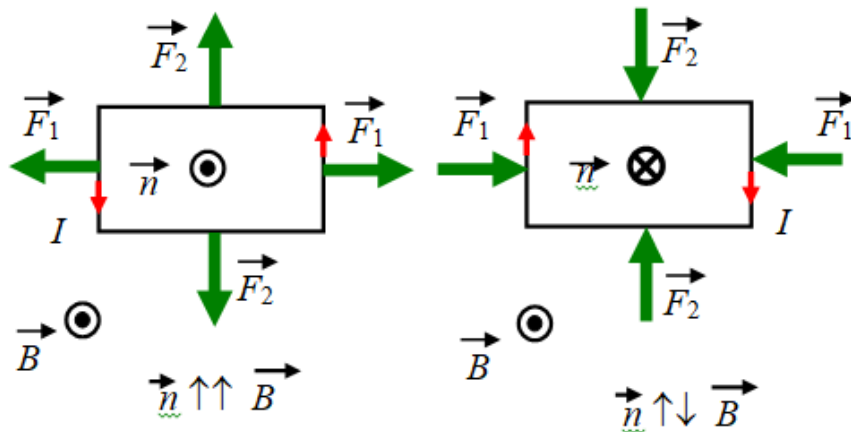


Рисунок 3.11

Формула для вращающего момента применима и к плоскому витку произвольной формы.

Для характеристики магнитного поля используют также поток вектора магнитной индукции

$$d\Phi_B = B dS \cos \alpha.$$

Угол α – это угол между направлением положительной нормали к контуру и направлением вектора магнитной индукции. Единицей измерения магнитного потока является вебер ($1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2 = 1 \text{ Вб}$).

Циркуляция вектора магнитной индукции

Возьмем контур, охватывающий прямой ток, и вычислим для него циркуляцию вектора \vec{B} , т.е. $\oint B_l dl$.

Рассмотрим вначале случай, когда контур лежит в плоскости, перпендикулярной току, ток направлен за плоскость (рисунок 3.12).

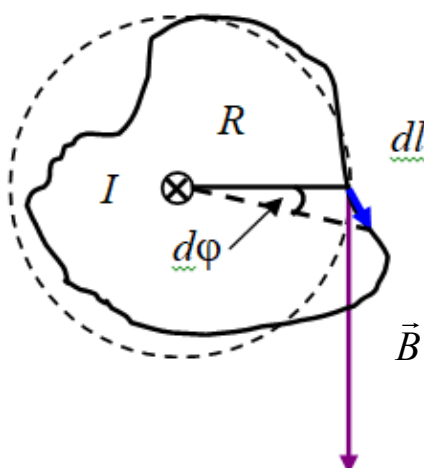


Рисунок 3.12

В каждой точке поля вектор направлен по касательной к окружности, проходящей через эту точку (линии индукции прямого тока окружности). Воспользуемся свойством скалярного произведения векторов $B_l dl = B dl_B$, где dl_B – проекция вектора dl на направление вектора индукции B :

$$dl_B = R d\alpha,$$

где R – расстояние от тока до вектора dl . Мы знаем, что для прямого тока индукция записывается в виде

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

Отсюда найдем циркуляцию вектора магнитной индукции:

$$\oint B_l dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha = \mu_0 I.$$

При обходе контура угол α изменяется от нуля до 2π , при этом радиальная прямая поворачивается в одном направлении.

Для циркуляции напряженности магнитного поля выражение будет иметь вид

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I.$$

Иначе обстоит дело, если ток не охватывается контуром. В этом случае при обходе контура радиальная прямая поворачивается сначала в одном направлении ($1 \rightarrow 2$), а потом в другом ($2 \rightarrow 1$) (рисунок 3.13).

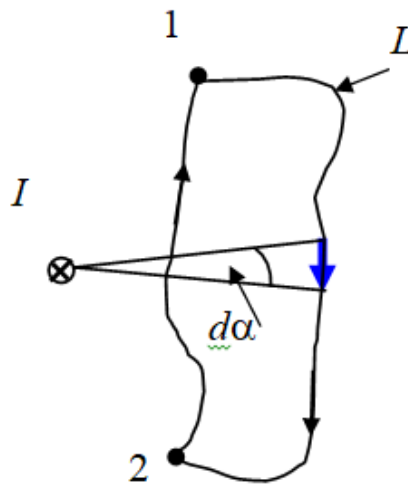


Рисунок 3.13

Тогда $\oint d\alpha = 0$. Итак, в общем случае

$$\oint B_l dl = \mu_0 I, \quad (3.1)$$

где I – ток, охватываемый контуром.

Формула (3.1) справедлива и для тока произвольной формы, и для контура произвольной формы.

Если контур охватывает несколько токов, то выражение (3.1) принимает вид

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum I_i.$$

Для напряженности магнитного поля

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I_i.$$

Если ток I распределен по объему, где расположен контур L , то этот ток можно представить выражением $I = \int \vec{j} d\vec{S}$. Интеграл берется по произвольной поверхности S , «натянутой» на контур L . Плотность тока \vec{j} под интегралом – это плотность в точке, где расположена площадка $d\vec{S}$. Вектор $d\vec{S}$ образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему.

Таким образом, уравнение для циркуляции в общем случае имеет вид

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \int \vec{j} d\vec{S}.$$

Вычисляя сумму токов, положительными следует считать те токи, направление которых связано с направлением обхода контура правилом правого винта.

Рассматриваемые поля называются вихревыми (или соленоидными). Поэтому магнитному полю нельзя приписать потенциал. Этот потенциал не был бы однозначным – после каждого обхода по контуру он бы получал приращение $\mu_0 I$.

Как мы знаем, линии напряженности электростатического поля начинаются и заканчиваются на зарядах. Опыт показывает, что линии магнитной индукции всегда замкнуты. Поэтому магнитных зарядов в природе не существует.

Вследствие того что линии магнитной индукции замкнуты, поток вектора B через замкнутую поверхность должен быть равен нулю. Таким образом, для любого магнитного поля и произвольной замкнутой поверхности S имеет место условие

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Эта формула выражает теорему Гаусса для вектора B . Поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.

Заменим в последнем выражении поверхностный интеграл объемным и получим

$$\int_V \nabla \vec{B} = 0.$$

Условие, к которому мы пришли, должно выполняться для любого произвольного объема V . Это возможно лишь в том случае, если подынтегральная функция в каждой точке поля равна нулю. Таким образом, магнитное поле обладает тем свойством, что его дивергенция всюду равна нулю:

$$\nabla \vec{B} = 0.$$

Применение теоремы о циркуляции вектора \vec{B} в ряде случаев значительно упрощает расчет поля \vec{B} , особенно при решении симметричных задач. Наиболее просто рассчитывается поле \vec{B} , если вычисление циркуляции можно свести к произведению \vec{B} или проекции \vec{B} на длину контура или его часть.

Рассмотрим дифференциальную форму представления циркуляции вектора магнитной индукции.

Ротор вектора магнитной индукции пропорционален вектору плотности тока в данной точке

$$[\nabla, \vec{B}] = \mu_0 \vec{j}.$$

Напомним, что векторное произведение записывается с помощью определителя в следующем виде:

$$\text{rot} \vec{A} = [\nabla \vec{A}] = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix};$$

$$\text{rot} \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) e_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) e_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) e_z.$$

Магнитное поле соленоида

Используем теорему о циркуляции для расчета магнитного поля соленоида. Соленоид – это проводник, намотанный по винтовой линии на поверхность цилиндрического каркаса. Пусть длинный соленоид с током I имеет n витков на единицу длины. Если шаг винтовой линии достаточно мал, то каждый виток соленоида можно заменить замкнутым витком.

На рисунке 3.14 показаны линии магнитной индукции вне и внутри соленоида. Опыт показывает, что чем длиннее соленоид, тем меньше поле вне него. Поэтому приближенно можно считать, что поле бесконечно длинного соленоида сосредоточено внутри него, а поле снаружи отсутствует. Линии вектора \vec{B} внутри соленоида направлены по оси так, что образуют с направлением тока в соленоиде правовинтовую систему:

$$B = \mu_0 n I,$$

$n = \frac{N}{l}$ – число витков на единицу длины соленоида.

Произведение nI называется числом ампервитков на единицу длины соленоида и относится к его характеристикам.

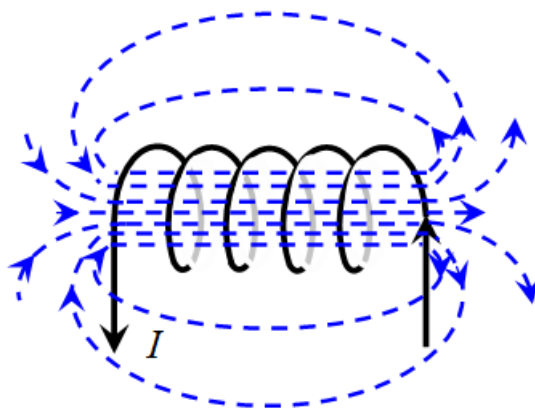


Рисунок 3.14

При выводе формулы для магнитного поля соленоида мы допустили некорректность: приняли интеграл по внешней части контура равным нулю, несмотря на то что линии магнитного поля замкнуты и, строго говоря, внешнее поле не равно нулю. Однако это принципиально на результате не отражается.

Магнитное поле тороида

Тороид – тонкий провод, плотно намотанный на каркас в форме тора (круга, бублика).

Возьмем контур (рисунок 3.15) в виде окружности радиусом r_i , центр которого совпадает с центром тора радиусом r ($r_1 < r_i < r_2$). В силу симметрии вектор \vec{B} в каждой точке направлен по касательной к контуру. Следовательно,

$$\oint B_l dl = Bl = B \cdot 2\pi r_i, \quad l = 2\pi r_i,$$

где l – длина контура, окружность.

Если контур проходит внутри тороида, то он охватывает ток $2\pi r n I$ (n – число витков на единицу длины). Тогда по теореме о циркуляции вектора B получим $B = \mu_0 n I \frac{r}{r_i}$. А для напряженности

имеем $H = n I \frac{r}{r_i}$.

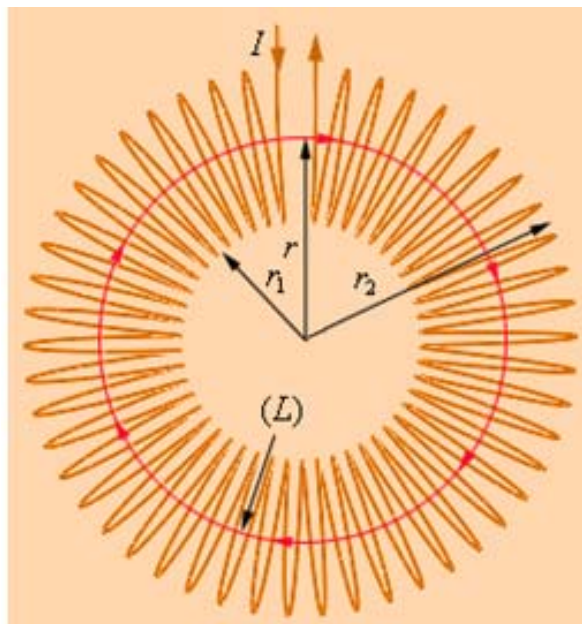


Рисунок 3.15

Если внутри тороида имеется сердечник, то выражение для индукции магнитного поля примет вид

$$B = \mu \mu_0 n I \frac{r}{r_i}.$$

Контур вне тороида токов не охватывает, поэтому $B = 0$ ($B \cdot 2\pi r = 0$).

Для тороида, где r много больше радиуса витка, отношение $r/r_i \approx 1$, т.е. $r \approx r_i$. Для такого тора индукция и напряженность будут

$$B = \mu_0 n I; \quad H = n I.$$

В тороиде индукция магнитного поля однородна по величине, т.е. по модулю, но направление поля в каждой точке различно.

Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

Линии индукции магнитного поля перпендикулярны плоскости чертежа и вектор B направлен к нам (рисунок 3.16).

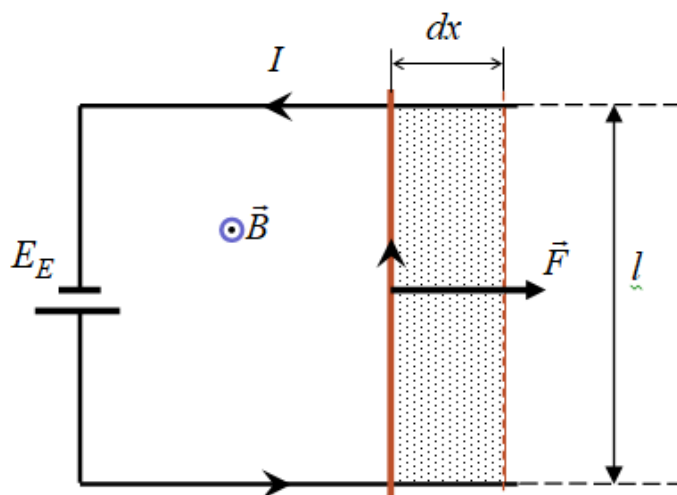


Рисунок 3.16

На элемент тока Il действует сила Ампера

$$F_A = IB.$$

Так как угол α между направлением тока и направлением вектора магнитной индукции равен 90° , то $\sin\alpha = 1$. Пусть провод переместился параллельно самому себе на расстояние dx . При этом будет совершена работа

$$dA = F dx = I B l dx = I B dS = I d\Phi,$$

где $l dx = dS$ – площадь, которую пересекает проводник; $B dS = d\Phi$ – магнитный поток, пронизывающий эту площадь.

Магнитный поток Φ измеряется в веберах: $1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot \text{с}$.

Итак, окончательно имеем

$$dA = I d\Phi.$$

Работа, совершаемая проводником с током при перемещении в магнитном поле, равна произведению тока на магнитный поток, пересеченный этим проводником.

Формула остается справедливой, если проводник любой формы движется под любым углом к направлению вектора магнитной индукции B (рисунок 3.17).

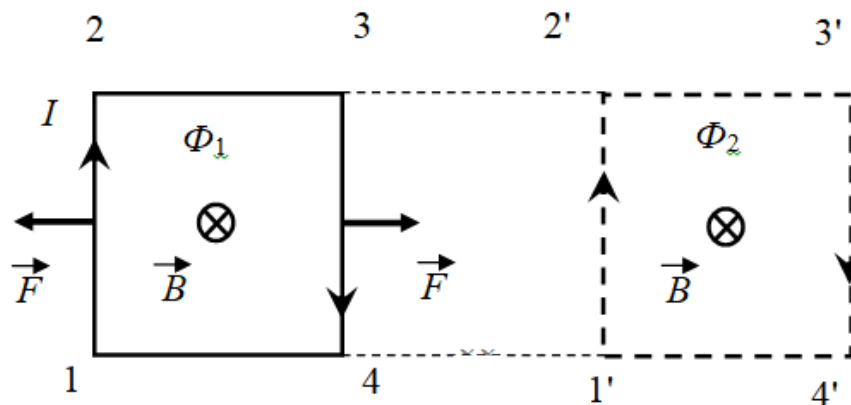


Рисунок 3.17

Полная работа по перемещению контура с током в магнитном поле равна алгебраической сумме работ, совершаемых при перемещении каждой из четырех сторон контура.

Работа, совершаемая при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению величины тока на изменение магнитного потока, сцепленного с контуром:

$$dA = I d\Phi.$$

Оба выражения внешне тождественны, но физический смысл величин $d\Phi$ в них различен. Второе соотношение, выведенное для простейшего случая, остается справедливым для контура любой формы в произвольном магнитном поле.

Более того, если контур неподвижен, а меняется индукция магнитного поля, то при изменении магнитного потока на величину $d\Phi$ магнитное поле совершает ту же работу:

$$dA = I d\Phi.$$

3.2 Примеры решения задач

1. На проводник с током $I = 50$ А, расположенный в однородном магнитном поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению линий магнитного поля, действует сила $F = 5$ Н. Найти индукцию магнитного поля, если длина проводника $l = 2$ м.

Решение. На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила

$$F = IlB \sin \alpha,$$

отсюда индукция

$$B = \frac{F}{Il \sin \alpha} = \frac{5}{50 \cdot 2 \cdot 0,5} = 0,1 \text{ Тл.}$$

2. Два провода, расположенные параллельно, подвешены на расстоянии $d = 40$ см один от другого. В каждом проводе в одном направлении протекает постоянный ток $I = 200$ А. Найти силу взаимодействия проводов на участке между соседними опорами, расположенными на расстоянии $l = 100$ м.

Решение. По формуле Ампера $F = \frac{\mu \mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$, так как проводники находятся в воздухе, то $\mu = 1$, а $I_1 = I_2 = I$, тогда

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Подставляя численные значения, получим

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (200)^2 \cdot 100}{2\pi \cdot 0,4} = 2 \text{ Н.}$$

3. Какую работу совершает однородное магнитное поле с индукцией 1,5 Тл при перемещении проводника длиной 0,2 м, по которому течет ток 10 А, на расстояние 0,25 м, если направление перемещения перпендикулярно к направлению тока? Проводник расположен под углом 30° к направлению поля.

Решение. Работа перемещения

$$A = FS,$$

где F – сила, действующая на проводник с током в магнитном поле; $F = IlB \sin \alpha$, тогда $A = IlBS \sin \alpha = 1,5 \cdot 0,2 \cdot 10 \cdot 0,25 \cdot 0,5 = 0,38$ Дж.

4. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 1000$ В, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению его движения. Индукция магнитного поля $B = 1,19 \cdot 10^{-3}$ Тл. Найти радиус кривизны траектории электрона.

Решение. Работа, которую совершает электрическое поле, равна изменению кинетической энергии электрона

$$eU = \frac{mv^2}{2},$$

где e – заряд электрона; m – масса электрона; v – его скорость.

Отсюда

$$U = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (1)$$

На движущуюся заряженную частицу в магнитном поле действует сила Лоренца, которая является центростремительной силой:

$$evB = \frac{mv^2}{R}, \quad \text{откуда} \quad eB = \frac{mv}{R}, \quad R = \frac{mv}{eB}. \quad (2)$$

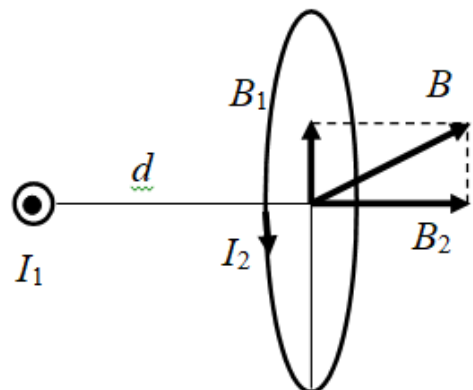
Подставив в выражение (2) формулу (1), получим

$$R = \frac{m}{eB} \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}},$$

где $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

$$\text{Таким образом, } R = \frac{1}{1,19 \cdot 10^{-3}} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

5. Круговой виток радиусом $R = 15$ см расположен относительно бесконечно длинного провода так, что его плоскость параллельна проводу. Перпендикуляр, восстановленный на провод из центра витка, является нормалью к плоскости витка. Сила тока в проводе $I_1 = 1$ А, сила тока в витке $I_2 = 5$ А. Расстояние от центра



витка до провода $d = 20$ см. Определить магнитную индукцию в центре витка.

Решение. Магнитное поле прямолинейного проводника

$$B_1 = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi d}.$$

Магнитное поле витка с током

$$B_2 = \mu_0 \frac{I_2}{2R}.$$

Результирующее магнитное поле

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \mu_0 \sqrt{\frac{I_1^2}{(2\pi d)^2} + \frac{I_2^2}{(2R)^2}} = \\ &= 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2 \cdot 0,15}\right)^2} = 21,2 \text{ мкТл.} \end{aligned}$$

3.3 Задания для решения на практических занятиях

Задачи

1. Найти напряженность магнитного поля в точке, отстоящей на 41 см от бесконечно длинного проводника, по которому течет ток 29 А. Проводник с током 4 А имеет форму окружности с радиусом 13 см, у которой третья часть дуги заменена прямолинейным проводником. Определить напряженность магнитного поля в центре окружности.

2. По двум бесконечно длинным параллельным проводникам, лежащим в одной плоскости, текут противоположно направленные токи 5 А и 23 А. Найти напряженность магнитного поля посередине между проводниками, если расстояние между ними равно 43 см.

3. Из медного провода длиной 9 см сделана квадратная рамка. Во сколько раз изменится напряженность магнитного поля в центре квадратной рамки, если длину проводника взять равной 11 см? Разность потенциалов на концах проводника постоянна.

4. Два круговых витка с одинаковыми токами 25 А, имеющие общий центр, расположены во взаимно перпендикулярных плоско-

стях. Найти напряженность магнитного поля в центре витков, если радиусы их равны 29 см и 10 см.

5. Бесконечно длинный прямой проводник с током 56 А имеет неперекрещивающийся изгиб в виде окружности радиусом 12 см. Найти напряженность магнитного поля в центре этой окружности.

6. По двум прямым параллельным проводникам одинаковой длины по 5 м, находящимся на расстоянии 81 см друг от друга, текут одинаковые по величине токи 570 А каждый. Вычислить максимальную силу взаимодействия этих токов.

7. Протон движется в однородном магнитном поле с напряженностью 50 кА/м по винтовой линии радиусом 7 см и шагом 1 см. Определить скорость протона.

8. Два иона, имеющие одинаковые заряды и прошедшие одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле под прямым углом. Первый ион начал вращаться по окружности радиусом 24 см, а второй – 3 см. Определить отношение масс ионов m_1/m_2 .

9. Два длинных параллельных проводника с токами 17 А и 42 А расположены на расстоянии 12 см друг от друга. Токи в проводниках текут в одном направлении. Какую работу нужно совершить на каждый метр длины проводника, чтобы раздвинуть их до расстояния 30 см?

10. Вычислить радиус дуги окружности, которую описывает протон в однородном магнитном поле с индукцией 128 мкТл. Скорость протона равна 6 км/с.

Тесты

1. Закон Био – Савара – Лапласа можно записать в виде

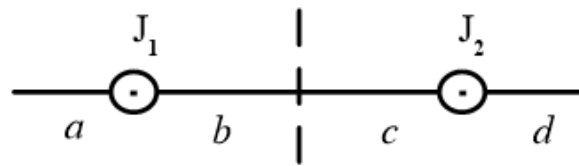
$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin(\alpha)}{4\pi r^2},$$

где α – это угол между...

- 1) вектором магнитной индукции B и направлением тока I ;
- 2) вектором B и радиусом-вектором r ;
- 3) направлением тока I и вектором r .

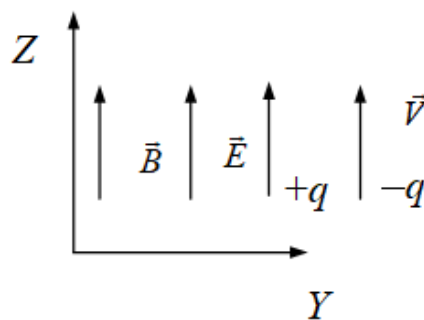
2. На рисунке изображены сечения двух параллельных прямолинейных длинных проводников с одинаково направленными

токами, причем $J_1 = 2J_2$. Индукция \vec{B} магнитного поля равна нулю в точке участка...



Ответы: 1) c ; 2) a ; 3) b ; 4) d .

3. Протон и электрон, имеющие одинаковые скорости, влетают в пространство, в котором существуют однородные электрическое и магнитное поля, как показано на рисунке.



Заряженные частицы будут двигаться ...

- 1) обе в одну сторону по винтовым линиям;
- 2) обе по окружности с различными радиусами и в противоположные стороны;
- 3) обе прямолинейно в противоположных направлениях;
- 4) обе по винтовым линиям с различными радиусами и шагом в противоположных направлениях;
- 5) обе прямолинейно в одну сторону.

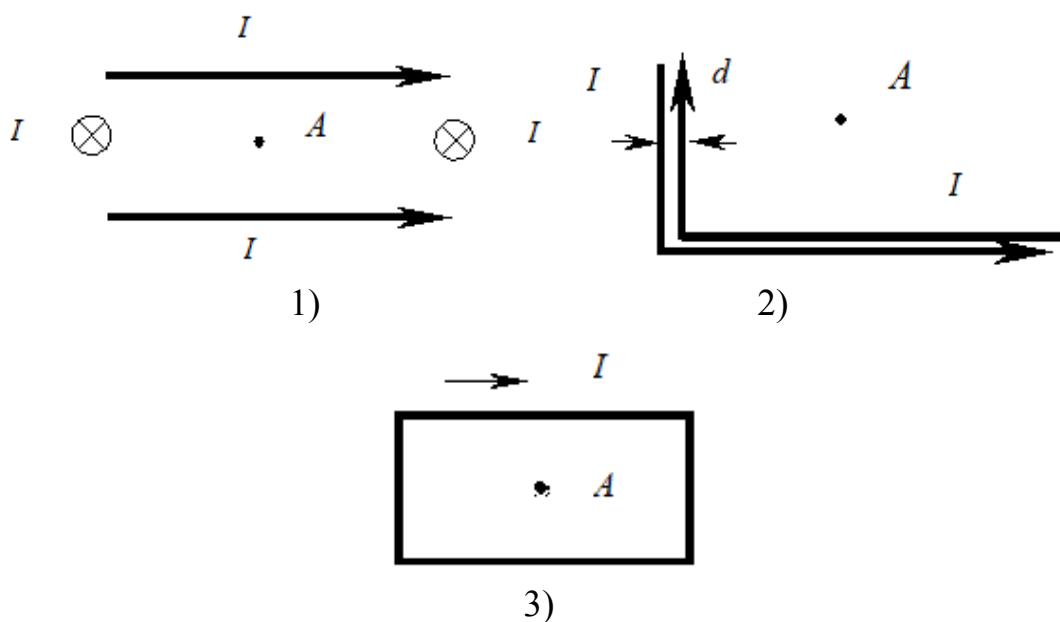
4. Со стороны магнитного поля действует сила Лоренца на...

- 1) любую заряженную частицу;
- 2) движущуюся заряженную частицу;
- 3) любую движущуюся частицу;
- 4) проводник с током;
- 5) движущийся проводник с током.

5. Магнитное поле создается прямолинейными проводниками с током, расположенными, как показано на рисунках.

Величина токов во всех случаях одинаковая. Расстояние d между параллельными проводниками много меньше расстояния от проводников до точки A .

В каком случае из представленных на рисунках индукция магнитного поля в точке A отлична от нуля?



3.4 Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. Бесконечно длинный прямой проводник имеет изгиб в виде перекрещивающейся петли радиусом 85 см. Найти ток, текущий в проводнике, если напряженность магнитного поля в центре петли равна 80 А/м.

2. По двум бесконечно длинным прямым проводникам, пересекающимся под прямым углом и лежащим в одной плоскости, текут токи 9 А и 90 А. Определить минимальное значение магнитной индукции в точке, расположенной на пересечении перпендикуляров к проводникам. Расстояние от точки до каждого проводника одинаково и равно 16 см.

3. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток 53 А. Длины сторон прямоугольника равны 15 см и 33 см. Определить напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей.

4. Проводник с током 75 А имеет форму окружности радиусом 20 см, у которой третья часть дуги заменена прямолинейным проводником. Определить напряженность магнитного поля в центре окружности.

5. Бесконечно длинный проводник с током 46 А изогнут под прямым углом. Найти магнитную индукцию в точке, лежащей на одном из прямолинейных участков проводника на расстоянии 12 см от вершины угла.

6. Виток, по которому течет ток силой 41 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией 86 мТл. Диаметр витка 14 см. Какую работу надо совершить, чтобы удалить виток из магнитного поля?

7. Положительный ион, заряд которого равен двум элементарным зарядам, движется со скоростью 29 км/с в однородном магнитном поле по винтовой линии радиусом 32 см и шагом 16 см. Определить массу иона, если напряженность магнитного поля равна 51 кА/м.

8. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью 21 кА/м. Найти силу эквивалентного кругового тока, создаваемого движущимся электроном.

9. В однородном магнитном поле с индукцией 335 мТл проводник длиной 42 см переместился перпендикулярно линиям магнитного поля на 49 см. При этом совершена работа 79 мДж. Найти силу тока в проводнике.

10. В однородное магнитное поле с индукцией 255 мТл помещена квадратная рамка со стороной 3 см, состоящая из 14 витков. Плоскость рамки составляет с магнитной индукцией угол 30° . Какая будет совершена работа при повороте рамки в устойчивое равновесное положение, если по ней пропустить ток силой 8 А?

Ответы на задачи

Номер задачи	1	2	3	4	5
Ответ	103,4	$1,013 \cdot 10^{-4}$	247,1	228,4	$3,83 \cdot 10^{-5}$

Номер задачи	6	7	8	9	10
Ответ	0,054	$2,27 \cdot 10^{-25}$	$1,18 \cdot 10^{-10}$	1,146	0,0128

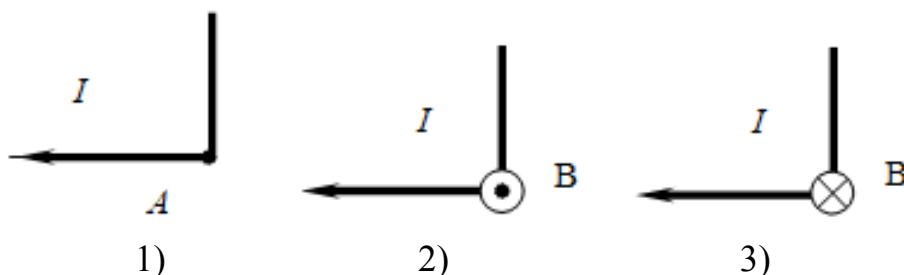
Тесты

1. Положительный заряд q движется по окружности радиусом R со скоростью v , периодом T и частотой ν . Найти в общем виде

выражение для подсчета индукции магнитного поля, создаваемого зарядом в центре окружности.

$$1) B = \frac{\mu_0 Vq}{4\pi R^2}; \quad 2) B = \frac{\mu_0 vq}{2\pi R}; \quad 3) B = \frac{\mu_0 q}{2\pi TR}.$$

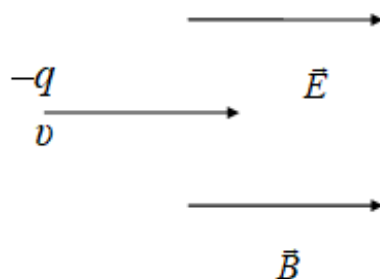
2. Магнитное поле создается прямым проводником бесконечной длины с током I . Проводник изогнут в точке A под прямым углом, как показано на рисунке. На каком из приведенных рисунков правильно показано направление вектора индукции магнитного поля B в точке A ? Магнитное поле в точке A равно нулю.



3. Со стороны магнитного поля на заряженную частицу действует сила Лоренца, модуль которой зависит от: а) массы частицы; б) величины заряда; в) знака заряда; г) величины скорости; д) направления скорости.

Ответы: 1) б, в, г; 2) а, г, д; 3) в, г, д; 4) б, г, д.

4. Электрон влетает в однородные электрическое и магнитное поля с начальной скоростью \vec{v} , параллельной векторам напряженности электрического E и индукции магнитного B полей, как показано на рисунке.



Определить (в общем виде) полное ускорение электрона. Какая из предложенных ниже формул является правильной?

$$1) a = \frac{qE}{m}; \quad 2) a = \frac{qBv}{m}; \quad 3) a = \sqrt{\frac{q^2 v^2 B^2}{m^2} + \frac{q^2 E^2}{m^2}}; \quad 4) a = 0.$$

5. Две частицы с зарядами $q_1 = 2q_0$ и $q_2 = 3q_0$ и с массами $m_1 = 3m_0$ и $m_2 = 2m_0$ влетают в однородное магнитное поле

перпендикулярно вектору магнитной индукции с одинаковой скоростью. Сравните периоды вращения этих частиц и укажите правильное соотношение между ними.

Ответы: 1) $T_1=T_2$; 2) $T_1=4T_2$; 3) $T_2=9T_1$; 4) $T_1=9T_2/4$; 5) $T_1=4T_2/9$.

Ответы на тест

Номер теста	1	2	3	4	5
Номер ответа	1	3	4	1	4

Вопросы для самоконтроля

1. Чему равна индукция магнитного поля бесконечно длинного прямого тока?
2. Чему равна индукция магнитного поля витка с током?
3. Что такое сила Ампера? Как определить ее направление?
4. Что такое сила Лоренца? На какие частицы она действует?
5. Чему равна циркуляция вектора магнитной индукции?
6. Как можно рассчитать магнитное поле соленоида и тороида?

4 МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

4.1 Намагниченность и напряженность магнитного поля

Всякое вещество, помещенное в магнитное поле, является магнетиком, т.е. способно под действием магнитного поля намагничиваться (приобретать магнитный момент).

Намагниченное вещество создает свое магнитное поле \vec{B}' , которое вместе с полем \vec{B}_0 , созданным токами проводимости, образует результирующее поле $\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0$. Под \vec{B}_0 и \vec{B}' понимаются усредненные (макроскопические) поля. Поле \vec{B}' , как и поле токов проводимости \vec{B}_0 , не имеет источников, т.е. магнитных зарядов, поэтому для результирующего поля \vec{B} при наличии магнетика справедлива теорема Гаусса

$$\oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0.$$

Это означает, что и при наличии магнетика линии вектора \vec{B} остаются непрерывными.

Ясно, что результирующее поле B должно зависеть от магнитных свойств магнетика. Магнитное поле микротоков возникает в результате воздействия внешнего магнитного поля, т.е. первичным источником магнитного поля в веществе являются макроток.

В вакууме магнитное поле создают только макроток, а в веществе – и макроток, и микроток. Следовательно, для поля в веществе циркуляция вектора магнитной индукции запишется в виде

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 (I + I'),$$

где I – макроток; I' – микроток.

Степень намагничивания магнетика характеризуется магнитным моментом единицы объема. Эту величину называют намагниченностью и обозначают \vec{J} . Намагниченность – величина векторная. По определению

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{P}_m,$$

где ΔV – физически бесконечно малый объем; \vec{P}_m – магнитный момент отдельной молекулы. Суммирование проводится по всем молекулам в объеме ΔV .

Намагниченность можно представить в следующем виде:

$$\vec{J} = n \langle \vec{P}_m \rangle,$$

где n – концентрация молекул; $\langle \vec{P}_m \rangle$ – средний магнитный момент одной молекулы. Из приведенной формулы видно, что вектор \vec{J} имеет то же направление, что и средний вектор $\langle \vec{P}_m \rangle$.

Для простоты запишем вектор намагниченности без учета усреднения: $\vec{J} = n \vec{P}_m$. Тогда для микротока можно записать $dI' = \vec{J} d\vec{l}$.

А сам микроток будет определяться формулой $I' = \oint_L \vec{J} d\vec{l} = \oint_L J_l dl$.

В итоге можно записать

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I; \quad \oint_L \frac{\vec{B}}{\mu_0} d\vec{l} = I + \oint_L \vec{J} d\vec{l}.$$

Отсюда получим

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \vec{H}.$$

Это вектор напряженности магнитного поля – величина, удобная именно тем, что определяется только внешними токами, внешним магнитным полем.

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного замкнутого контура равна алгебраической сумме макротокков, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I.$$

Вектор напряженности магнитного поля \vec{H} есть «силовая» характеристика той части магнитного поля в веществе, которая обусловлена только макротоками, т.е. это внешнее магнитное поле.

В вакууме молекулярных токов нет, поэтому $\vec{J} = 0$, т.е. $\vec{B}/\mu_0 = \vec{H}$. Так как вектор напряженности определяется только внешними токами, то вектор намагниченности принято связывать с вектором \vec{H} . Опыт показывает, что эта связь имеет вид

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

где χ – магнитная восприимчивость, безразмерная величина. Отсюда имеем

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H} = \vec{H}; \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1+\chi)} = \frac{\vec{B}}{\mu_0\mu}.$$

Безразмерная величина $1 + \chi = \mu$ называется относительной магнитной проницаемостью или просто магнитной проницаемостью вещества. С учетом этой характеристики вещества связь между векторами \vec{B} и \vec{H} для магнетиков можно выразить равенством

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}.$$

В отличие от электрической восприимчивости χ_E , которая введена для диэлектриков, магнитная восприимчивость χ бывает как положительной, так и отрицательной. Поэтому магнитная проницаемость μ может быть как больше, так и меньше нуля.

Физический смысл μ – это число, показывающее, во сколько раз изменяется магнитное поле в магнетике.

В зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости χ все магнетики подразделяются на три группы.

Диамагнетики. У диамагнетиков восприимчивость χ отрицательна и мала по абсолютной величине. Вектор \vec{J} диамагнетиков имеет направление, обратное направлению вектора \vec{H} ($\vec{J} \uparrow \downarrow \vec{H}$).

Парамагнетики. Восприимчивость χ парамагнетиков положительна и тоже мала по абсолютной величине. Вектор \vec{J} парамагнетиков имеет направление, совпадающее с направлением вектора \vec{H} ($\vec{J} \uparrow \uparrow \vec{H}$).

Ферромагнетики. Их восприимчивость χ положительна и по абсолютной величине достигает очень больших значений.

В магнетиках изученные нами законы запишутся следующим образом.

Закон Био – Савара – Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} \Leftrightarrow d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Поле прямого тока

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2\pi} \frac{I}{b} \Leftrightarrow H = \frac{I}{2\pi b}.$$

Поле соленоида и тороида

$$B = \mu_0\mu nI \Leftrightarrow H = nI.$$

Закон Ампера

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}] \Leftrightarrow d\vec{F} = \mu\mu_0 I [d\vec{l}, \vec{H}].$$

Магнитные моменты электронов и атомов

Рассмотрим, что происходит с веществом в магнитном поле.

Представим изолированный атом, не подверженный воздействию магнитного поля. Движение каждого электрона по орбите вокруг ядра можно рассматривать как контур тока (рисунок 4.1).

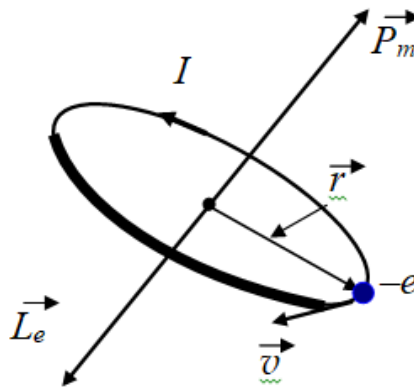


Рисунок 4.1

Магнитный момент P_m электрического тока, вызванного движением электрона по орбите, называют орбитальным магнитным моментом электрона:

$$P_m = \frac{evr}{2}.$$

С другой стороны, каждый электрон массой m , равномерно вращающийся по орбите, обладает механическим моментом импульса

$$L_e = mvr.$$

Направление вектора L_e определяется из выражения

$$\vec{L}_e = m[\vec{r}, \vec{v}].$$

Видно, что векторы \vec{P}_m и \vec{L}_e направлены в противоположные стороны. Для положительного заряда их направления совпадают. Составим соотношение

$$\frac{P_m}{L_e} = \frac{evr}{2mvr} = \frac{e}{2m},$$

где $\frac{e}{2m}$ – постоянная величина.

Если учесть направления векторов, то $\vec{P}_m = -\frac{e}{2m}\vec{L}_e$, при этом

$\frac{e}{2m}$ называется орбитальным гироманнитным отношением.

Таким образом, орбитальный магнитный момент электрона пропорционален его орбитальному (механическому) моменту импульса, причем оба момента противоположны по направлению, так как заряд электрона отрицателен.

Кроме орбитальных моментов, электрон обладает собственными (или спиновыми) моментами. Квантово-механический расчет дает следующие результаты:

$$\frac{\vec{P}_s}{\vec{L}_s} = -\frac{e}{m}, \quad \vec{P}_s = -\frac{e}{m}\vec{L}_s.$$

Отношение $\frac{e}{m}$ называется спиновым гироманнитным отношением.

Спин электрона (собственный механический момент) всегда равен величине

$$L_s = \pm \frac{1}{2} \hbar, \quad \text{где } \hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

Тогда собственный магнитный момент электрона будет

$$P_s = \frac{e\hbar}{2m}.$$

Эта величина называется магнетоном Бора и обозначается μ_B .

Для спина электрона гиромагнитное отношение в два раза больше, чем для орбитального движения.

Полный магнитный момент атома вещества

$$\vec{P}_m = \sum \vec{P}_{\text{орб}} + \sum \vec{P}_s + \sum \vec{P}_{\text{ядра}}.$$

Магнитные моменты ядер примерно в 2000 раз меньше магнитных моментов электронов. Поэтому обычно в расчетах магнитных моментов электронов и атомов вкладом последнего члена пренебрегают.

Так как в атоме несколько электронов, то полный момент импульса и полный магнитный момент атома представляют собой суперпозицию спиновых и орбитальных моментов. Но всегда магнитный момент противоположен по направлению механическому моменту импульса. Гиромагнитное отношение не обязательно должно быть $\frac{e}{2m}$ или $\frac{e}{m}$. Его величина может располагаться где-то между этими значениями.

Диамагнетизм. Электрон движется по орбите, подобно волчку, поэтому ему должны быть присущи все особенности поведения гироскопов под действием внешних сил. В частности, должна возникать прецессия электронных орбит.

Если магнитный момент \vec{P}_m и вектор магнитной индукции \vec{B} направлены под углом α друг к другу, то на орбиту электрона будет действовать вращающий момент (момент силы) $\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}]$, который стремится повернуть вектор \vec{P}_m по направлению вектора \vec{B} . При этом механический момент \vec{L}_e устанавливается против поля.

Под действием вращающего момента \vec{M} векторы \vec{P}_m и \vec{L}_e совершают прецессию вокруг вектора \vec{B} .

$$\text{Угловая скорость прецессии } \omega_L = \frac{eB}{2m}.$$

Эта величина называется частотой Ларморовой прецессии или Ларморовой частотой по имени английского физика Джозефа Лармора (1857–1942). Ларморова частота не зависит ни от угла наклона орбиты к вектору \vec{B} , ни от скорости движения электрона, ни от радиуса его орбиты и, следовательно, одинакова для всех электронов атома.

Если появляется дополнительное движение электрона, то появляется дополнительный ток

$$\Delta I_{\text{орб}} = \frac{e^2 B}{4\pi m}.$$

Току $\Delta I_{\text{орб}}$ соответствует наведенный орбитальный магнитный момент $\Delta P_m = \Delta I_{\text{орб}} S_{\perp}$, который направлен перпендикулярно плоскости S_{\perp} ; S_{\perp} – площадь проекции орбиты электрона на плоскость, перпендикулярную вектору \vec{B} .

Или окончательно

$$\Delta \vec{P}_m = -\frac{e^2}{6m} r^2 \vec{B}.$$

Знак минус отражает то обстоятельство, что векторы $\Delta \vec{P}_m$ и \vec{B} направлены в противоположные стороны. Этот результат является следствием закона Ленца о направлении индукционного тока. В общем случае это следствие закона сохранения энергии.

Итак, под действием внешнего магнитного поля происходит прецессия электронных орбит с одинаковой для всех электронов угловой скоростью. Обусловленное прецессией дополнительное движение электронов приводит к возникновению индуцированного магнитного момента атома, направленного против поля. Направление момента атома по полю противоречит закону сохранения энергии.

Ларморова прецессия возникает у всех без исключения веществ.

Появление индуцированного магнитного момента, направленного против внешнего магнитного поля, называется диамагнетизмом.

Однако диамагнетизм проявляется только у тех веществ, у которых атомы не обладают собственным магнитным моментом (векторная сумма орбитальных и спиновых магнитных моментов всех электронов атома равна нулю). Все заполненные оболочки имеют нулевые полный, механический и магнитный моменты. Атомы и ионы, имеющие только заполненные оболочки, не обладают постоянными магнитными моментами и, следовательно, являются диамагнетиками. Это инертные газы, ионы Na^+ , Cl^- , молекула водорода H_2 , так как электроны в молекуле спарены.

Диамагнетики выталкиваются из магнитного поля. Магнитная восприимчивость диамагнетиков $\chi = -(15-3800) \cdot 10^{-6}$. Следовательно, относительная магнитная проницаемость $\mu = 1 + \chi$ меньше единицы, $\mu \leq 1$.

Парамагнетизм. Парамагнетики – это вещества, у которых векторная сумма орбитальных и спиновых магнитных моментов не равна нулю, т.е. атом в отсутствие магнитного поля обладает некоторым магнитным моментом \vec{P}_m . Любой атом, у которого имеется нечетное число электронов, будет иметь магнитный момент. Например, на незаполненной внешней оболочке атома натрия (Na) имеется один валентный электрон. Этот электрон и определяет магнитный момент всего атома. Однако при образовании соединения этот электрон на внешней оболочке «спаривается» с другим таким же электроном, направление спина которого противоположно. Поэтому молекулы часто не обладают магнитным моментом.

У большинства материалов результирующий магнитный момент появляется только тогда, когда в них присутствуют атомы с незаполненной внутренней электронной оболочкой. Такие атомы принадлежат к «переходным» элементам периодической таблицы (Cr, Mn, Fe, Ni и т.д.). Все редкоземельные элементы имеют незаполненную внутреннюю электронную оболочку и, следовательно, обладают магнитным моментом.

В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов ориентированы произвольно и равновероятно по всем направлениям из-за хаотического теплового движения. Поэтому результирующий магнитный момент вещества равен нулю.

Под действием внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов ориентируются по направлению поля, преодолевая действие теплового движения атомов. И атомов, магнитные моменты которых направлены по полю, становится больше, чем ориентированных против поля. Вещество намагничивается.

Парамагнетизм – это возникновение намагниченности образца пропорционально внешнему магнитному полю.

Ферромагнетизм. Ферромагнетики – это вещества, у которых внутреннее магнитное поле во много раз (сотни и тысячи) превышает вызвавшее его внешнее магнитное поле. К ферромагнетикам относятся Fe, Co, Ni, Cd и некоторые другие редкоземельные металлы. Максимальная магнитная проницаемость у железа $\mu_{\text{Fe}} = 5 \cdot 10^3$, у пермаллоя $\mu = 10^5$ (78 % Ni, 22 % Fe).

Ферромагнетизм обнаружен только в кристаллических веществах, у аморфного железа он отсутствует.

Экспериментальное изучение ферромагнетиков было начато Столетовым и П. Кюри в 1871 году. Рассмотрим основные результаты этих исследований.

Кривая намагниченности ферромагнетиков $J(H)$ приведена на рисунке 4.2. Это так называемая основная, или нулевая, кривая, т.е. зависимость для ферромагнетика, магнитный момент которого первоначально был равен нулю. Уже при небольших полях кривая намагниченности достигает насыщения $J_{\text{нас}}$, дальнейший рост напряженности поля H практически не приводит к увеличению намагниченности J . Нелинейной для ферромагнетиков является и зависимость $B(H)$ (рисунок 4.3).

Из рисунка 4.4 следует, что зависимость относительной магнитной проницаемости μ от величины напряженности магнитного поля также является нелинейной.

Классическая феноменологическая теория ферромагнетизма была разработана французским ученым Пьером Вейсом в 1907 году. Теория Вейса, по существу, является развитием теории парамагнетизма Ланжевена.

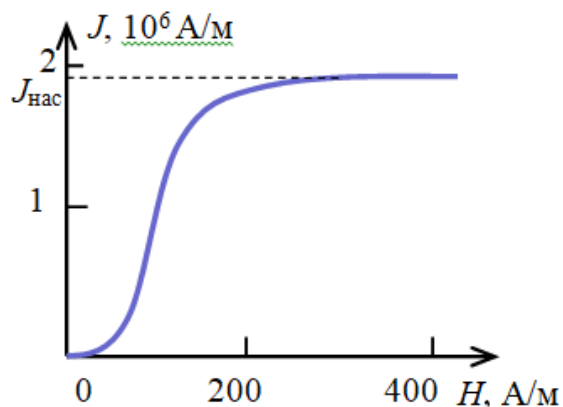


Рисунок 4.2

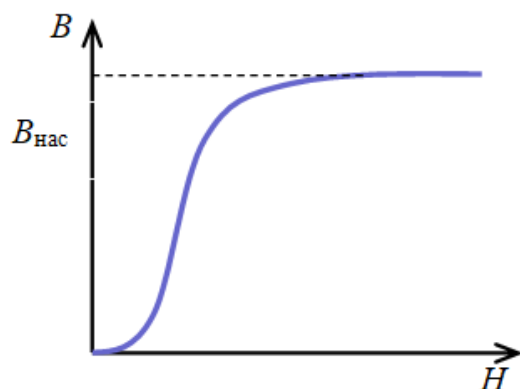


Рисунок 4.3

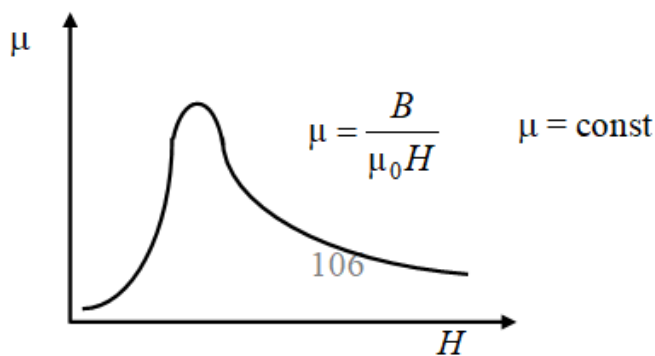


Рисунок 4.4

В основу теории Вейса положены две гипотезы.

1. Ниже точки Кюри T_K ферромагнетики обладают самопроизвольной намагниченностью, не зависящей от внешнего магнитного поля.

2. Ферромагнетик разбит на ряд областей (доменов) с самопроизвольной намагниченностью, ориентированных произвольным образом так, что суммарный магнитный момент тела равен нулю. Линейные размеры доменов порядка 1–100 мкм.

По внешнему магнитному полю ориентируются домены, т.е. целые области, поэтому индукция магнитного поля B растет с ростом напряженности поля H . Причем рост индукции магнитного поля происходит скачками при переориентации каждого домена. Это явление называется эффектом Баркгаузена (1881–1956) по фамилии немецкого физика, открывшего его. Магнитное насыщение наступает тогда, когда все домены становятся ориентированными по направлению внешнего магнитного поля (рисунок 4.5).

Кроме нелинейной зависимости между J , B и H , для ферромагнетиков характерно наличие *петли гистерезиса*: связь между B и H оказывается неоднозначной и определяется предшествующей историей намагничивания ферромагнетика.

Если первоначально не намагниченный ферромагнетик намагничивать, увеличивая H до значения, при котором наступает насыщение, а затем уменьшать H , то кривая намагничивания пойдет не по первоначальному пути, а несколько выше. Если затем изменять H в обратном направлении, то кривая намагничивания пойдет ниже. Получившуюся замкнутую кривую называют петлей гистерезиса. Если первоначально не намагниченный ферромагнетик намагничивать, увеличивая H до значения, при котором еще не наступает насыщение, то петля гистерезиса получается меньшего размера, как бы вписанная в максимальную петлю гистерезиса (рисунок 4.6).

Чтобы $B = 0$, необходимо приложить некоторую величину напряженности H_k , которая называется коэрцитивной силой, противоположного направления. Для поворота домена требуется энергия. Тепловая энергия хаотического движения в отсутствие внешнего поля разориентирует часть доменов. Но суммарное магнитное поле остальных доменов не позволяет всем доменам разориентироваться. Поэтому магнетик характеризуется еще и остаточной намагниченностью $B_{ост}$.

По величине коэрцитивной силы H_k магнитные материалы различаются на «твердые» и «мягкие». «Твердые» магнитные

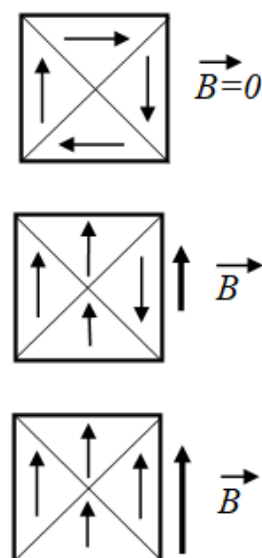


Рисунок 4.5

материалы обладают большой коэрцитивной силой и используются для изготовления постоянных магнитов. «Мягкие» используются для изготовления сердечников трансформаторов.

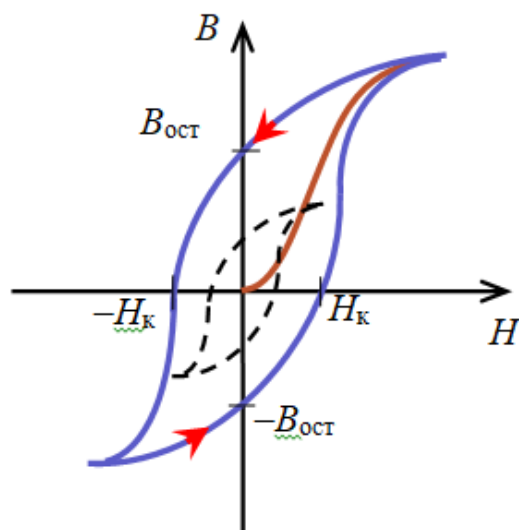


Рисунок 4.6

Необходимо отметить, что площадь петли гистерезиса равна объемной энергии потерь за один цикл перемагничивания.

Нарушение остаточной намагниченности может быть вызвано ударом и даже сильным сотрясением образца (постоянные магниты нельзя ударять) или нагреванием выше точки Кюри. При этом спонтанная намагниченность исчезает и ферромагнетик превращается в парамагнетик.

Ферромагнетики обладают эффектом, который называется магнитострикцией. Это изменение размеров ферромагнетика при перемагничивании. Магнитострикция используется в УВЧ-генераторах.

Магнитомеханический эффект

Процесс намагничивания парамагнетиков и ферромагнетиков сопровождается упорядочением расположения магнитных моментов атомов \vec{P}_m по отношению к направлению вектора магнитной индукции \vec{B} . Но с магнитными моментами атомов \vec{P}_m связаны механические моменты импульса атомов \vec{L} . Для электронов они направлены в противоположные стороны. Если упорядочиваются

магнитные моменты \vec{P}_m , то должны упорядочиваться и механические моменты \vec{L} . Когда индукция магнитного поля равна нулю, суммарный момент импульса всего образца также будет равен нулю: $\sum \vec{L}_i = 0$. При включении внешнего магнитного поля изменяется момент импульса \vec{L} электронов. В силу закона сохранения момента импульса должен измениться и момент импульса всего образца, т.е. ядер атомов. Весь образец должен повернуться. Это и называется магнитомеханическим эффектом.

Впервые он был обнаружен А. Эйнштейном и голландским физиком В. де Гаазом в 1915 году. Схема эксперимента представлена на рисунке 4.7.

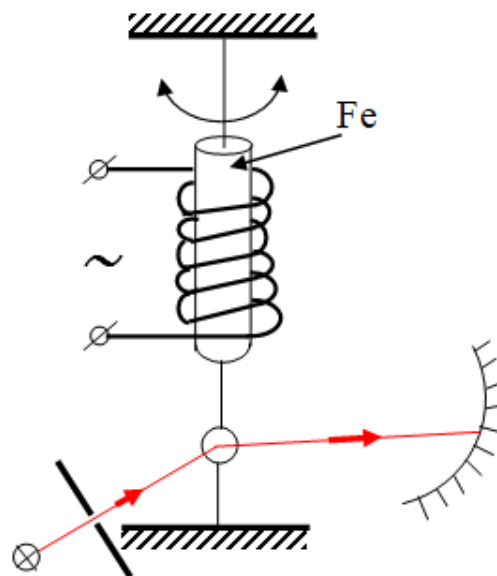


Рисунок 4.7

На катушку подавалось переменное напряжение, и цилиндрический железный образец совершал колебательное движение вокруг оси. Вместе с образцом колебалось зеркальце, освещаемое тонким лучом света, который, отражаясь от зеркальца, попадал на шкалу.

Эффект был мал: при $H = 10^4$ А/м $\omega = 10^{-3}$ рад/с. Существует и обратный магнитомеханический эффект. Механическое вращение тела вызывает его намагничивание (механомагнитное явление). Впервые этот эффект наблюдал американский физик Барнетт в 1914 году. При скорости вращения образца $6 \cdot 10^3$ об/мин вокруг

него возникало магнитное поле напряженностью $H \approx 10^{-2}$ А/м, что в тысячу раз меньше магнитного поля Земли. Итак, для железа (Fe) гиромагнитное отношение составляет

$$g = \frac{P_m}{L_e} = \frac{e}{m}.$$

Это спиновое гиромагнитное отношение.

Природа спонтанной намагниченности ферромагнетиков

Теория Вейса объясняла свойства ферромагнетиков, но не отвечала на вопрос, почему ферромагнетики обладают спонтанной намагниченностью. Почему внутри домена ферромагнетик намагничен до насыщения? Этот вопрос самый сложный. Ответ на него дала только квантовая теория, да и то до сих пор некоторые детали остаются не выясненными.

Основы теории ферромагнетизма были созданы советским физиком-теоретиком Я.И. Френкелем (1894–1952) и немецким физиком-теоретиком В. Гейзенбергом (1901–1976) в 1928 году. Из опытов по изучению магнитомеханических явлений следует, что ответственными за магнитные свойства ферромагнетиков являются собственные (спиновые) магнитные моменты электронов. При определенных условиях в кристаллах могут возникнуть силы (они называются обменными и объясняются только с позиций квантовой механики), которые заставляют магнитные моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу. В результате возникают области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания, которые называются также доменами. В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения и обладает определенным магнитным моментом. Направление этих моментов для разных доменов различны, так что в отсутствие внешнего магнитного поля суммарный магнитный момент всего тела равен нулю. Домены имеют размеры порядка 1–100 мкм. Если домен намагничен до насыщения, то собственные магнитные моменты электронов ориентированы в одну сторону. Возникает вопрос: почему?

Природа ферромагнетизма тесным образом связана с электронной структурой твердых тел.

Прежде всего, все ферромагнетики – это элементы переходной группы в периодической таблице.

Рассмотрим для примера электронную структуру атома железа. Его электронная конфигурация имеет вид $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 \underline{3d^6} 4s^2$. Обратите внимание, что 4-я оболочка начинает заполняться электронами, хотя предыдущая еще не заполнена полностью (на подоболочке $3d$ должно быть 10, а не 6 электронов). Оболочка $4s^2$ заполнена полностью, т.е. ее магнитный момент равен нулю.

Электроны в атоме подчиняются принципу Паули (или принципу запрета). В данном случае речь идет о том, что не может быть в одном состоянии двух электронов с одинаковым направлением спина. Тем не менее, исследования энергетических спектров железа показали, что его шесть $3d$ -электронов разбиты на две группы так, что пять электронов имеют одно направление спина, а один – противоположное. Это приводит к тому, что спиновый (собственный) магнитный момент атома железа равен $4P_{ms}$ ($4\mu_B$). Объяснить, почему спины электронов устанавливаются таким способом, а не поровну в одну и противоположную сторону, позволяет идея о существовании обменной энергии. Природа обменного взаимодействия пока до конца не ясна, но большинство исследователей считает ее электростатической. Обменные силы (или спин-вращающие силы) всегда стремятся ориентировать спины электронов так, чтобы система находилась в состоянии с минимальной энергией. Два электрона, спины которых антипараллельны ($\uparrow\downarrow$), обладают меньшей энергией, чем два электрона, спины которых параллельны ($\uparrow\uparrow$). Это как раз и соответствует принципу Паули. Но в атомах железа энергия обменного взаимодействия оказывается меньше, если 5 электронов имеют одинаковое направление спинов, а один – противоположное. Принцип Паули не нарушается, так как электроны d -подоболочки могут заселять разные состояния. На d -подоболочке имеется 10 состояний, а занято только 6 состояний.

Причина, по которой все магнитные моменты атомов внутри домена ориентированы в одну сторону, обусловлена кристаллической структурой вещества и связана с обменным взаимодействием между атомами внутри домена. Как мы упоминали ранее, ферромагнетизм наблюдается только у кристаллических веществ.

Обменное взаимодействие между атомами осуществляется следующим образом. «Магнитные» электроны d -подоболочки заставляют электроны проводимости (валентные s -электроны) ориентироваться в противоположную d -электронам сторону. Так как электроны проводимости движутся между атомами хаотически, то они «заставляют» ориентироваться «магнитные» d -электроны соседнего атома в сторону, противоположную направлению собственного спина. Это и приводит к тому, что спины «магнитных» электронов оказываются ориентированными в одну сторону (рисунок 4.8).

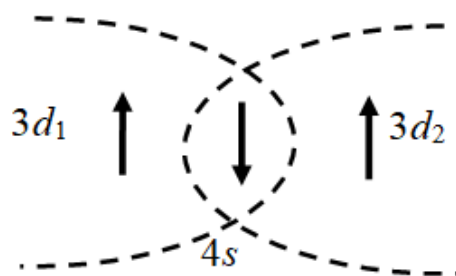


Рисунок 4.8

Валентные s -электроны сами не дают вклада в магнитный момент, но «передают приказ», как должны ориентироваться «магнитные» электроны соседних атомов. То есть второй атом передает «приказ» третьему и т.д. до тех пор, пока нет нарушения периодичности кристаллической решетки.

Тепловое движение атомов приводит к нарушению периодичности структуры, поэтому существует температура Кюри T_K для каждого вещества, при которой ферромагнетизм исчезает и вещество превращается в парамагнетик. Разумеется, изложенная картина является весьма грубой и приближенной, но позволяет кое-что понять и представить.

Размеры доменов определяются нарушениями кристаллической решетки и энергетическим балансом кристалла.

На образование стенок доменов им нужна энергия. Деление на домены прекращается тогда, когда образование новых доменных стенок приводит к увеличению магнитной энергии образца.

Преломление векторов \vec{B} и \vec{H} на границе раздела двух однородных магнетиков

Условия преломления векторов \vec{B} и \vec{H} , как и в случае диэлектрика, можно получить с помощью теоремы Гаусса и теоремы о циркуляции. Для этих векторов теоремы имеют вид

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = I.$$

Условия для вектора \vec{B}

$$B_{2n} = B_{1n}.$$

То есть нормальная составляющая вектора \vec{B} оказывается одинаковой по обе стороны границы раздела. Следовательно, эта величина скачка не испытывает.

Условия для вектора \vec{H}

$$H_{2\tau} = H_{1\tau}.$$

То есть тангенциальная составляющая вектора \vec{H} оказывается одинаковой по обе стороны границы раздела.

Итак, при переходе границы раздела двух однородных магнетиков составляющие B_n и H_τ изменяются непрерывно, без скачка. Составляющие B_τ и H_n при этом претерпевают скачок.

Заметим, что на границе раздела вектор магнитной индукции \vec{B} ведет себя аналогично вектору электрической индукции \vec{D} , а вектор напряженности магнитного поля \vec{H} – аналогично вектору напряженности электрического поля \vec{E} .

На границе раздела двух магнетиков линии вектора \vec{B} испытывают преломление (рисунок 4.9). Как и в случае диэлектриков, найдем отношение тангенсов углов α_1 и α_2 :

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{B_{2\tau}/B_{2n}}{B_{1\tau}/B_{1n}}, \quad \frac{B_{2\tau}}{\mu_2} = \frac{B_{1\tau}}{\mu_1}, \quad B_{2n} = B_{1n}.$$

С учетом последних соотношений получим закон преломления линий вектора магнитной индукции \vec{B} (а значит, и линий напряженности магнитного поля \vec{H}):

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

На рисунке 4.10 изображено поле векторов \vec{B} и \vec{H} вблизи границы раздела двух магнетиков (при отсутствии токов проводимости).

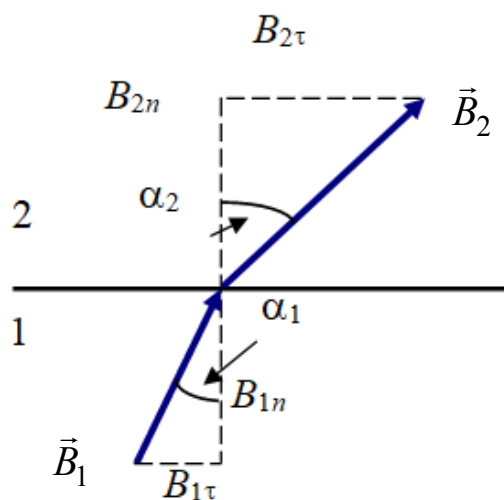


Рисунок 4.9

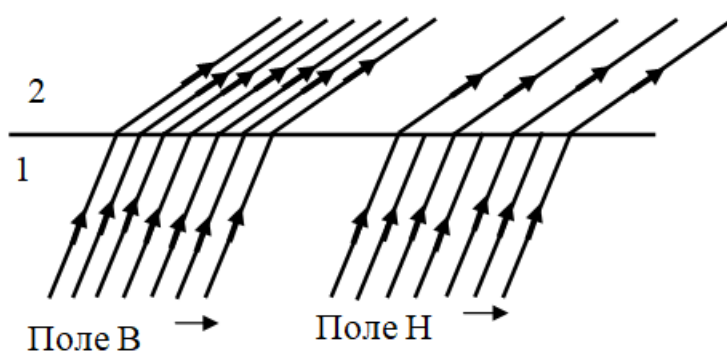


Рисунок 4.10

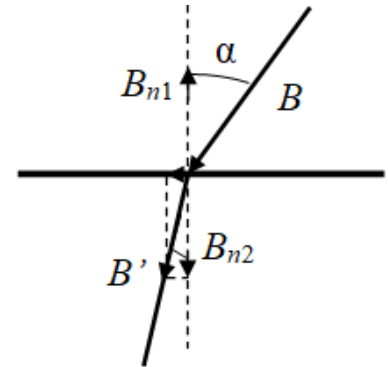
Здесь $\mu_2 > \mu_1$. Из сравнения густоты линий видно, что $B_2 > B_1$, а $H_2 < H_1$. Линии вектора магнитной индукции \vec{B} не терпят разрыва при переходе границы, а линии вектора напряженности магнитного поля \vec{H} терпят разрыв (из-за поверхностных токов намагничивания).

На преломлении магнитных линий основана магнитная защита. При внесении, например, замкнутой железной оболочки (слоя) во внешнее магнитное поле линии этого поля будут концентрироваться (сгущаться) преимущественно в самой оболочке. Внутри оболочки – в полости – магнитное поле оказывается сильно ослабленным по сравнению с внешним полем. Другими словами, железная

оболочка обладает экранирующим действием. Это используется для предохранения чувствительных приборов от внешних магнитных полей.

4.2 Примеры решения задач

1. Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности однородного изотропного магнетика $B = 50$ мТл, причем вектор магнитной индукции составляет угол $\alpha = 25^\circ$ с нормалью к поверхности. Относительная магнитная проницаемость магнетика $\mu = 1,75$. Найти индукцию магнитного поля в магнетике вблизи поверхности.



Решение. Известно, что на границе раздела

$$B_{n1} = B_{n2} \quad \text{и} \quad H_{\tau 1} = H_{\tau 2};$$

$$B_{n2} = B \cos \alpha \quad \text{и} \quad B_{\tau 2} = \mu B \sin \alpha.$$

Тогда

$$\begin{aligned} B' &= \sqrt{B_{n2}^2 + B_{\tau 2}^2} = B \sqrt{\mu^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \\ &= 50 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{(1,75 \cdot \sin 25^\circ)^2 + \cos^2 25^\circ} = 58,5 \text{ мТл.} \end{aligned}$$

2. На постоянный магнит, имеющий форму цилиндра длиной $l = 20$ см, намотали равномерно $N = 500$ витков тонкого провода. При пропускании по нему тока $I = 5$ А поле вне магнита исчезло. Найти коэрцитивную силу магнита.

Решение. При $B_{\text{магнита}} = B_{\text{соленоида}}$ магнитное поле вне соленоида станет равным нулю.

$$\text{Поле соленоида } H = \frac{NI}{l} = \frac{500 \cdot 5}{0,2} = 12,5 \text{ кА/м.}$$

3. Прямоугольный ферромагнитный брусок поместили в однородное магнитное поле напряженностью $H = 6,56$ кА/м. Магнитная проницаемость вещества бруска $\mu = 70$. Найти (в см^3) объем бруска, если приобретенный им магнитный момент $J = 2,52$ А·м².

Решение. Магнитный момент $P_m = JV$. Вектор намагниченности $J = \chi H$, где χ – магнитная восприимчивость, $\chi = \mu - 1$.

$$\text{Тогда } V = \frac{P_m}{J} = \frac{P_m}{\chi H} = \frac{P_m}{(\mu - 1)H} = \frac{2,52}{(70 - 1) \cdot 6,56 \cdot 10^3} = 5,567 \text{ см}^3.$$

4. Кусок железа внесли в магнитное поле напряженностью $H = 2,32$ кА/м. Определить (в МА/м) намагниченность железа J , если типичную зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности можно описать выражением $B = 0,511H^{0,161}$ Тл.

Решение. Индукция магнитного поля в магнетике $B = \mu_0(H + J)$.

Отсюда

$$J = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{0,511H^{0,161}}{\mu_0} - H = \frac{0,511 \cdot (2,32 \cdot 10^3)^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7}} - 2,32 \cdot 10^3 = 1,414 \text{ МА/м.}$$

5. При включении магнитного поля, индукция которого $B = 3,27$ Тл, в веществе наблюдается прецессия электронных орбит. Найти величину орбитального тока $\Delta I_{\text{орб}}$, обусловленного прецессией орбит.

Решение. Частота Ларморовой прецессии $\omega_L = \frac{eB}{2m}$, где e и m – заряд и масса электрона.

$$\text{Тогда } \Delta I_{\text{орб}} = ev = e \frac{\omega_L}{2\pi} = \frac{e^2 B}{4\pi m} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 3,27}{4 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 7,324 \text{ нА.}$$

4.3 Задания для решения на практических занятиях

Задачи

1. Атом водорода находится в магнитном поле с индукцией 1,38 Тл. Вычислить магнитный момент, обусловленный прецессией электронной орбиты. Расстояние электрона от ядра принять равным радиусу первой боровской орбиты ($0,529 \cdot 10^{-10}$ м).

2. Магнитная восприимчивость некоторого вещества равна $360 \cdot 10^{-6}$. Вычислить намагниченность вещества в магнитном поле напряженностью 630 кА/м.

3. Определить (в мТл) индукцию магнитного поля в изотропном магнетике, если он находится во внешнем магнитном поле напряженностью 139 кА/м, а его магнитная восприимчивость равна $159 \cdot 10^{-4}$.

4. В соленоид, диаметр которого 8 см, а число витков на единицу длины 320 м^{-1} , вставлен ферромагнитный сердечник. Найти относительную магнитную проницаемость сердечника, если при силе тока через обмотку 7 А магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение соленоида, равен 3,25 мВб.

5. Вычислить среднее число магнетонов Бора, приходящихся на один атом железа (плотность – 7800 кг/м^3 , массовое число – 56), если при насыщении намагниченность равна 1,59 МА/м.

6. По круговому контуру радиусом 100 см течет ток 6 А. Контур погружен в жидкий магнетик с магнитной восприимчивостью $20 \cdot 10^{-4}$. Определить величину вектора намагниченности в центре витка.

7. По обмотке тонкой тороидальной катушки с железным сердечником, состоящей из 2235 витков, течет ток 3 А. Найти относительную магнитную проницаемость железа, если зависимость магнитной индукции в железе от напряженности дается выражением $B = 0,511H^{0,161}$ Тл.

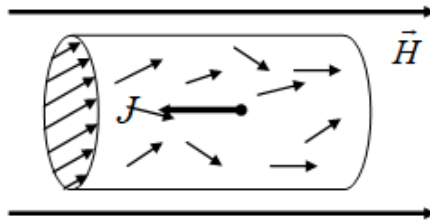
8. Шарик из диамагнетика, магнитная восприимчивость которого $272 \cdot 10^{-6}$, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией 6 Тл, приобрел магнитный момент $7 \cdot 10^{-3} \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Найти радиус шарика (в см).

9. Кусок железа внесли в магнитное поле напряженностью 536 А/м. Определить (в МА/м) модуль вектора намагниченности железа, если зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0,511H^{0,161}$ Тл.

10. Прямоугольный ферромагнитный брусок объемом 32 см^3 поместили в магнитное поле напряженностью 536 А/м. Найти магнитный момент бруска, если зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0,511H^{0,161}$ Тл.

Тесты

1. На рисунке изображено некоторое вещество, помещенное во внешнее магнитное поле напряженностью \vec{H} . После намагничивания оказалось, что вектор намагничивания \vec{J} направлен противоположно вектору напряженности внешнего магнитного поля \vec{H} .



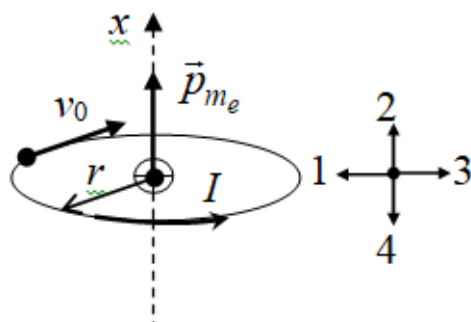
Данное вещество является:

- 1) парамагнетиком; 2) диамагнетиком;
- 3) ферромагнетиком; 4) диэлектриком.

2. Диамагнетизм – это свойство веществ, обусловленное действием внешнего магнитного поля:

- 1) на электронные орбиты атомов и молекул;
- 2) на частицы (атомы, молекулы, ионы, атомные ядра), которые обладают собственным магнитным моментом;
- 3) на векторы намагниченности доменов.

3. На рисунке представлено возможное движение электрона вокруг ядра, указаны направления эквивалентного тока, электрического момента и его скорости. Вектор механического момента импульса (количества движения) в этом случае будет направлен ... (указать номер направления).



4. Остаточная намагниченность – это величина, характеризующая магнитное поле:

- 1) в ферромагнетике во внешнем магнитном поле;
- 2) в веществе даже в отсутствие внешнего магнитного поля;

3) в ферромагнетике даже в отсутствие внешнего магнитного поля.

5. Намагниченность вещества характеризуют:

а) магнитным моментом единицы объема;

б) вектором намагниченности J ;

в)
$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{P}_m}{\Delta V};$$

г) \vec{P}_m – магнитным моментом отдельной молекулы.

4.4 Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. Длинный цилиндрический стержень из парамагнетика с магнитной восприимчивостью $320 \cdot 10^{-6}$ и площадью поперечного сечения 35 мм^2 расположен вдоль оси катушки радиусом 7 см с током 239 А . Один конец стержня находится в центре катушки, где магнитное поле максимально, а другой – в области, где поле отсутствует. С какой силой катушка действует на стержень?

2. Небольшой шарик объемом 23 мм^3 из парамагнетика с магнитной восприимчивостью $300 \cdot 10^{-6}$ переместили вдоль катушки с током из точки, где магнитная индукция равна 150 мТл , в область, где поле практически отсутствует. Какую при этом совершили работу против магнитных сил?

3. Определить (в кА/м) намагниченность тела при насыщении, если магнитный момент каждого атома равен магнетону Бора. Плотность вещества 3220 кг/м^3 , а молярная масса – 33 кг/м^3 .

4. В соленоид длиной 72 см , имеющий 485 витков, введен железный сердечник. По обмотке соленоида течет ток 3 А . Найти (в МА/м) намагниченность железа внутри соленоида, если зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0,511H^{0,161} \text{ Тл}$.

5. Бесконечная пластина из изотропного магнетика толщиной 45 мм помещена в перпендикулярное к ней однородное внешнее магнитное поле с индукцией 645 мТл . Относительная магнитная проницаемость пластины линейно изменяется от значения $1,85$ на

левой границе до 2,74 на правой. Найти (в кА/м) напряженность магнитного поля на расстоянии 38 мм от левой границы.

6. По обмотке тонкой тороидальной катушки с железным сердечником, состоящей из 2736 витков, течет ток 6А. Средний радиус тороида 12 см. Найти индукцию магнитного поля внутри тороида, если зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0,511H^{0,161}$ Тл.

7. По обмотке тонкой тороидальной катушки с железным сердечником, состоящей из 2435 витков, течет ток 7А. Средний радиус тороида 16 см. Найти (в МА/м) намагниченность железа, если зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0,511H^{0,161}$ Тл.

8. Концентрация атомов в некотором веществе $32 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}$. Средний магнитный момент каждого атома равен 0,52 магнетона Бора. Найти (в кА/м) модуль вектора намагниченности изделия из этого вещества в состоянии насыщения.

9. По обмотке длинного соленоида течет ток 5 А. Число витков на каждый сантиметр длины равно 6. Во сколько раз увеличится объемная плотность энергии в соленоиде, если внутрь его вставить железный сердечник? Зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0,511H^{0,161}$ Тл.

10. Длинный цилиндрический стержень из парамагнетика с магнитной восприимчивостью $300 \cdot 10^{-6}$ и диаметром 5 мм расположен вдоль оси катушки с током. Один конец стержня находится в центре катушки, а другой – в области, где магнитное поле практически отсутствует. С какой силой катушка действует на стержень?

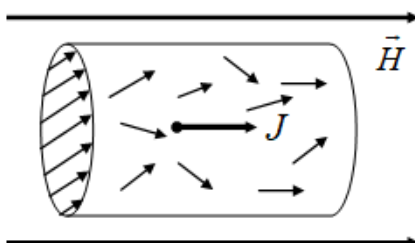
Ответы на задачи

Номер задачи	1	2	3	4	5
Ответ	$1,898 \cdot 10^{-8}$	$6,178 \cdot 10^{-8}$	542,2	438	197,4

Номер задачи	6	7	8	9	10
Ответ	2,55	1,93	15,4	492	$1,464 \cdot 10^{-6}$

Тесты

1. На рисунке изображено некоторое вещество, помещенное во внешнее магнитное поле напряженностью \vec{H} . После намагничивания оказалось, что вектор намагничивания \vec{J} совпадает с направлением вектора напряженности внешнего магнитного поля \vec{H} .



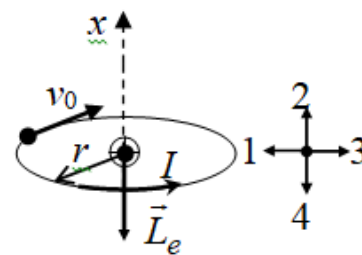
Данное вещество является:

- 1) парамагнетиком;
- 2) диамагнетиком;
- 3) ферромагнетиком;
- 4) диэлектриком.

2. Парамагнетизм – это свойство веществ, обусловленное действием внешнего магнитного поля:

- 1) на электронные орбиты атомов и молекул;
- 2) на частицы (атомы, молекулы, ионы, атомные ядра), которые обладают собственным магнитным моментом;
- 3) на векторы намагниченности доменов.

3. На рисунке представлено возможное движение электрона вокруг ядра, указаны направления эквивалентного тока, момента импульса (количества движения) и его скорости. Вектор электрического момента в этом случае будет направлен ... (укажите номер направления).



4. Коэрцитивная сила H_k – это величина напряженности магнитного поля, в котором ферромагнетик, первоначально намагниченный до насыщения:

- 1) дополнительно намагничивается;
- 2) не изменяет свои магнитные свойства;
- 3) размагничивается.

5. Материальная характеристика способности тел намагничиваться χ называется ...

- 1) диэлектрической проницаемостью;
- 2) магнитной проницаемостью;

- 3) молярной массой;
- 4) магнитной восприимчивостью;
- 5) плотностью.

Ответы на тест

Номер теста	1	2	3	4	5
Номер ответа	1	2	2	3	4

Вопросы для самоконтроля

1. Что характеризует вектор намагниченности?
2. Каков физический смысл относительной магнитной проницаемости?
3. Какими магнитными моментами обладает атом вещества?
4. Что такое диамагнетизм?
5. В чем заключается явление прецессии?
6. Чем отличаются друг от друга диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики?
7. Какова природа спонтанной намагниченности ферромагнетиков?

5 ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

5.1 Энергетические соотношения в статистических полях

Рассмотрим движение частиц в электрических и магнитных полях в вакууме.

Гравитационной силой, действующей наряду с электрическими и магнитными силами, можно пренебречь, так как она на много порядков меньше последних.

Если массу частицы обозначим m , а заряд – q , то действующая на частицу сила в электрическом поле \vec{E} и магнитном поле \vec{B} будет выражаться формулой

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}].$$

Движение частицы под действием этой силы описывается классическим законом

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}],$$

утверждающим, что изменение импульса за единицу времени равно силе. В такой формулировке закон движения справедлив и для релятивистской области, т.е. для случаев, когда $v \rightarrow c$ (где c – скорость света) и m непостоянная. При малых скоростях, когда масса m может быть отождествлена с массой покоя m_0 , это уравнение справедливо в другой форме:

$$m \frac{d(\vec{v})}{dt} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (5.1)$$

Точное описание процесса движения на основании уравнения движения может быть очень сложными и тогда, когда временное изменение не учитывается, т.е. когда напряженности полей являются функциями только радиуса-вектора \vec{r} . Несмотря на это можно, не строя специальных предположений относительно структуры поля и не рассматривая подробно само движение, вывести соотношения для энергии движущейся частицы. Предположим, что частица

в течение интервала времени от t_1 до t_2 движется между точками P_1 и P_2 по выбранной траектории (рисунок 5.1).

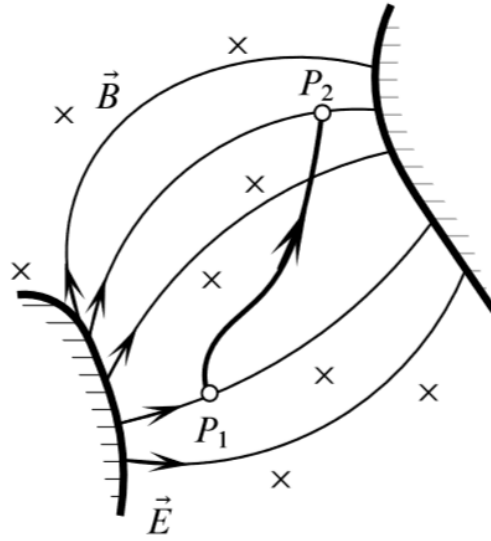


Рисунок 5.1

Проинтегрируем обе части уравнения (5.1) вдоль указанного отрезка траектории:

$$\int_{P_1}^{P_2} m \frac{d(\vec{v})}{dt} d\vec{r} = q \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} d\vec{r} + q \int_{P_1}^{P_2} [\vec{v} \times \vec{B}] d\vec{r}.$$

Левую часть этого уравнения можно переписать в форме

$$\int_{P_1}^{P_2} m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = \int_{v_1}^{v_2} m \frac{d\vec{r}}{dt} d\vec{v} = \int_{v_1}^{v_2} m \vec{v} d\vec{v} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2.$$

Первый член правой части выражается следующим образом:

$$q \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} d\vec{r} = -q \int_{P_1}^{P_2} \text{grad} \vec{U} d\vec{r} = (U_1 - U_2) q.$$

Второй член правой части равен нулю: векторы \vec{v} и $d\vec{r}$ параллельны, так что значение смешанного произведения равно нулю. В результате получим

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = (U_1 - U_2) q,$$

или

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + qU_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + qU_2. \quad (5.2)$$

В этом уравнении легко узнать закон сохранения энергии. И левая и правая части представляют полную энергию частицы, т.е. суммы ее кинетической и потенциальной энергии в точках P_1 и P_2 . Магнитное поле не вошло в это энергетическое соотношение. Форма траектории, конечно, зависит от магнитного поля, но оно может изменить только направление, а не скорость, так как сила, обусловленная взаимодействием магнитного поля, в любой точке перпендикулярна траектории.

Если известен потенциал, то соотношение (5.2) можно использовать для определения скорости частицы в любой точке пространства:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2q(U_1 - U_2)}{m} + v_1^2}. \quad (5.3)$$

Если принять, что разность потенциалов между двумя точками U_1 и $U_2 = U$ и начальная скорость в точке P равна нулю, то

$$v_2 = \sqrt{\frac{2q}{m}U}. \quad (5.4)$$

Скорость в любом статистическом, электрическом и магнитном поле может быть рассчитана по формуле (5.3) или, если начальная скорость равна нулю, по формуле (5.4).

5.2 Движение в однородных статических полях

Электрическое поле

Произвольная начальная скорость. Ограничимся сначала только электрическими полями и рассмотрим простейший случай – однородное электрическое поле, тогда можно получить описание простого, но весьма важного для практики типа движения. Поле, близкое к однородному, создается между двумя плоскими поверхностями большой протяженности (рисунок 5.2).

На частицу с зарядом q и массой m действует сила qE , так что уравнение движения имеет вид

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E}.$$

Величина q включает в себя знак. Направление и величина ускорения постоянны, так как, по нашему предположению, поле постоянно:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} = q \frac{\vec{E}}{m}.$$

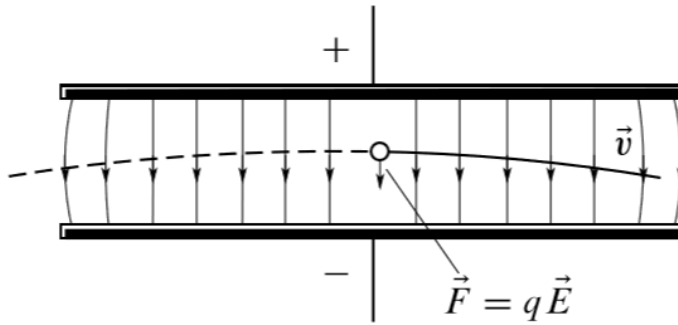


Рисунок 5.2

Таким образом, для любого момента времени t скорость определяется выражением

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^t q \frac{\vec{E}}{m} dt = q \frac{\vec{E}}{m} (t - t_0) + \vec{v}_0,$$

если в момент $t = t_0$ частица имела скорость, равную v_0 . Радиус-вектор частицы выражается в форме

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \frac{d\vec{r}}{dt} dt = \int_{t_0}^t \vec{v} dt = q \frac{\vec{E}}{m} \int_{t_0}^t (t - t_0) dt + \vec{v}_0 \int_{t_0}^t dt.$$

Отсюда в конечном итоге получим

$$\vec{r}(t) = \frac{1}{2} q \frac{\vec{E}}{m} (t - t_0)^2 + \vec{v}_0 (t - t_0) + \vec{r}_0$$

при условии, что в момент времени $t = t_0$ радиус-вектор частицы был r_0 .

Выберем систему координат таким образом, чтобы направление поля совпадало с направлением отрицательной оси y (рисунок 5.3).

Частица должна в момент времени $t = t_0$ начать двигаться из исходной точки $r_0 = 0$ с начальной скоростью v_0 .

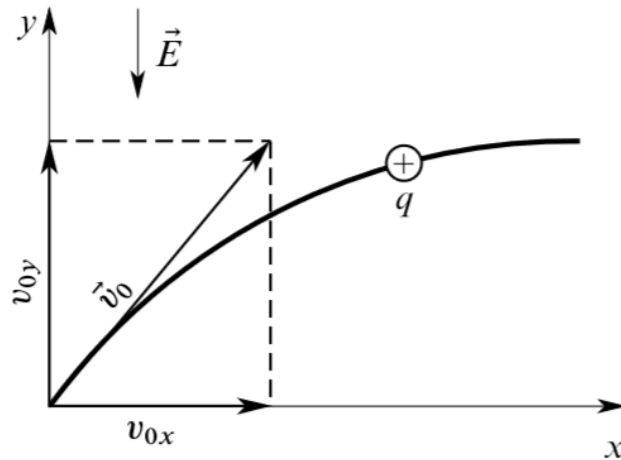


Рисунок 5.3

Тогда уравнения движения записываются в виде

$$\vec{a} = q \frac{\vec{E}}{m};$$

$$\vec{v} = q \frac{\vec{E}}{m} t + \vec{v}_0;$$

$$\vec{r} = \frac{1}{2} q \frac{\vec{E}}{m} t^2 + \vec{v}_0 t$$

и могут быть разложены на компоненты:

$$a_x = 0; \quad a_y = -q \frac{E}{m};$$

$$v_x = v_{0x}; \quad v_y = -q \frac{E}{m} t + v_{0y};$$

$$x = v_{0x} t; \quad y = -\frac{1}{2} q \frac{E}{m} t^2 + v_{0y} t.$$

Из этих уравнений можно рассчитать все интересующие нас величины, например траекторию частицы.

Рассмотрим два особых практически важных случая. Сначала предположим, что частица стартует из центра системы координат с начальной скоростью, равной нулю. Тогда уравнение движения имеет вид

$$a_y = -q \frac{E}{m}; \quad v_y = -q \frac{E}{m} t; \quad y = -\frac{1}{2} \frac{q}{m} E t^2.$$

Если расстояние между пластинами конденсатора равно d , то полная продолжительность полета выразится формулой

$$t_d = \sqrt{2d \frac{m}{q} \frac{1}{E}}.$$

Достигнув нижнего электрода, ускоренная частица сталкивается с ним, передавая ему свою кинетическую энергию, что приводит к нагреванию электрода. Если в электроде вырезано отверстие, то частица будет продолжать движение со скоростью, равной конечной. Так заряженная частица может сохранять заданную ей скорость.

Конечное значение энергии частицы будет определяться выражением

$$\frac{1}{2} m v_y^2 = \frac{m}{2} (a_y t_d)^2 = \frac{1}{2} m \frac{q^2 E^2}{m^2} 2d \frac{m}{q} \frac{1}{E} = qEd = qU.$$

Произошло превращение потенциальной энергии qU в кинетическую. Конечную скорость можно получить из вышеприведенного уравнения сохранения энергии:

$$v_y = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

Пусть теперь начальная скорость перпендикулярна электрическому полю. Тогда частица влетает в поле конденсатора с начальной скоростью v_{0x} , перпендикулярной силовым линиям. Направление поля в этом случае совпадает с направлением положительной оси y . Уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} x &= v_{0x} t; \\ y &= \frac{1}{2} \frac{q}{m} E t^2, \end{aligned}$$

отсюда следует уравнение траектории

$$y = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \frac{E}{v_{0x}^2} x^2.$$

Рассчитаем, как велико вызванное полем отклонение пучка, измеренное на экране, расположенном на расстоянии L от середины конденсатора. После выхода из поля частица движется дальше с постоянной скоростью в направлении, касательном к траектории (рисунок 5.4).

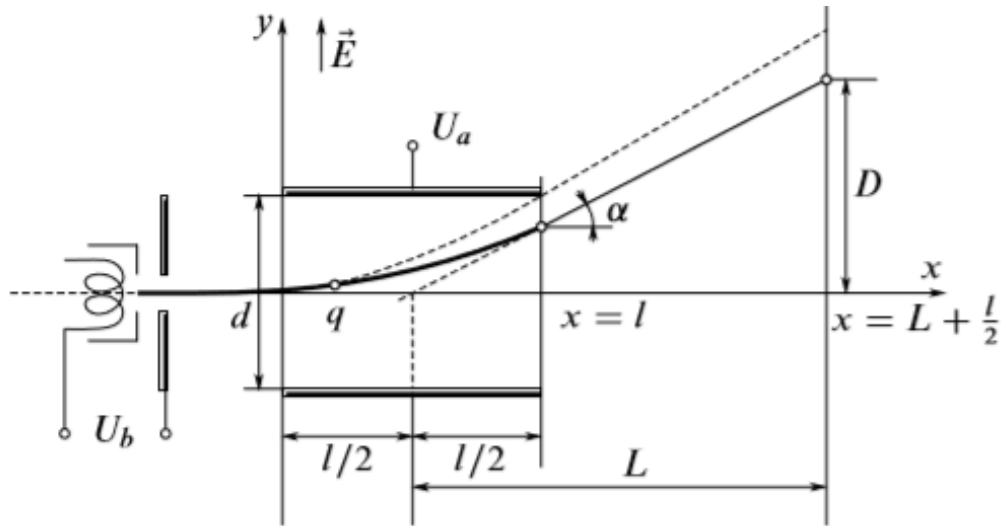


Рисунок 5.4

Для угла, характеризующего направление траектории в момент выхода частицы из поля, справедливо соотношение

$$\operatorname{tg} a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=l} = \left[\frac{q}{m} \frac{E}{v_{0x}^2} x \right]_{x=l} = q \frac{Et}{mv_{0x}^2}.$$

Так как касательная к параболе в точке $x=l$ пересекает ось в точке $x=l/2$, то уравнение этой касательной имеет вид

$$y = \operatorname{tg} a \left(x - \frac{l}{2} \right) = q \frac{E}{mv_{0x}^2} l \left(x - \frac{l}{2} \right).$$

Отклонение частицы (т.е. ордината прямой в точке $x=L+l/2$)

$$D = q \frac{E}{mv_{0x}^2} lL.$$

Таким образом, отклонение зависит от кинетической энергии частицы, а именно обратно пропорционально ей.

Учтем далее, что частицы получили скорость, пройдя ускоряющее напряжение U_b . Тогда

$$v_{0x} = \sqrt{\frac{2q}{m} U_b}.$$

Напряженность поля E между пластинами в хорошем приближении определяется на основании значений отклоняющего напряжения U_a и расстояния между пластинами d :

$$E = \frac{U_a}{d}.$$

Подставляя эти значения в предыдущее уравнение, получим для отклонения формулу

$$D = \frac{1}{2} \frac{l}{d} \frac{U_a}{U_b} L.$$

Таким образом, отклонение частицы тем больше, чем больше отклоняющее напряжение, чем меньше ускоряющее напряжение и чем больше расстояние до проекционного экрана.

Движение частицы в однородном магнитном поле

Для силы, действующей на частицу в однородном магнитном поле, можно записать соотношение

$$\vec{F} = q [\vec{v} \times \vec{B}] = m \frac{d\vec{v}}{dt},$$

которое показывает, что сила всегда направлена перпендикулярно скорости. Это означает, что поле влияет на направление, но не на величину скорости. Умножив записанное выше уравнение на v , получим

$$m\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} [\vec{v} \times \vec{B}] = 0,$$

откуда

$$\frac{d\vec{v}^2}{dt} = 0; \quad \vec{v}^2 = \text{const}; \quad |\vec{v}| = \text{const}.$$

Рассмотрим частицу, начальная скорость которой v_0 перпендикулярна магнитной индукции (рисунок 5.5).

В этом случае вектор скорости, так же как и вектор силы, лежит в плоскости, перпендикулярной индукции B , поэтому движение является плоским, причем действующая сила все время направ-

лена перпендикулярно скорости, а абсолютное значение скорости постоянно: $|v| = |v_0|$.

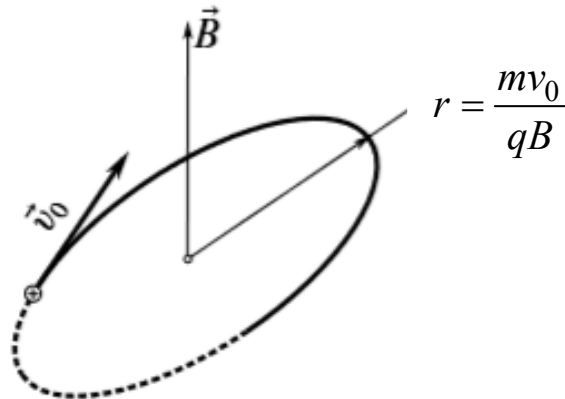


Рисунок 5.5

Таким образом, частица движется равномерно по круговой орбите. Ускорение тела, движущегося по окружности, выражается формулой v^2/r . Тогда уравнение движения Ньютона запишется в виде

$$\frac{mv^2}{r} = qvB.$$

Это уравнение можно рассматривать как условие равновесия между силой F и центробежной силой mv^2/r . Теперь можно записать

$$r = \frac{mv}{qB}.$$

Отсюда следует, что радиус r пропорционален импульсу частицы. Время оборота выражается формулой

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Частота обращения

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}.$$

Для угловой скорости получим

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m}.$$

Необходимо отметить, что угловая скорость частицы не зависит от ее скорости, а зависит лишь от магнитного поля и удельного заряда частицы.

Частица, движущаяся по окружности радиусом r , имеет энергию

$$W = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{qBr}{m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2B^2r^2}{m}.$$

Если частица приобрела скорость v , пролетая ускоряющее напряжение U , то

$$v = \sqrt{\frac{2q}{m}U}.$$

Тогда

$$t = \sqrt{\frac{2m}{q}}\frac{\sqrt{U}}{B}.$$

Следовательно, радиус зависит от удельного заряда q/m , т.е. от типа частицы. Если разные частицы ускоряются одним и тем же напряжением, то радиусы окажутся различными. Таким образом можно обеспечить разделение частиц с разными удельными зарядами.

С помощью однородного магнитного поля поток частиц, например электронов, так же как и в случае электрического поля, можно отклонять (рисунок 5.6).

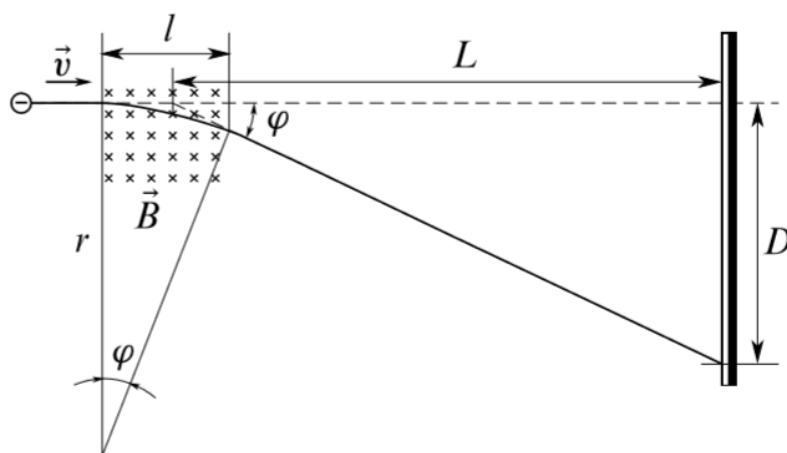


Рисунок 5.6

При не очень большом угле отклонения справедливо равенство

$$D = L \operatorname{tg} \varphi \approx L_{\varphi}.$$

С другой стороны,

$$r\varphi \sim l,$$

а значит

$$\varphi = \frac{l}{r}.$$

Тогда

$$D = \frac{Ll}{r} = L l B \frac{q}{mv}.$$

Таким образом, отклонение обратно пропорционально импульсу частицы, а не энергии, как это имело место в случае электрического поля.

Теперь рассмотрим общий случай, когда начальная скорость частицы образует произвольный угол с вектором \vec{B} .

Разложим вектор \vec{v}_0 на компоненты v_{0x} и v_{0z} . Компонент v_{0x} способствует круговому движению, в то время как составляющая v_{0z} , направленная как и вектор \vec{B} , никакой силы не вызывает. Таким образом, v_{0x} обеспечивает движение по окружности, а v_{0z} — равномерное прямолинейное движение, перпендикулярное плоскости круга. Обе скорости всегда дают движение по винтовой линии.

Скорость разлагается на составляющие \vec{v}_{\parallel} , параллельную \vec{B} , и \vec{v}_{\perp} , перпендикулярную \vec{B} :

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}.$$

Уравнение движения записывается в виде

$$m \frac{d(\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp})}{dt} = q [(\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}) \times \vec{B}] = q [\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}].$$

Так как первая часть этого равенства всегда перпендикулярна вектору \vec{B} , то справедливы выражения

$$\frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} = 0; \quad \vec{v}_{\parallel} = \text{const}; \quad \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m} [\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}] = -\frac{q}{m} [\vec{B} \times \vec{v}_{\perp}].$$

Введя вектор круговой частоты, получим

$$\vec{\omega} = -\frac{q}{m} \vec{B},$$

откуда

$$\frac{d\vec{v}_\perp}{dt} = [\vec{\omega} \times \vec{v}_\perp].$$

Последнее равенство означает, что проекция частицы на плоскость, перпендикулярную вектору \vec{B} , движется по круговой траектории с угловой скоростью

$$|\vec{\omega}| = |q| \frac{B}{m}.$$

Эффект Холла

Если проводящую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов. Это эффект Холла. Поместим пластинку с током плотностью \vec{j} в магнитное поле \vec{B} , перпендикулярное \vec{j} . В металле носителями тока являются свободные электроны. Их скорость \vec{v} направлена справа налево (рисунок 5.7).

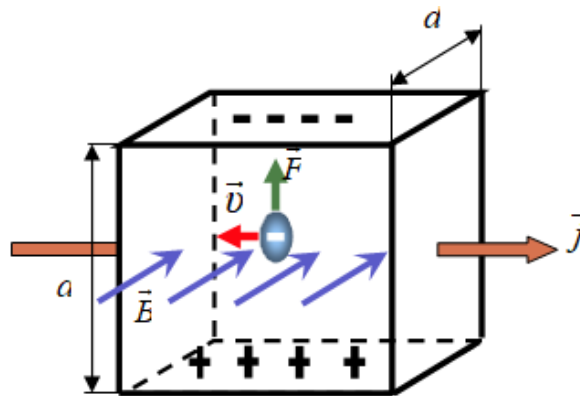


Рисунок 5.7

Электроны испытывают действие силы Лоренца \vec{F} , которая направлена вверх (направление определяется векторным произведением $[\vec{v}, \vec{B}]$ с учетом того, что ток переносится электронами).

Под действием силы Лоренца у электронов появляется составляющая скорости, направленная вверх. У верхней грани пластины образуется избыток отрицательных зарядов, а у нижней – избыток положительных зарядов. В результате возникает поперечное электрическое поле. Стационарное распределение зарядов в поперечном направлении установится при таком значении напряженности электрического поля \vec{E} , действие которого на заряды будет уравнивать силу Лоренца. Возникшую при этом поперечную холловскую разность потенциалов $\Delta\varphi$ можно вычислить из условия установившегося стационарного распределения зарядов.

Величина $R = 1/en$ – постоянная Холла, зависящая от вещества.

Выражение для холловской разности потенциалов получено для металлов в предположении, что проводящая пластина помещена в сильное магнитное поле (порядка 1 Тл), и имеет вид

$$\Delta\varphi = R \frac{IB}{d}.$$

В общем случае постоянную Холла записывают в виде

$$R = \frac{A}{en}.$$

В сильных магнитных полях $A = 1$. В слабых полях и в полупроводниках в зависимости от природы рассеяния носителей тока значение A может изменяться от 1,18 (рассеяние на тепловых колебаниях кристаллической решетки) до 1,93 (рассеяние на ионах примесей).

При равной концентрации носителей заряда обоих знаков, как наблюдается у собственных полупроводников, $\Delta\varphi$ также возникает, если различна подвижность носителей заряда (электронов и дырок). Подвижность – это средняя скорость, приобретаемая носителями тока при напряженности электрического поля 1 В/м.

Как можно использовать эффект Холла? Из выражения для $\Delta\varphi$ можно определить R . Знание постоянной Холла позволяет:

а) найти концентрацию и подвижность носителей тока в веществе;

б) судить о природе проводимости полупроводников (знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока).

Датчики Холла используются для измерения величины магнитного поля, применяются в измерительной технике для иных целей.

Движение частицы в одновременно действующих электрическом и магнитном полях

При одновременном наложении электрического и магнитного полей оба поля действуют независимо одно от другого, так что можно получить самые различные результирующие движения и в соответствии с этим самые разнообразные возможности применения. В простейшем случае силы, действующие со стороны электрического и магнитного полей, взаимно компенсируются. Пусть однородное магнитное поле, создаваемое в пространстве между пластинами, перпендикулярно к плоскости рисунка. Если в это пространство попадает пучок, состоящий из частиц, скорости которых различны, то на каждую частицу действует сила

$$F = q(E - vB).$$

Если скорость частицы удовлетворяет условию

$$v_0 = \frac{E}{B},$$

то в любой момент времени сила равна нулю, так что частица проходит через диафрагму экрана Д. Если же скорость частицы больше или меньше v_0 , то такую частицу сила F отклоняет вверх или вниз так, что она ударяется об экран Д. В результате этого справа от экрана будет получаться пучок, однородный по скорости.

Если электрическое и магнитное поля параллельны (рисунок 5.8), то отклонения частицы, вызываемые этими полями, перпендикулярны друг другу.

Отклонение, вызываемое этими полями, как это следует из предыдущего случая, для электрического поля составляет

$$x = ElL \frac{q}{mv^2} = A \frac{q}{mv^2},$$

а для магнитного поля –

$$y = LlB \frac{q}{mv} = C \frac{q}{mv}.$$

Частицы, обладающие одинаковыми свойствами, т.е. одинаковым удельным зарядом q/m , попадают в зависимости от их скорости в различные точки. Эти точки образуют параболу.

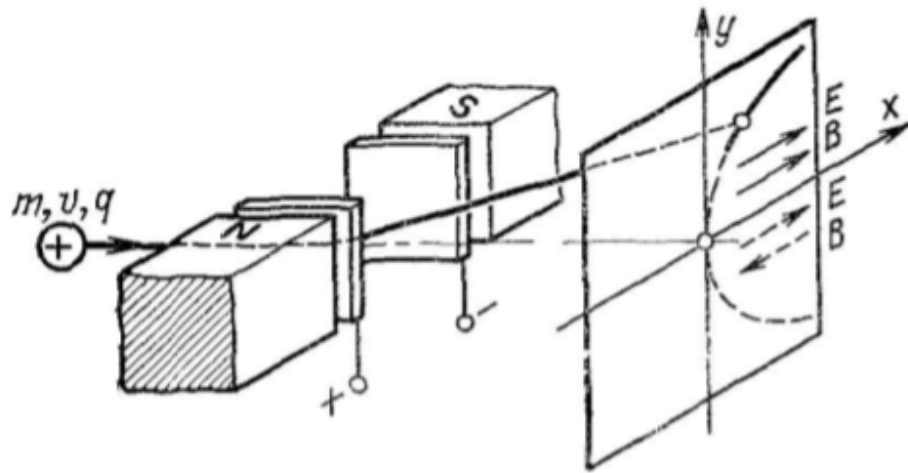


Рисунок 5.8

Из уравнения для магнитного поля

$$v = C \frac{q}{m\gamma},$$

подставив полученное выражение в уравнение для электронов, имеем

$$x = \frac{A}{C^2} \frac{m}{q} y^2.$$

Величины A и C являются постоянными.

Очевидно, каждому типу ионов соответствует своя парабола. Отличающиеся друг от друга ионы, имеющие различные скорости, разделяются, а именно ионы с одинаковым удельным зарядом и любым значением скорости попадают на отдельную ветвь параболы, вызывая почернение на фотопластинке. Подобное семейство кривых изображено на рисунке 5.9.

По координатам любой точки параболы можно однозначно определить значение q/m .

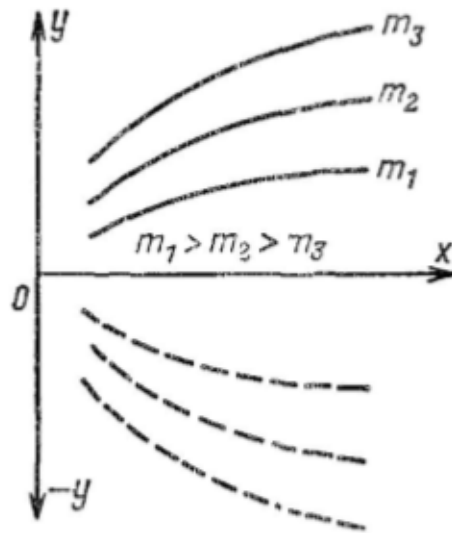
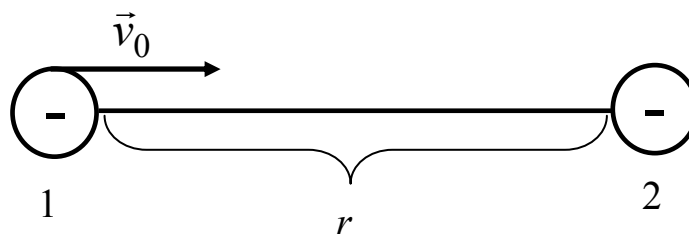


Рисунок 5.9

5.3 Примеры решения задач

1. До какого расстояния r могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью $v_0 = 10^6$ м/с?



Решение. Так как v_0 – относительная скорость, то можно считать, что один электрон движется, другой – покоится (пусть покоится второй электрон), тогда в точке 1 он создает потенциал

$$\varphi_2 = \frac{q_e}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Первый электрон движется со скоростью v_0 , значит, он обладает кинетической энергией $E_k = \frac{m_e v_0^2}{2}$. Эта энергия тратится на работу против кулоновских сил отталкивания $A = qU = q_e \varphi_2 =$

$= \frac{q_e}{4\pi\epsilon_0 r}$. По закону изменения кинетической энергии $\Delta E_k = A$ получим

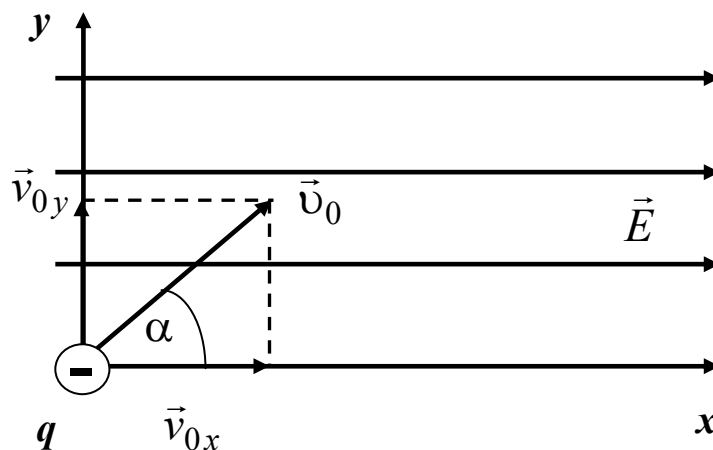
$$\frac{m_e v_0^2}{2} = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

откуда

$$r = \frac{q_e^2}{2\pi\epsilon_0 m_e v_0^2} = \frac{1,6^2 \cdot (10^{-19})^2}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{12}} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

2. Электрон массой $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг с зарядом $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл и начальной скоростью 10^7 м/с влетает в однородное электрическое поле с напряженностью 10^3 В/м под углом 60° к силовым линиям поля. В какой момент времени скорость электрона будет минимальной?

Решение. На электрон со стороны поля действует сила, численно равная $F = qE$. Так как электрон заряжен отрицательно, то сила направлена против силовых линий поля. Таким образом, электрон движется вдоль оси x равнозамедленно с начальной скоростью $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$, а по оси y равномерно со скоростью $v_{0y} = v_0 \sin \alpha = \text{const}$.



Законы движения электронов вдоль осей x и y можно записать в виде

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{at^2}{2}; \quad y = v_0 \sin \alpha \cdot t.$$

Найдем ускорение электрона из второго закона Ньютона: $a = \frac{qE}{m}$. Таким образом, зная законы движения электрона, необходимо найти момент времени, когда скорость электрона минимальна. Определим компоненты скорости:

$$v_x = x' = v_0 \cos \alpha - at = v_0 \cos \alpha - \frac{qE}{m}t;$$

$$v_y = y' = v_0 \sin \alpha.$$

Модуль скорости электрона

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(v_0 \cos \alpha - \frac{qE}{m}t\right)^2 + (v_0 \sin \alpha)^2}.$$

Модуль скорости будет минимален, если $\frac{dv}{dt} = 0$.

Исследуем функцию на экстремум:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \frac{2\left(v_0 \cos \alpha - \frac{qE}{m}t\right)\left(-\frac{qE}{m}\right)}{\sqrt{\left(v_0 \cos \alpha - \frac{qE}{m}t\right)^2 + (v_0 \sin \alpha)^2}},$$

выражение равно нулю, если $v_0 \cos \alpha - \frac{qE}{m}t = 0$. Таким образом, скорость электрона будет минимальна в момент времени $t = \frac{mv_0 \cos \alpha}{qE}$.

Подставляя числовые значения, получим $t = 2,8 \cdot 10^{-2}$ с.

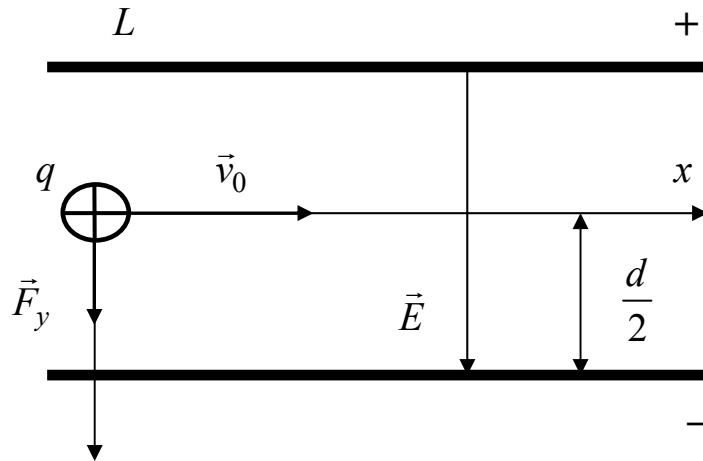
3. Протон массой $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг с зарядом $1,67 \cdot 10^{-19}$ Кл, движущийся горизонтально со скоростью \vec{v}_0 , влетает в середину плоского горизонтального конденсатора параллельно его пластинам длиной L . Расстояние между пластинами равно d . К пластинам прикладывают разность потенциалов, меняющуюся со временем по закону $\Delta\varphi = \alpha t^2$, где $\alpha = \text{const}$. Какой должна быть величина α , чтобы протон не вылетел из конденсатора?

Решение. Напряженность поля между пластинами конденсатора легко определить, учитывая связь напряженности и потенциала:

$$E = \frac{\Delta\varphi}{d} = \frac{\alpha t^2}{d}.$$

Следовательно, на протон в направлении оси y действует сила

$$F_y = qE, \text{ которая сообщает протону ускорение } a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{q\alpha t^2}{md}.$$



По оси x протон движется равномерно (на него не действуют силы). Таким образом, нам известна зависимость координаты от времени (по оси y).

Для нахождения скорости протона по оси y проинтегрируем выражение для ускорения по времени:

$$v_y = \int a_y dt = \int_0^t q \frac{\alpha t^2}{md} dt = q \frac{\alpha t^3}{3md}.$$

Найдем закон движения протона вдоль оси y , для этого проинтегрируем выражение для скорости по времени, учитывая, что при $t = 0$ $y = 0$:

$$y = \int v_y dt = \int_0^t \frac{q\alpha t^3}{3md} dt = \frac{q\alpha t^4}{12md}.$$

По оси x протон движется равномерно со скоростью v_0 , следовательно, закон движения по этой оси $x = v_0 t$.

Чтобы протон не вылетел из конденсатора, необходимо выполнить следующие условия:

$$x = v_0 t \text{ при } x \leq L;$$

$$y = \frac{q\alpha t^4}{12md} = \frac{d}{2}.$$

Исключая время из этих двух уравнений, находим, что при значении $\alpha \geq \frac{6md^2v_0^4}{qL^4}$ протон не вылетит из конденсатора.

4. Электрон движется в однородном поле с напряженностью 160 В/м вдоль силовых линий. Его начальная скорость равна 3,8 Мм/с. За какой промежуток времени скорость электрона уменьшится в 2,3 раза? Какое расстояние пройдет электрон за это время?

Решение. Электрон – отрицательно заряженная частица – движется вдоль силовых линий. Значит, это движение равнозамедленное. Причиной ускорения является сила действия электрического поля $F = Eq$. Ускорение электрона находим из второго закона Ньютона:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m}.$$

Тогда

$$t = \frac{v - \frac{v}{2,3}}{a} = \frac{1,3vm}{2,3Eq}; \quad t \approx 76 \text{ нс};$$

$$s = \frac{v^2 - \left(\frac{v}{2,3}\right)^2}{2a} = \frac{4,29v^2m}{2 \cdot 5,29 \cdot Eq}; \quad s = 0,21 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

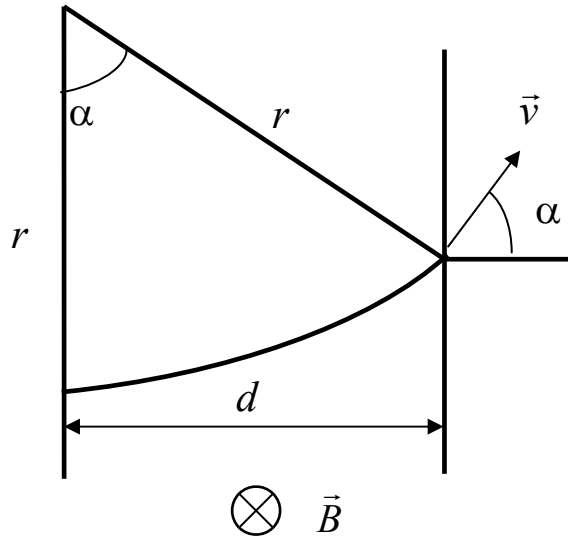
5. Протон, ускоренный разностью потенциалов $U = 500$ кВ, пролетает поперечное однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,51$ Т. Толщина области с полем $d = 10$ см. Найти угол α отклонения протона от первоначального направления движения.

Решение. На протон действует сила Лоренца

$$\vec{F}_m = q[\vec{v} \times \vec{B}].$$

Чтобы определить скорость протона, используем выражение для работы силы Кулона по ускорению протона

$$qU = \frac{mv^2}{2} = A.$$



Отсюда скорость

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

Поскольку направления скорости и индукции магнитного поля взаимно перпендикулярны, то $F_m = qvB$. По второму закону Ньютона

$$qvB = \frac{mv^2}{r},$$

откуда можно определить радиус

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{q}}, \quad \frac{d}{r} = \sin \alpha,$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \arcsin \left(\frac{dB}{\sqrt{\frac{2Um}{q}}} \right) = \arcsin \left(\frac{0.1 \cdot 0.51}{\sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 10^3 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}}{1.6 \cdot 10^{-19}}}} \right) = \\ &= \arcsin(0,5) = 30^\circ. \end{aligned}$$

6. В магнитном поле, индукция которого 2 мТл, по винтовой линии радиусом $R = 2$ см и шагом $h = 5$ см движется электрон. Определить его скорость.

Решение. Скорость электрона будет иметь две составляющие: во-первых, поступательную – скорость движения вперед; во-вторых, скорость, направленную по касательной и обеспечивающую движение электрона по окружности. Начнем с движения по окружности. На электрон действует сила

$$F = qv_g B = \frac{mv_g^2}{R}, \text{ откуда } v_g = \frac{qBR}{m}.$$

С такой скоростью электрон будет преодолевать окружность длиной $2\pi R$ за время t :

$$t = \frac{2\pi R}{v_g} = \frac{2\pi R m}{qBR} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

За время прохождения полного витка электрон продвигается вперед на шаг винтовой линии h :

$$h = v_B t, \quad v_B = \frac{h}{t} = \frac{hqB}{2\pi m}.$$

Так как обе составляющие скорости взаимно перпендикулярны, то скорость электрона определим по теореме Пифагора:

$$v = \sqrt{v_g^2 + v_B^2} = \sqrt{\frac{q^2 B^2 R^2}{m^2} + \frac{h^2 q^2 B^2}{4\pi^2 m^2}} = \frac{qB}{2\pi m} \sqrt{(2\pi R)^2 + h^2}.$$

Подставим числа:

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \sqrt{4 \cdot 9,86 \cdot 4 \cdot 10^{-4} + 25 \cdot 10^{-4}} = 7,57 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

7. Электрон ускоряется однородным электрическим полем, напряженность которого $E = 1,6$ кВ/м. Пройдя в электрическом поле некоторый путь, он влетает в однородное магнитное поле и начинает двигаться по окружности радиусом $R = 2$ мм. Какой путь прошел электрон в электрическом поле? Индукция магнитного поля $B = 0,03$ Тл. Начальная скорость электрона нулевая.

Решение. В электрическом поле электрон ускорился и приобрел скорость, которую можно найти, зная радиус. А если узнаем скорость, то сможем определить и путь электрона.

С одной стороны:

$$E = qvB .$$

С другой стороны:

$$F = \frac{mv^2}{R} .$$

Тогда приравнявая

$$qB = \frac{mv}{R} ,$$

получим

$$v = \frac{qBR}{m} .$$

Для определения пути при равномерном движении можно воспользоваться формулой

$$v^2 - v_0^2 = 2aS ,$$

откуда

$$S = \frac{v^2}{2a} = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m^2 a} .$$

Ускорение найдем из соотношения

$$am = Eq , a = \frac{Eq}{m} .$$

Тогда

$$S = \frac{q^2 B^2 R^2 m}{2m^2 Eq} = \frac{qB^2 R^2}{2mE} .$$

Подставим числа:

$$S = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (0,03)^2 \cdot (0,002)^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^3} = 0,198 \text{ м} .$$

5.4 Задания для решения на практических занятиях

Задачи

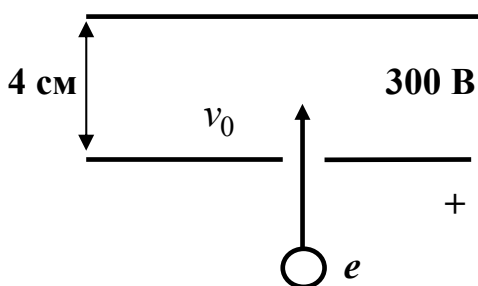
1. Посередине между пластинами плоского конденсатора влетает электрон со скоростью 10^6 м/с, направленной нормально к вектору напряженности электрического поля. На какой угол отклонится электрон от первоначального направления, если расстояние между пластинами $d = 1,2$ см, длина пластин $l = 5$ см, напряжение на пластинах $U = 15$ В ?

2. Пучок ионов цезия проходит ускоряющую разность потенциалов 100 В и затем движется в пространстве, где поле отсутствует, пролетая расстояние 6 мм за $5 \cdot 10^{-7}$ с. Найти массу иона.

3. Две параллельные металлические пластины расположены горизонтально на расстоянии 2 см одна от другой. Потенциал верхней пластины +500 В относительно нижней. Электрон с нулевой начальной скоростью летит из центра нижней пластины. Определить: а) скорость и энергию в момент удара о пластину; б) время пролета.

4. Расстояние между анодом и катодом плоскопараллельного диода $d = 4$ мм, напряжение анода $U = 20$ В, анодный ток $I_a = 10$ мА. Определить: а) скорость электронов, попадающих каждую секунду на анод; б) скорость электронов в момент удара об анод; в) силу, действующую на электрон в пространстве между анодом и катодом; г) время пролета электрона от катода до анода. Считать, что электроны покидают катод с нулевой начальной скоростью.

5. Электрон с начальной энергией 50 эВ начинает движение по нормали к плоскости пластин. Определить: а) на каком расстоянии



от нижней пластины электрон полностью затормозится; б) через какое время электрон возвратится к нижней пластине; в) какую энергию сообщит электрон нижней пластине при возвращении; г) какова должна быть начальная энергия, чтобы электрон мог достигнуть верхней пластины.

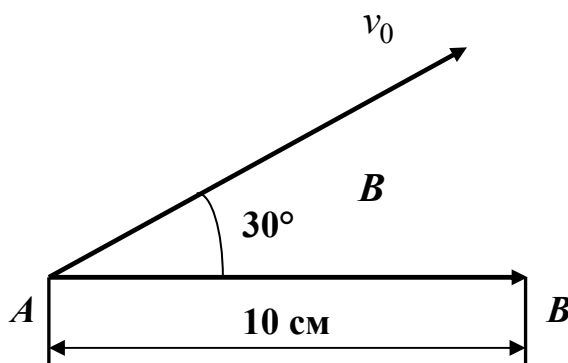
а) на каком расстоянии

6. Положительный ион, заряд которого равен двум элементарным зарядам, движется со скоростью 17 км/с в однородном магнитном поле по винтовой линии радиусом 38 см с шагом 2 см. Оп-

ределить массу иона, если напряженность магнитного поля равна 35 кА/м.

7. Электронный луч проходит через поперечное магнитное поле, действующее на расстоянии 18 см в направлении луча. Луч входит в поле с начальной энергией 500 эВ. Индукция магнитного поля 10^{-4} Тл. Определить угол отклонения электронного луча.

8. Электрон, ускоренный электрическим полем, был направлен под прямым углом в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10^{-3}$ Тл. Каким должно быть ускоряющее напряжение, чтобы он вращался по окружности радиусом 1 см? Сколько оборотов в секунду он совершит?

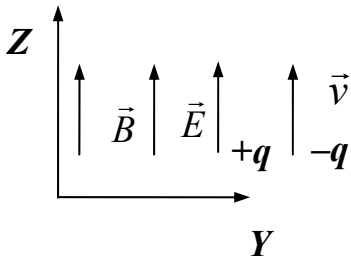


9. Электрон влетает в точку A магнитного поля со скоростью 10^7 м/с в направлении, лежащем в плоскости страницы. Угол между вектором скорости и вектором индукции магнитного поля $\theta = 30^\circ$. При каком значении индукции магнитного поля электрон пролетит через точку B , если $AB = 10$ см?

10. В однородных скрещенных полях электрон начал свое движение с начальной скоростью v_0 , равной нулю. Траекторию электрона описывает некоторая точка окружности, катящейся по горизонтальной плоскости. Во сколько раз нужно изменить напряженность электрического поля и индукцию магнитного поля, чтобы радиус образующей окружности увеличился в 2 раза?

Тесты

1. Протон и электрон, имеющие одинаковые скорости, влетают в пространство, в котором существуют однородные электрическое и магнитное поля, как показано на рисунке.



Как будут двигаться заряженные частицы?

1) обе частицы будут двигаться в одну сторону по винтовым линиям;

2) обе частицы будут двигаться по окружности с различными радиусами и в противоположные стороны;

3) обе частицы будут двигаться прямолинейно в противоположных направлениях;

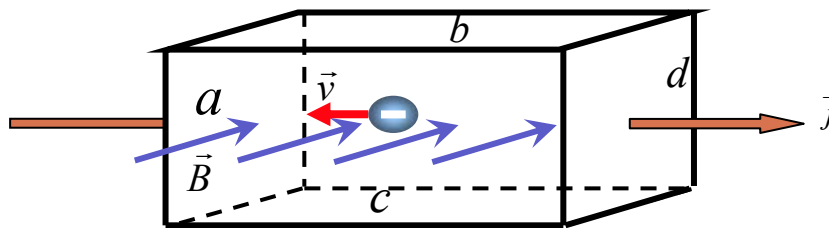
4) обе частицы будут двигаться по винтовым линиям с различными радиусами и шагом в противоположных направлениях;

5) обе частицы будут двигаться прямолинейно в одну сторону, а через некоторое время в противоположные.

2. Две частицы с зарядами $q_1 = 2q_0$ и $q_2 = 3q_0$ и с массами $m_1 = 3m_0$ и $m_2 = 2m_0$ влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору магнитной индукции с одинаковой скоростью. Сравнить периоды вращения этих частиц и указать правильное соотношение между ними.

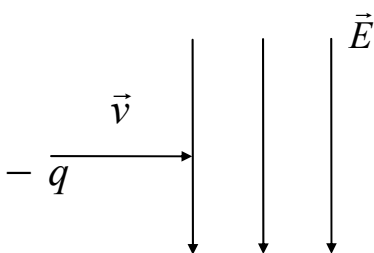
Ответы: 1) $T_1 = T_2$; 2) $T_1 = 4T_2$; 3) $T_2 = 9T_1$; 4) $T_1 = 9T_2/4$; 5) $T_1 = 4T_2/9$.

3. Пластинка из проводящего материала помещена в однородное магнитное поле и по ней течет ток, как показано на рисунке.



Какая из обозначенных граней пластинки в результате эффекта Холла зарядится положительно?

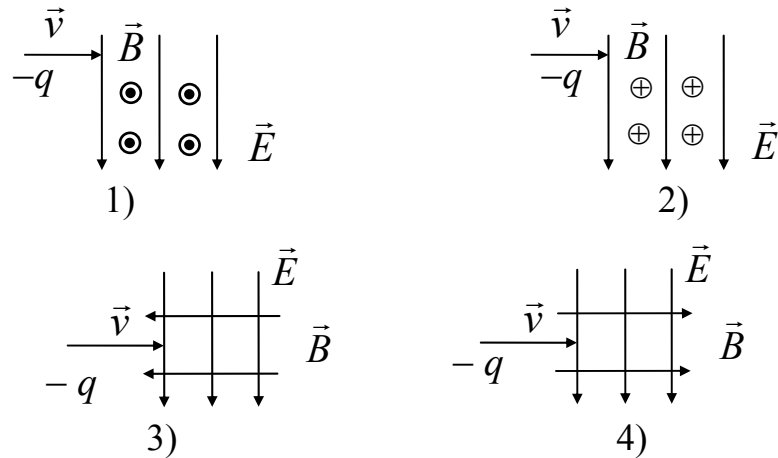
Ответы: 1) a; 2) b; 3) c; 4) d.



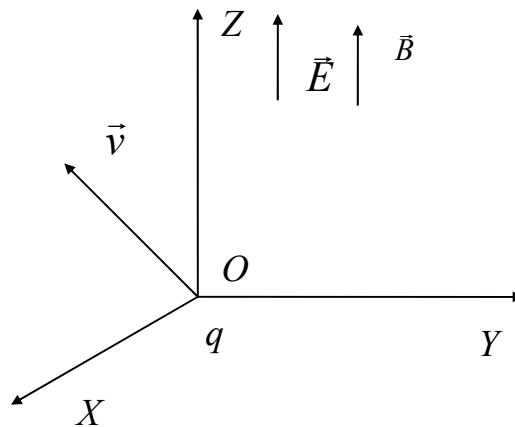
4. Электрон влетает с некоторой скоростью \vec{v} в однородные скрещенные электрическое и магнитное поля перпендикулярно силовым линиям электрического поля, как показано на рисунке.

На каком из приведенных ниже рисунков правильно показано направление магнитного поля, чтобы

электрон при определенном соотношении между величинами v , E и B пролетел скрещенные поля не отклоняясь?



5. В некотором пространстве существуют однородные электрическое и магнитное поля, направления которых совпадают с осью Z . В начальный момент протон находится в точке O и обладает начальной скоростью v , вектор которой лежит в плоскости XOZ и составляет угол α с осью Z , как показано на рисунке.



По какой траектории будет двигаться протон в этих полях?

- 1) по винтовой линии с постоянными шагом и радиусом;
- 2) по винтовой линии с возрастающим шагом и постоянным радиусом;
- 3) по винтовой линии с убывающим шагом и постоянным радиусом;
- 4) по винтовой линии с постоянным шагом и возрастающим радиусом;
- 5) по винтовой линии с постоянным шагом и убывающим радиусом.

5.5 Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. Протон движется в однородном магнитном поле с напряженностью 62 кА/м по винтовой линии радиусом 5 см с шагом 3 см . Определить скорость протона.

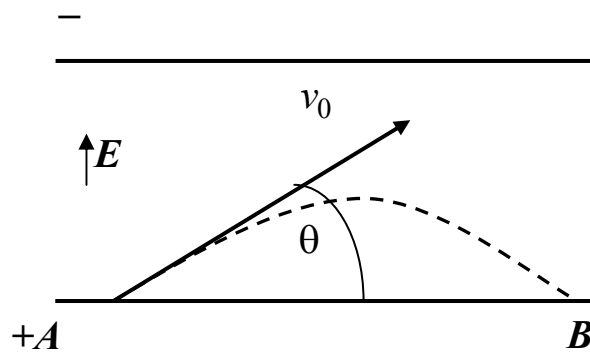
2. Два иона, имеющие одинаковые заряды и прошедшие одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле под прямым углом. Первый ион начал вращаться по окружности радиусом 20 см , а второй – 4 см . Определить отношение масс ионов m_1/m_2 .

3. Электрон ускоряется разностью потенциалов 1 В . Начальная скорость электрона равна нулю. Определить конечную скорость электрона и его кинетическую энергию.

4. Две пластины, напряжение между которыми 2000 В , удалены друг от друга на расстояние 3 см . Электрон начинает двигаться от отрицательно заряженной пластины с начальной скоростью, равной нулю. Определить: а) через какое время электрон достигнет скорости 10^7 м/с ; б) какой путь он пролетит, прежде чем достигнет такой скорости; в) какой разности потенциалов соответствует эта скорость; г) насколько увеличится кинетическая энергия электрона в конце пути.

5. Электрон вылетел из катода с начальной скоростью $v_0 = 1000 \text{ км/с}$ и на пути к аноду пролетел два участка: один с тормозящим полем, созданным сеткой, расположенной на расстоянии $d = 1 \text{ мм}$ от катода; второй с ускоряющим полем, созданным анодом, расположенным на расстоянии $d_2 = 6 \text{ мм}$ от сетки. По отношению к катоду потенциал сетки $U_e = -2 \text{ В}$, потенциал анода $U_a = 100 \text{ В}$. Определить энергию, которую будет иметь электрон у анода, и достаточно ли она для выбивания из анода вторичных электронов. Анод никелевый, работа выхода никеля $2,77 \text{ эВ}$.

6. Электрон с начальной энергией 100 эВ влетает в однородное электрическое поле плоского конденсатора напряженностью 104 В/м под углом θ . Электрон достигает точки B за $4,77 \text{ нс}$. Найти расстояние AB и угол θ .



7. Электронный луч проходит через область поперечного магнитного поля напряженностью 15 см. Какой должна быть индукция магнитного поля, чтобы вызвать при выходе из него отклонение луча на 2 см? Луч входит в поле с начальной энергией 1000 эВ.

8. Заряженная частица движется в однородном магнитном поле по винтовой линии, радиус которой равен 20 м, а шаг – 125,6 мм. Определить угол, который составляет вектор скорости частицы с вектором индукции магнитного поля.

9. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 2,4 \cdot 10^{-3}$ Тл влетает электронный пучок, имеющий в направлении вектора магнитной индукции скорость v_x , соответствующую ускоряющему напряжению 1000 эВ. Определить, на каком расстоянии от места, где электроны попадают в магнитное поле, пучок будет сфокусирован в одну точку.

10. Пучок ионов неона, проходя через взаимно перпендикулярные пространственно совмещенные однородные электрическое и магнитное поля, движется прямолинейно. Напряженность электрического поля $E = 5 \cdot 10^4$ В/м, магнитная индукция $B = 2,5 \cdot 10^{-2}$ Тл. Определить (в эВ) кинетическую энергию иона. Атомная масса неона равна 20.

Ответы на задачи

Номер задачи	1	2	3	4	5
Ответ	$3,749 \cdot 10^5$	40,05	$5,93 \cdot 10^5$; $1,6 \cdot 10^{-19}$	а) $8,6 \cdot 10^{-10}$; б) $4,3 \cdot 10^{-3}$; в) 285; г) $27,5 \cdot 10^{-17}$	108,8

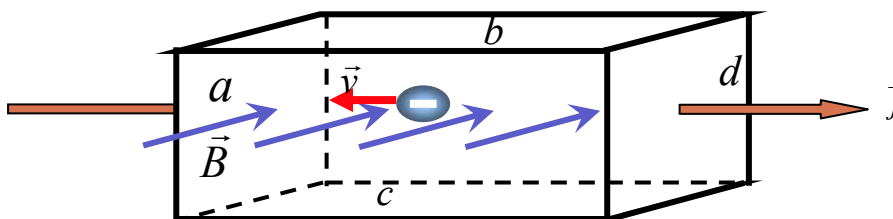
Номер задачи	6	7	8	9	10
Ответ	2 и 45°	1,86·10 ⁻⁴	45°	0,28	4,156·10 ⁵

Тесты

1. Со стороны магнитного поля на заряженную частицу действует сила Лоренца, модуль которой зависит: а) от массы частицы; б) величины заряда; в) знака заряда; г) величины скорости; д) направления скорости.

Ответы: 1) б, в, г; 2) а, г, д; 3) в, г, д; 4) б, г, д.

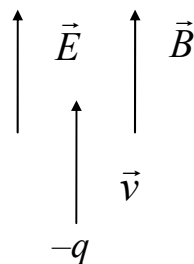
2. Пластика из проводящего материала помещена в однородное магнитное поле и по ней течет ток, как показано на рисунке.



Какая из обозначенных граней пластики в результате эффекта Холла зарядится отрицательно?

Ответы: 1) a; 2) b; 3) c; 4) d.

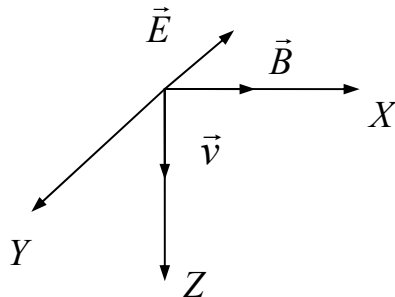
3. Электрон влетает в однородные электрическое и магнитное поля с начальной скоростью \vec{v} , параллельной векторам напряженности электрического E и индукции магнитного B полей, как показано на рисунке.



Определить (в общем виде) полное ускорение электрона. Какая из предложенных ниже формул является правильной?

1) $a = \frac{qE}{m}$; 2) $a = \frac{qBv}{m}$; 3) $a = \sqrt{\frac{q^2 v^2 B^2}{m^2} + \frac{q^2 E^2}{m^2}}$; 4) $a = 0$.

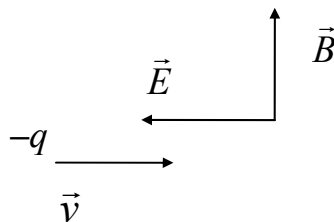
4. Электрон движется одновременно в однородных электрическом и магнитном полях, как показано на рисунке (в начальный момент времени). При этом модуль его скорости $v = E/B$.



Какова форма траектории электрона?

1) винтовая линия; 2) окружность; 3) прямая линия.

5. Покоящийся в начальный момент электрон ускоряется электрическим полем, напряженность которого постоянна. Через промежуток времени t он влетает в однородное магнитное поле, которое направлено перпендикулярно электрическому, как показано на рисунке.



Какое из предложенных ниже выражений определяет отношение нормального ускорения к тангенциальному в начальный момент действия магнитного поля?

1) $\frac{qE}{m}$; 2) $\frac{qvB}{m}$; 3) $\frac{qtB}{m}$; 4) $\frac{qEt}{m}$; 5) среди предложенных правильного выражения нет.

Ответы на тест

Номер теста	1	2	3	4	5
Номер ответа	4	2	1	3	3

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется силой Лоренца?
2. Как меняется энергия заряженной частицы, движущейся в электростатическом поле?
3. Как меняется энергия заряженной частицы, движущейся в однородном магнитном поле?
4. Что такое эффект Холла?
5. По какой траектории будет двигаться заряженная частица, влетевшая в область электромагнитного поля?

6 ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

6.1 Основные понятия и соотношения для постоянного тока

Плотность тока

Если в проводнике создать электрическое поле, то свободные заряды придут в упорядоченное движение.

Упорядоченное движение зарядов называется электрическим током.

Его принято характеризовать силой тока. Это скалярная величина.

Сила тока есть величина, равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Для постоянного тока

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \equiv \frac{q}{t}.$$

Для существования тока проводимости необходимы два условия:

- 1) наличие свободных носителей заряда;
- 2) наличие электрического поля, т.е. градиента (разности) потенциалов ($E = -d\varphi/dx$).

Электрический ток может быть обусловлен движением как отрицательных, так и положительных зарядов. Перенос отрицательного заряда эквивалентен переносу такого же количества положительного заряда в противоположном направлении.

Необходимо помнить, что направлением электрического тока считается направление движения положительных электрических зарядов. Однако в действительности в металлах ток осуществляется упорядоченным движением электронов проводимости в направлении, противоположном направлению тока. Если движутся заряды обоих знаков, то выражение для тока имеет вид

$$I = \frac{dq_+}{dt} + \frac{dq_-}{dt}.$$

Электрический ток может быть распределен неравномерно по сечению проводника. Более детально ток характеризуется вектором плотности тока

$$j = \frac{dI}{dS}.$$

Плотность тока в некоторой точке численно равна току через единичную площадку, расположенную в данной точке перпендикулярно направлению движения носителей заряда.

Поле вектора плотности тока j можно изобразить с помощью линий тока, которые строятся так же, как и силовые линии поля. Это линии, касательные к которым совпадают с направлением j .

Зная плотность тока j , можно найти ток

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S} \quad \text{или} \quad I = \int_S j_n dS.$$

Запишем важное выражение для плотности тока:

$$\vec{j} = en\vec{v}.$$

Если имеются свободные заряды обоих знаков, то можно записать

$$j = q_+ n_+ v_+ + q_- n_- v_-.$$

Ток, не изменяющийся по величине со временем, называется постоянным током: $I = q/t$.

В СИ единицей силы тока является ампер.

Электродвижущая сила

Для того чтобы поддерживать ток достаточно длительное время, необходимо от конца проводника с меньшим потенциалом непрерывно отводить, а к концу с большим потенциалом непрерывно подводить электрические заряды. Необходим круговорот зарядов. Поэтому в замкнутой цепи наряду с «нормальным» движением зарядов должны быть участки, на которых движение положительных зарядов происходит в направлении возрастания потенциала, т.е. против сил электрического поля.

Перемещение заряда на этих участках возможно лишь с помощью сил не электрического происхождения (сторонних сил). Это химические процессы (электрические батареи), диффузия носителей заряда (аккумуляторы), вихревые электрические поля (электрогенераторы).

Сторонние силы можно характеризовать работой, которую они совершают над перемещающимися зарядами.

Величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС), действующей в цепи:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}.$$

Она измеряется в джоулях на кулон (Дж/Кл). Единица измерения ЭДС совпадает с единицей измерения потенциала V .

Для замкнутой цепи

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}^* d\vec{l},$$

где E^* – напряженность поля сторонних сил.

Циркуляция вектора напряженности сторонних сил равна ЭДС (алгебраической сумме ЭДС), действующей в замкнутой цепи.

Обобщенный закон Ома для неоднородного участка цепи

Рассмотрим неоднородный участок цепи, т.е. участок, содержащий ЭДС (рисунок 6.1).

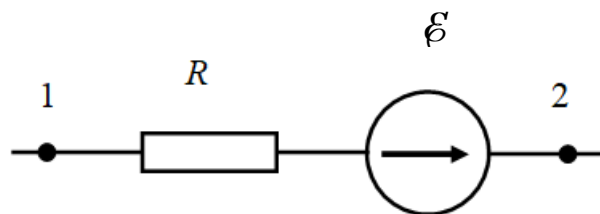


Рисунок 6.1

Напряженность поля E в любой точке цепи равна векторной сумме кулоновского поля E_e и поля сторонних сил E^* :

$$\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}^*.$$

Величина, численно равная работе по переносу единичного положительного заряда суммарным полем кулоновских и сторонних сил на участке цепи (1–2), называется напряжением на этом участке (U_{12}):

$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E}_e d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l}.$$

Так как напряженность связана с потенциалом, то можно записать

$$\vec{E}_e d\vec{l} = -d\varphi; \quad U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}. \quad (6.1)$$

ЭДС может быть как со знаком плюс, так и со знаком минус.

Напряжение на концах участка цепи совпадает с разностью потенциалов только в том случае, когда на данном участке цепи нет ЭДС ($U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$).

Известно, что $U_{12} = IR_{12}$, тогда выражение (6.1) переписывается в виде

$$IR_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}.$$

Это обобщенный закон Ома. Он выражает закон сохранения и превращения энергии применительно к участку цепи постоянного тока. Закон Ома в равной мере справедлив как для пассивных (не содержащих ЭДС) участков цепи, так и для активных участков.

В замкнутой цепи $\varphi_1 = \varphi_2$ и $\mathcal{E} = IR_{\Sigma}$, тогда получаем

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\Sigma}}, \quad R_{\Sigma} = R + r,$$

где r – сопротивление источника ЭДС.

Величина сопротивления зависит от формы, размеров проводника и свойств материала, из которого он изготовлен.

Для однородного проводника сопротивление можно найти с помощью выражения

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление, Ом·м; l и S – длина и площадь поперечного сечения проводника.

Для неоднородного участка цепи выражение имеет вид

$$R_{12} = \int_1^2 \rho \frac{dl}{S}.$$

Найдем связь между вектором плотности тока j и вектором напряженности электрического поля E (рисунок 6.2).

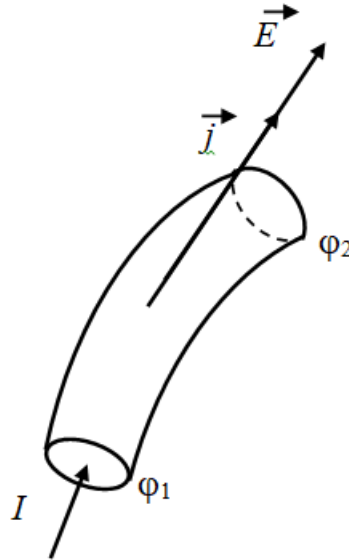


Рисунок 6.2

В изотропном проводнике носители заряда движутся в направлении действия силы, т.е. направление вектора j совпадает с направлением вектора напряженности E :

$$I = \frac{U}{R} = \frac{Edl}{\rho \frac{dl}{dS}} = \frac{EdS}{\rho}.$$

Тогда плотность тока $j = \frac{dI}{dS} = \frac{1}{\rho} E.$

Величина $\sigma = 1/\rho$ – удельная электрическая проводимость, или электропроводность, которая измеряется в сименсах (См). Тогда можно записать

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

Мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

Рассмотрим произвольный участок цепи, к концам которого приложено напряжение U . За время dt через каждое сечение проводника проходит заряд $dq = I dt$.

При этом силы электрического поля, действующие на данном участке, совершают работу

$$dA = Udq = UI dt .$$

Разделим работу на время и получим выражение для мощности

$$N = \frac{dA}{dt} = UI .$$

Независимо друг от друга Джоуль и Ленц открыли закон, что при протекании тока в проводнике выделяется определенное количество теплоты

$$Q = RI^2 t .$$

Если ток изменяется со временем, то выражение записывается следующим образом:

$$Q = \int_0^t RI_t^2 dt .$$

Следовательно, нагрев происходит за счет работы, совершаемой силами поля над зарядом: $Q = UI t = A$.

Получим закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:

$$dQ = RI^2 dt = \rho \frac{dl}{dS} (jdS)^2 dt = \rho j^2 dl dS dt = \rho j^2 dV dt ,$$

где $dV = dl dS$ – элементарный объем.

Тогда количество теплоты, выделяющейся в единице объема в единицу времени, будет

$$Q_{уд} = \rho j^2 .$$

Эта формула выражает закон Джоуля – Ленца в локальной форме.

Удельная тепловая мощность тока пропорциональна квадрату плотности электрического тока и удельному сопротивлению среды в данной точке.

Последнее уравнение представляет собой наиболее общую форму закона Джоуля – Ленца, применимую к любым проводникам вне зависимости от их формы, однородности и природы сил, возбуждающих электрический ток.

Так как выделяющаяся теплота равна работе сил электрического поля, то для мощности, выделяющейся в единице объема, можно записать

$$N_{\text{уд}} = \rho j^2.$$

6.2 Примеры решения задач

1. Оценить среднюю скорость упорядоченного движения электронов в медном проводнике, по которому течет ток плотностью $j = 25 \text{ А/см}^2$. Плотность меди $\rho = 8,93 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Молярная масса меди $\mu = 64 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Число Авагадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$.

Решение. Скорость может быть найдена из соотношения

$$v = J/(en).$$

Оценим концентрацию носителей заряда в медном проводнике. Медь – элемент первой группы, поэтому число свободных электронов примерно равно числу атомов. Найдем концентрацию электронов проводимости:

$$n = \frac{\rho}{\mu} N_A = \frac{8,93 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{64 \cdot 10^{-3}} = 8,4 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Тогда скорость направленного движения электронов

$$v = \frac{25 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,4 \cdot 10^{28}} = 1,86 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}.$$

2. Найти внутреннее сопротивление r и напряжение на зажимах элемента U с ЭДС $\mathcal{E} = 2,1 \text{ В}$, находящегося на расстоянии $l = 20 \text{ м}$ от потребителя электрической энергии, если при сопротивлении потребителя $R = 2 \text{ Ом}$ ток в цепи $I = 0,7 \text{ А}$. Провода медные диаметром $d = 1,2 \text{ мм}$; удельное сопротивление меди $\rho = 0,017 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$.

Решение. Сопротивление подводящих проводов длиной $2l$ будет

$$R_0 = \rho \frac{2l}{S} = \rho \frac{2l}{\pi d^2/4} = \rho \frac{8l}{\pi d^2},$$

где ρ – удельное сопротивление проводника; d – диаметр проводника.

Подставим численные значения и получим

$$R_0 = \frac{8 \cdot 20 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}}{3,14 \cdot (1,2 \cdot 10^{-3})^2} = 0,6 \text{ Ом.}$$

Сила тока согласно закону Ома для полной цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_0 + r}$.

Отсюда находим внутреннее сопротивление элемента

$$r = \frac{\mathcal{E} - IR - IR_0}{I} = \frac{\mathcal{E}}{I} - (R + R_0),$$

или $r = 2,1/0,7 - (2+0,6) = 0,4$ Ом.

Согласно закону Ома для участка цепи напряжение на зажимах элемента будет

$$U = I(R + R_0) = 0,7(2 + 0,6) = 1,82 \text{ В.}$$

3. Элемент замкнут сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2$ Ом, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0,5$ Ом. Найти ЭДС элемента \mathcal{E} и его внутреннее сопротивление r , если известно, что в каждом из этих случаев мощность, развиваемая во внешней цепи, одинакова и составляет $N_1 = N_2 = N = 2,54$ Вт.

Решение. Закон Ома для полной цепи в первом и втором случае имеет вид

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}; \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r}. \quad (1)$$

Мощность, развиваемая током во внешней цепи, $N_1 = I_1^2 R$; $N_2 = I_2^2 R$, откуда

$$I_1 = \sqrt{\frac{N}{R_1}} = \sqrt{\frac{2,54}{2}} = 1,127 \text{ А}; \quad I_2 = \sqrt{\frac{N}{R_2}} = \sqrt{\frac{2,54}{0,5}} = 2,254 \text{ А.}$$

Подставим полученные значения токов в формулы (1):

$$1,127 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}; \quad 2,254 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r}.$$

Из полученных уравнений легко найти неизвестные \mathcal{E} и r , разделив первое уравнение на второе: $0,5 = \frac{R_2 + r}{R_1 + r}$.

Вычислим внутреннее сопротивление r : $0,5R_1 + 0,5r = R_2 + r$,

$$0,5r = 0,5R_1 - R_2; \quad r = \frac{0,5R_1 - R_2}{0,5} = \frac{0,5 \cdot 2 - 0,5}{0,5} = 1 \text{ Ом.}$$

Подставим вычисленное значение r в формулу (1), получим

$$\mathcal{E} = I_1(R_1 + r) = 1,127(2 + 1) = 3,38 \text{ В.}$$

4. Напряжение городской сети $U_1 = 220$ В. Длина проводки к дому $l = 50$ м. Определить сечение подводящих проводов, если известно, что при включении полной нагрузки, состоящей из $n_1 = 100$ штук $N_1 = 75$ -ваттных и $n_2 = 50$ штук $N_2 = 25$ -ваттных лампочек, напряжение на лампочках $U_2 = 210$ В. Проводка изготовлена из медного провода.

Решение. Сопротивление проводов определим по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$, откуда площадь поперечного сечения проводов

$$S = \frac{\rho l}{R}, \quad (1)$$

где ρ – удельное сопротивление проводов; l – длина проводки, состоящая из двух проводов: $l = 2l_1$. Сопротивление R найдем из условия

$$I = \frac{U_1 - U_2}{R},$$

где I – сила тока в подводящих проводах; $U_1 - U_2$ – падение напряжения на подводящих проводах. Мощность, потребляемая всеми лампами, $N = I U_2$, где I – суммарный ток всех ламп; U_2 – напряжение на лампах.

Эта мощность равна сумме мощностей всех ламп $N = n_1 N_1 + n_2 N_2$. Приравняв полученные выражения, получим силу тока в подводящих проводах

$$I = \frac{n_1 N_1 + n_2 N_2}{U_2},$$

где $n_1 N_1 + n_2 N_2$ – полная мощность, потребляемая всеми лампами;
 U_2 – подводимое к ним напряжение.

Запишем сопротивление:

$$R = \frac{U_1 - U_2}{I} = \frac{(U_1 - U_2) U_2}{n_1 N_1 + n_2 N_2}. \quad (2)$$

Подставим выражение (2) в формулу (1), получим

$$S = \frac{\rho l (n_1 N_1 + n_2 N_2)}{(U_1 - U_2) U_2},$$

так как $l = 2l_1$, то

$$S = \frac{2\rho l_1 (n_1 N_1 + n_2 N_2)}{(U_1 - U_2) U_2}.$$

Подставим числовые значения:

$$S = \frac{2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 50(100 \cdot 75 + 50 \cdot 25)}{(220 - 210) \cdot 210} = 7,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 = 7,1 \text{ мм}^2.$$

5. Сила тока в проводнике с сопротивлением $R = 120$ Ом равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до $I_{\max} = 5$ А за время $\tau = 15$ с. Определить выделившееся за это время количество теплоты в проводнике.

Решение. Количество теплоты $dQ = I^2 r dt$. Ток в цепи возрастает линейно: $I = kt$, где $k = \frac{I_{\max} - I_0}{\tau}$.

В итоге имеем

$$\begin{aligned} Q &= \int dQ = \int Rk^2 t^2 dt = \frac{1}{3} Rk^2 \tau^3 = \\ &= \frac{R(I_{\max} - I_0)^2 \tau}{3} = \frac{120 \cdot 25 \cdot 15}{3} = 15 \text{ кДж}. \end{aligned}$$

6.3 Задания для решения на практических занятиях

Задачи

1. Вольтметр, включенный в сеть последовательно с сопротивлением R_1 , показал напряжение $U_1 = 198$ В, а при включении последовательно с сопротивлением $R_2 = 2R_1$ показал $U_2 = 180$ В. Определить сопротивление R_1 и напряжение сети, если сопротивление вольтметра $r = 900$ Ом.

2. По алюминиевому проводу сечением $0,2$ мм² течет ток силой $0,2$ А. Определить силу, действующую на отдельный свободный электрон со стороны электрического поля. Удельное сопротивление алюминия 26 нОм·м.

3. Два цилиндрических проводника одинаковой длины и одинакового сечения, один из меди, а другой из железа, соединены параллельно. Определить отношение мощностей токов для этих проводников. Удельные сопротивления меди и железа равны соответственно 17 и 98 нОм·м.

4. Определить напряженность электрического поля в алюминиевом проводнике объемом 10 см³, если при прохождении по нему тока за время 5 мин выделилось $2,3$ кДж теплоты. Удельное сопротивление алюминия 26 нОм·м.

5. По медному проводу диаметром $0,4$ мм течет ток 3 мкА. Чему равны: а) плотность тока; б) скорость дрейфа электронов; в) напряженность электрического поля внутри проводника?

6. Резистор сопротивлением 38 Ом изготовлен из медного провода массой $11,2$ г. Чему равны диаметр провода и его длина?

7. Аккумулятор замыкается один раз на сопротивление 20 Ом, а второй раз – на сопротивление 5 Ом. При этом количество тепла, выделяющегося во внешней цепи в единицу времени, одинаково. Найти внутреннее сопротивление аккумулятора.

8. Сила тока в проводнике сопротивлением 12 Ом равномерно убывает от 5 А до нуля за время 10 с. Определить выделившееся за это время количество теплоты в проводнике.

9. Определить заряд, прошедший по проводу с сопротивлением 3 Ом при равномерном возрастании напряжения на концах провода от 2 до 4 В в течение 20 с.

10. При протекании тока в металлическом проводнике в единице его объема выделяется 10 кДж тепла. Определить удельное сопротивление проводника, если в нем создано электрическое поле напряженностью 10 мВ/м.

Тесты

1. Назвать условия существования тока:

- а) проводник представляет собой эквипотенциальную поверхность;
- б) наличие свободных заряженных частиц;
- в) наличие электрического поля в проводнике;
- г) наличие ионов в узлах кристаллической решетки проводника.

Ответы: 1) а, б; 2) б, в; 3) в, г; 4) а, в; 5) а, г.

2. Указать выражение, по которому можно определить сопротивление проводника (l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения; ρ – удельное сопротивление; U – напряжение; I – ток):

$$1) R = \frac{Sl}{\rho}; \quad 2) R = \frac{\rho l}{S}; \quad 3) R = UI; \quad 4) R = \frac{\rho S}{l}.$$

3. Три проводника с сопротивлениями 12, 9 и 3 Ом соединены последовательно. Напряжение на концах цепи 120 В. Найти падение напряжения на проводнике сопротивлением 9 Ом.

Ответы: 1) 40 В; 2) 15 В; 3) 45 В; 4) 60 В; 5) 55 В.

4. Каким будет напряжение на сопротивлениях при последовательном соединении двух проводников?

$$1) U = U_1 + U_2; \quad 2) U = U_1 = U_2; \quad 3) U = \frac{U_1 + U_2}{2}; \quad 4) U = \frac{U_1 - U_2}{2}.$$

5. Что принято за направление электрического тока?

- 1) направление движения нейтральных частиц;
- 2) направление движения положительно заряженных частиц;
- 3) только направление движения ионов;
- 4) направление движения электронов.

6.4 Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. Определить ток, создаваемый электроном, движущимся по орбите атома водорода с радиусом $0,53 \cdot 10^{-10}$ м. Масса электрона $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.
2. Ток в электронном пучке составляет 200 мкА. Сколько электронов ударяется за одну секунду в анод?
3. Аккумулятор заряжают током силой 6,5 А в течение 5 ч. Какой заряд сообщают аккумулятору?
4. Какую максимальную мощность потребляет электронное устройство с напряжением питания 9 В, если максимальная сила тока равна 100 мА?
5. Определить плотность тока, если за 2 с через проводник сечением $1,6 \text{ мм}^2$ прошло $2 \cdot 10^{19}$ электронов.
6. Электрическая плитка мощностью 2 кВт с нихромовой спиралью предназначена для включения в сеть с напряжением 220 В. Сколько метров проволоки диаметром 0,5 мм надо взять для изготовления спирали, если температура нити равна $900 \text{ }^\circ\text{C}$? Удельное сопротивление нихрома при $0 \text{ }^\circ\text{C}$ равно $1 \text{ мОм}\cdot\text{м}$, а температурный коэффициент сопротивления $0,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.
7. Плотность электрического тока в медном проводе равна 10 А/см^2 . Определить удельную тепловую мощность тока, если удельное сопротивление меди равно $17 \text{ нОм}\cdot\text{м}$.
8. Определить ток короткого замыкания источника ЭДС, если при внешнем сопротивлении $R_1 = 50 \text{ Ом}$ ток в цепи $I_1 = 0,2 \text{ А}$, а при $R_2 = 110 \text{ Ом}$ ток $I_2 = 0,1 \text{ А}$.
9. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром 1 мм надо навить на фарфоровый цилиндр радиусом 2,5 см, чтобы получить печь сопротивлением 40 Ом? Удельное сопротивление нихрома принять равным $100 \text{ мОм}\cdot\text{м}$.
10. От батареи с ЭДС 500 В требуется передать энергию на расстояние 2,5 км. Потребляемая мощность равна 10 кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных проводов 1,5 см. Удельное сопротивление меди $17 \text{ нОм}\cdot\text{м}$.

Ответы на задачи

Номер задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	1,05	$1,3 \cdot 10^{15}$	$1,2 \cdot 10^5$	3,6	1,0	6,99	170	1,2	200	193

Тесты

1. Электрический ток в металлическом проводнике – это ...

- 1) движение заряженных частиц;
- 2) направленное движение заряженных частиц;
- 3) направленное движение электронов;
- 4) направленное движение ионов.

2. Плотность тока в проводящей среде зависит:

- а) от заряда проводника;
- б) формы проводника;
- в) напряженности электрического поля;
- г) удельного сопротивления среды.

Ответы: 1) а, б; 2) б, в; 3) в, г; 4) а, в; 5) а, г.

3. Какая из приведенных формул определяет мощность постоянного электрического тока?

- 1) $P = IR^2$;
- 2) $P = UI \sin \varphi$;
- 3) $P = UI$;
- 4) $P = UI \cos \varphi$.

4. Через резистор сопротивлением 6 Ом течет ток силой 5 А. Количество теплоты 300 Дж выделится в этом резисторе за время ...

- 1) 0,8 с;
- 2) 2 с;
- 3) 4 с;
- 4) 8 с;
- 5) 16 с.

5. Каким будет напряжение на сопротивлениях при параллельном соединении двух проводников?

- 1) $U = U_1 + U_2$;
- 2) $U = U_1 = U_2$;
- 3) $U = \frac{U_1 + U_2}{2}$;
- 4) $U = \frac{U_1 - U_2}{2}$.

Ответы на тест

Номер теста	1	2	3	4	5
Номер ответа	3	3	3	3	2

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое электрический ток?
2. Движение каких зарядов принято за направление тока?
3. Что такое плотность тока?
4. Что описывает уравнение непрерывности?
5. Запишите, как связаны между собой плотность тока и напряженность электрического поля.
6. Запишите закон Джоуля – Ленца в интегральной и локальной формах.

7 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ВАКУУМЕ И ГАЗЕ

7.1 Электрический ток в вакууме

При протекании тока в вакууме на распределение потенциала и напряженность поля между катодом и анодом влияют не только напряжение на электродах и контактная разность потенциалов между ними, но и потенциал и напряженность поля, создаваемые движущимися в этом пространстве электронами.

На рисунке 7.1,*а* приведен ход силовых линий при холодном катоде, из которого не эмитируют электроны. Силовые линии выходят из анода *A* и заканчиваются на катоде *K*. Если из катода эмитируют электроны, то при своем движении к аноду они создают объемный заряд в пространстве между катодом и анодом и вследствие отрицательного заряда потенциал несколько уменьшается. В результате напряженность поля вблизи катода уменьшается. Это показано на рисунке 7.1,*б* как результат экранирующего воздействия электронов. Напряженность поля вблизи катода можно рассматривать как равнодействующую двух полей: одно обусловлено катодом, другое – объемным пространственным зарядом. Эти два поля действуют в противоположных направлениях. Поле объемного заряда направляет электроны назад к катоду.

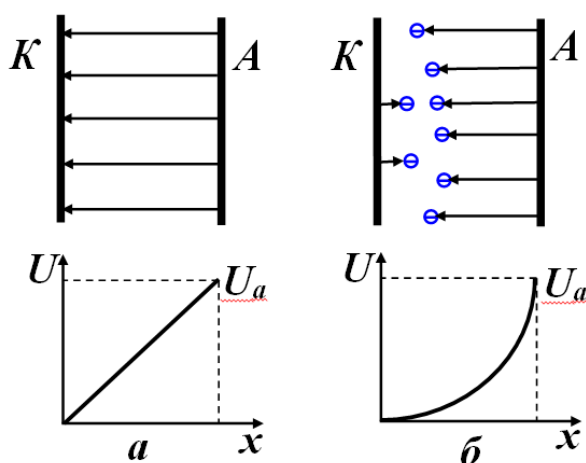


Рисунок 7.1

Предположим, что катод эмитирует неограниченное количество электронов. Их энергия равна нулю. В этом случае анодный ток

может наблюдаться, только если напряженность поля у поверхности катода равна нулю.

Область изменения параметров электронной лампы, в пределах которой объемный заряд решающим образом влияет на ее работу, называется областью объемного заряда. В этой области катод эмитирует достаточно большое число электронов, образующих значительный объемный заряд, однако еще недостаточно для того, чтобы приблизиться к насыщению.

Чтобы найти распределение потенциала в пространстве между анодом и катодом, используем одномерное, т.е. зависящее только от x , уравнение Лапласа – Пуассона

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_0}, \quad (7.1)$$

где $\rho(x)$ – объемная плотность электронов в области объемного заряда.

Это уравнение можно решить при следующих граничных условиях:

$$\left. \begin{array}{l} \text{на катоде, где } x = 0, \\ U(0) = 0; \quad \left. \frac{dU}{dx} \right|_{x=0} = 0; \\ \text{на аноде, где } x = x_a, \\ U(x_a) = U_a. \end{array} \right\} \quad (7.2)$$

Прежде всего нас интересует зависимость между плотностью тока j и анодным напряжением U_a . Попробуем выразить величину $\rho(x)$, а также величину плотности тока j , не зависящую от x , через $U(x)$. Плотность тока не зависит от координаты потому, что в стационарных условиях $\operatorname{div} j = dj/dx = 0$, следовательно, $j = \text{const}$.

Плотность заряда и плотность тока можно записать через концентрацию электронов n :

$$\rho = -en, \quad j = env. \quad (7.3)$$

Тогда получим

$$\rho = -\frac{j}{v}. \quad (7.4)$$

С другой стороны, мы можем выразить скорость через закон сохранения энергии:

$$eU = \frac{mv^2}{2}, \quad v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

Отсюда получим

$$\rho = -j \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{1}{\sqrt{U}}. \quad (7.5)$$

Поэтому в уравнении Лапласа – Пуассона $U(x)$ будет единственной зависимой переменной:

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} U^{-\frac{1}{2}}. \quad (7.6)$$

Интегрируя уравнение (7.6), можно получить

$$U = \left(\frac{9}{4} \frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} x^2 \right)^{2/3} = cx^{4/3}. \quad (7.7)$$

Это решение удовлетворяет как дифференциальному уравнению, так и граничным условиям (7.2). Подставим в него вместо x и U величины x_a и U_a , относящиеся к аноду, и получим плотность тока

$$j = \frac{4\varepsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{U_a^{3/2}}{x_a^2}. \quad (7.8)$$

Это уравнение Чайлда – Ленгмюра, справедливое для плоских электродов. Видно, что плотность тока пропорциональна величине анодного напряжения в степени 3/2. Этот закон еще называют законом степени 3/2. Его можно записать в общем виде

$$j = \alpha U_a^{3/2}. \quad (7.9)$$

Этот закон справедлив для любой электронной лампы, работающей в режиме, когда существенно влияние объемного заряда (рисунок 7.2).

Если подставить константы в уравнение (7.8), то получим

$$j = 2,34 \cdot 10^{-6} \frac{U_a^{3/2}}{x_a^2}.$$

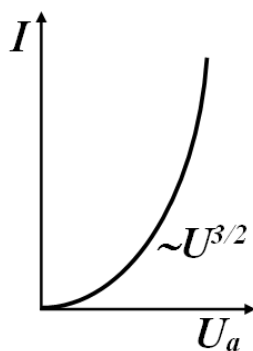


Рисунок 7.2

Для электродов другой формы вид уравнения (7.9) не меняется. Изменяется лишь вид постоянной α .

7.2 Электрический ток в газе

Прохождение электрического тока через газы называется *газовым разрядом*. Газы в нормальных условиях являются изоляторами, носители тока в них отсутствуют. Лишь при создании особых условий в газах могут появиться носители тока (ионы и электроны) и возникает электрический разряд.

Носители тока в газах могут появиться в результате внешних воздействий, не связанных с наличием электрического поля. В этом случае говорят о *несамостоятельной проводимости* газа. Несамостоятельный разряд может быть вызван нагреванием газа (термическая ионизация), воздействием ультрафиолетовых или рентгеновских лучей, а также воздействием излучения радиоактивных веществ.

Если носители тока возникают в результате процессов, обусловленных созданным в газе электрическим полем, проводимость называется *самостоятельной*.

Характер газового разряда зависит от многих факторов: от химической природы газа и электродов, температуры и давления газа, формы, размеров и взаимного расположения электродов, напряжения, приложенного к электродам, от плотности и мощности тока и т.д. Поэтому газовый разряд может принимать весьма разнообразные формы (рисунок 7.3). Некоторые виды разряда сопровождаются свечением и звуковыми эффектами – шипением, шорохами или треском.

На рисунке 7.3 область Н – несамостоятельный разряд; С – самостоятельный разряд; 1 – дуговой разряд; 2 – тлеющий разряд; 3 – переходная зона от несамостоятельного к самостоятельному разряду.

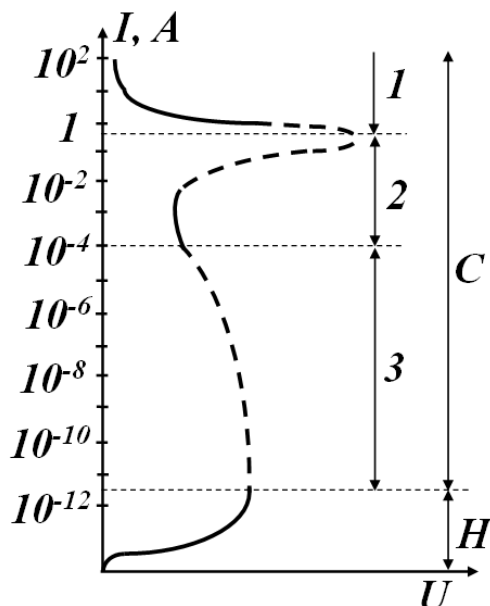


Рисунок 7.3

7.3 Несамостоятельный газовый разряд

Пусть газ, находящийся между электродами, подвергается непрерывному постоянному по интенсивности воздействию какого-либо ионизирующего агента (например, рентгеновских лучей). Действие ионизатора приводит к тому, что от некоторых молекул газа отрывается один или несколько электронов, в результате чего эти молекулы превращаются в положительно заряженные ионы. При не очень низких давлениях возможен захват электронов нейтральными молекулами, которые становятся отрицательными ионами. Число пар ионов, возникающих под действием ионизатора за одну секунду в единице объема, обозначим Δn_i (рисунок 7.4).

Наряду с процессами ионизации в газе происходит **рекомбинация** ионов, т.е. нейтрализация разноименных ионов при их встрече или воссоединение положительного иона и электрона в нейтральную молекулу. Вероятность встречи двух ионов разных знаков пропорциональна как числу положительных, так и числу отрица-

тельных ионов. Поэтому количество рекомбинирующих за секунду в единице объема пар ионов Δn_r пропорционально квадрату числа имеющихся в единице объема пар ионов n :

$$\Delta n_r = rn^2, \quad (7.10)$$

где r – коэффициент пропорциональности.

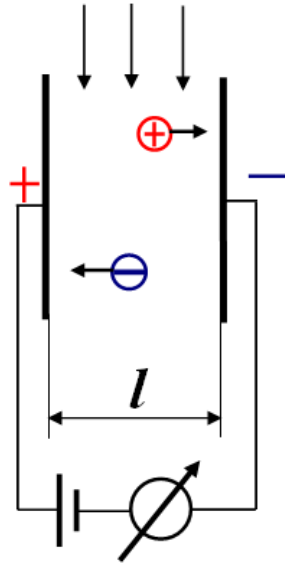


Рисунок 7.4

В состоянии равновесия число возникающих ионов равно числу рекомбинирующих, следовательно, имеем

$$\Delta n_i = rn^2. \quad (7.11)$$

Отсюда для равновесной концентрации ионов (числа пар ионов в единице объема) получается следующее выражение:

$$n = \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}}. \quad (7.12)$$

Под действием космического излучения и следов радиоактивных веществ, имеющихся в земной коре, в одном кубическом сантиметре возникает в среднем несколько пар ионов. Для воздуха коэффициент $r = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$. Подставим в равенство (7.12) и получим для равновесной концентрации ионов в воздухе значение порядка 10^3 см^{-3} . Эта концентрация недостаточна для того, чтобы обусловить заметную проводимость. Чистый воздух является очень хорошим изолятором.

Если подать напряжение на электроды, то убыль ионов будет происходить не только из-за рекомбинации, но и за счет отсасывания ионов полем к электродам. Пусть из единицы объема отсасывается ежесекундно Δn_j пар ионов. Если заряд каждого иона e' , то нейтрализация на электродах одной пары ионов сопровождается переносом по цепи заряда e' . Каждую секунду электродов достигает $\Delta n_j Sl$ пар ионов (S – площадь электродов, l – расстояние между ними; произведение Sl равно объему межэлектродного пространства). Следовательно, сила тока в цепи будет

$$I = e' \Delta n_j Sl.$$

Отсюда получим

$$\Delta n_j = \frac{I}{e' Sl} = \frac{j}{e'l}, \quad (7.13)$$

где j – плотность тока.

При наличии тока условие равновесия выглядит следующим образом:

$$\Delta n_i = \Delta n_r + \Delta n_j.$$

Подставим сюда соотношение (7.10) и получим

$$\Delta n_i = rn^2 + \frac{j}{e'l}. \quad (7.14)$$

Плотность тока определяется выражением

$$j = e'n(u_0^+ + u_0^-)E, \quad (7.15)$$

где u_0^+ и u_0^- – подвижности положительных и отрицательных ионов. Ионы предполагаются однозарядными.

Подвижностью носителей тока называется средняя скорость, приобретаемая ими при напряженности электрического поля, равной единице.

Если в поле напряженностью E носители приобретают скорость v , то их подвижность u_0 будет определяться как

$$u_0 = \frac{v}{E}.$$

Рассмотрим два предельных случая – слабых и сильных полей.

В случае слабых полей плотность тока будет очень мала и вторым слагаемым в соотношении (7.14) можно пренебречь. Это означает, что убыль ионов из межэлектродного пространства происходит в основном за счет рекомбинации. Тогда выражение (7.14) переходит в (7.11), и для равновесной концентрации ионов получаем формулу (7.12). Подставим это выражение для концентрации ионов в соотношение (7.15) и получим

$$j = e' \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}} (u_0^+ + u_0^-) E. \quad (7.16)$$

Множитель при E не зависит от напряженности поля. Следовательно, в случае слабых полей несамостоятельный разряд подчиняется закону Ома.

Подвижность ионов газов при нормальных условиях имеет значения порядка $10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Следовательно, при равновесной концентрации $n = 10^9 \text{ м}^{-3}$ и напряженности поля $E = 1 \text{ В/м}$ плотность тока составит $j \sim 10^{-14} \text{ А/м}^2$.

В случае сильных полей первым выражением в (7.14) можно пренебречь по сравнению со вторым. Это означает, что практически все возникающие ионы достигнут электродов, не успев рекомбинировать. Тогда соотношение (7.14) будет иметь вид

$$\Delta n_i = \frac{j}{e' l}.$$

Отсюда имеем

$$j = e' \Delta n_i l. \quad (7.17)$$

Плотность тока (7.17) создается всеми ионами, порождаемыми ионизатором в заключенном между электродами столбе газа с единичным поперечным сечением. Следовательно, эта плотность тока является наибольшей при данной интенсивности ионизатора и заданном расстоянии l между электродами. Ее называют плотностью тока насыщения $j_{\text{нас}}$ (рисунок 7.5).

При $\Delta n_i = 10^7 \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ (примерно такова скорость образования ионов в атмосферном воздухе при обычных условиях) и $l = 0,1 \text{ м}$ получим, что $j_{\text{нас}} = 10^{-13} \text{ А/м}^2$.

Этот расчет показывает, что проводимость воздуха при обычных условиях ничтожно мала. При промежуточных значениях E

происходит плавный переход от линейной зависимости $j(E)$ к насыщению, по достижении которого плотность тока j перестает зависеть от напряженности поля E (сплошная кривая на рисунке).

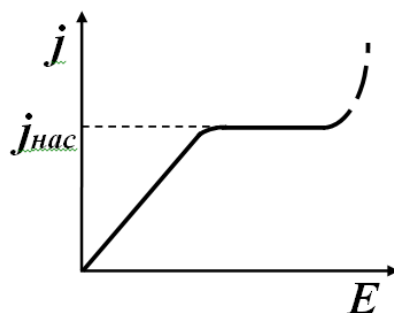


Рисунок 7.5

За область насыщения лежит область резкого возрастания тока (показана штриховой линией). Возрастание объясняется тем, что, начиная с некоторого значения E , порождаемые внешним ионизатором электроны успевают за время свободного пробега приобрести энергию, достаточную для ионизации молекул.

Возникшие при ионизации свободные электроны, разогнавшись, в свою очередь вызывают ионизацию (рисунок 7.6). Так происходит лавинообразное размножение первичных ионов, созданных внешним ионизатором, и усиление разрядного тока. Процесс не утрачивает характера несамостоятельного разряда, так как после прекращения действия внешнего ионизатора разряд продолжается только до тех пор, пока все электроны (первичные и вторичные) не достигнут анода. Чтобы разряд стал самостоятельным, необходимо наличие двух встречных лавин ионов, что возможно только в том случае, если ионизацию ударом способны вызвать носители обоих знаков.

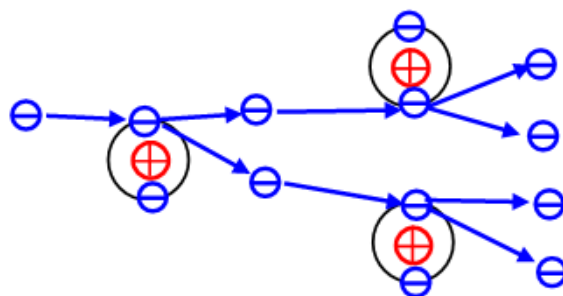


Рисунок 7.6

Несамостоятельный разряд используется для создания ионизационных камер и счетчиков.

Ионизационные камеры (например, искровые) и счетчики применяются для обнаружения и счета элементарных частиц, а также для измерения интенсивности рентгеновского и гамма-излучения.

Их принципиальные схемы одинаковы (рисунок 7.7). Они различаются только режимом работы и конструктивными особенностями.

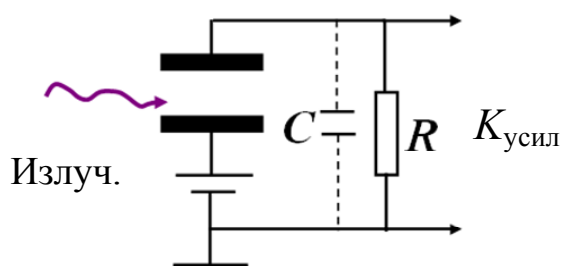


Рисунок 7.7

Если в пространство между электродами влетает быстрая заряженная частица, то она создает N_0 пар первичных ионов (электронов и положительных ионов). Возникшие ионы увлекаются полем к электродам, вследствие чего через сопротивление R проходит некоторый заряд (импульс тока), который фиксируется.

7.4 Самостоятельный газовый разряд

Рассмотрим процессы, приводящие к возникновению носителей тока.

Столкновение электронов с молекулами. Столкновения электронов (а также ионов) с молекулами могут иметь упругий и неупругий характер. Энергия молекулы (так же как и атома) квантуется. Это означает, что она может принимать лишь дискретные (т.е. разделенные конечными промежутками) значения, называемые уровнями энергии. Состояние с наименьшей энергией называется *основным*. Для того чтобы перевести молекулу из основного состояния в различные возбужденные состояния, требуются определенные значения энергии W_1 , W_2 и т.д. Сообщив

молекуле достаточно большую энергию W_i , можно вызвать ее ионизацию.

Перейдя в возбужденное состояние, молекула обычно пребывает в нем всего лишь $\sim 10^{-8}$ с, после чего переходит в основное состояние, излучив избыток энергии в виде кванта света – фотона.

При соударении частиц выполняются законы сохранения энергии и импульса. Поэтому на передачу энергии при ударе накладываются определенные ограничения – не вся энергия, которой обладает ударяющая частица, может быть передана другой частице.

Если при столкновении молекуле не может быть сообщена энергия, достаточная для ее возбуждения, то суммарная кинетическая энергия частиц остается без изменений и удар будет упругим.

При достаточно большой энергии ударяющей частицы (электрона или иона) молекула может быть возбуждена или ионизирована. Такие соударения являются неупругими. Суммарная кинетическая энергия частиц не сохраняется – часть кинетической энергии идет на возбуждение или ионизацию.

Однако даже если энергия ударяющей частицы (например, электрона) достаточно велика, соударение не обязательно приводит к возбуждению или ионизации молекулы.

Вероятность

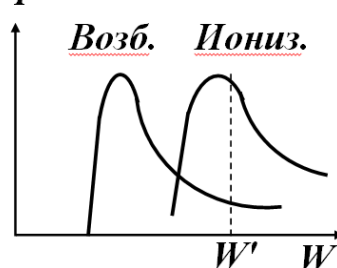


Рисунок 7.8

Существуют определенные вероятности этих процессов, которые зависят от энергии (следовательно, и от скорости) электрона. На рисунке 7.8 показан примерный ход этих вероятностей. Чем быстрее летит электрон, тем меньший промежуток времени он взаимодействует с молекулой, пролетая вблизи нее.

Поэтому обе вероятности быстро достигают максимума, а затем с увеличением энергии электронов убывают. Из рисунка 7.8 видно, что электрон, имеющий энергию W' , с большей вероятностью будет вызывать ионизацию молекулы, чем ее возбуждение.

Кроме соударения, ионизация молекулы может быть вызвана воздействием электромагнитного излучения.

Фотоионизация. Электромагнитное излучение состоит из элементарных частиц, называемых фотонами. Энергия фотона равна $h\nu$, где h – постоянная Планка; ν – частота излучения. Фотон может быть поглощен молекулой, причем его энергия идет на возбуж-

дение молекулы или на ее ионизацию. В этом случае ионизация молекулы называется фотоионизацией. Непосредственную (прямую) фотоионизацию способно вызвать коротковолновое (ультрафиолетовое) излучение. Энергия фотона видимого света, как правило, недостаточна для отрыва электрона от молекулы.

В газовом разряде возможно возникновение коротковолнового излучения, способного вызвать прямую фотоионизацию. Достаточно быстрый электрон может при ударе не только ионизировать молекулу, но и перевести образовавшийся ион в возбужденное состояние. Переход иона в основное состояние сопровождается испусканием излучения большей частоты, чем у излучения нейтральной молекулы. Энергия такого излучения оказывается достаточной для непосредственной фотоионизации.

Испускание электронов поверхностью электродов. Электроны могут поступать в объем разряда за счет *эмиссии* (испускания) их поверхностью электродов. Такие виды эмиссии, как термоэлектронная, вторичная электронная и автоэлектронная, в некоторых видах разряда играют основную роль.

Термоэлектронной эмиссией называется испускание электронов нагретыми твердыми или жидкими телами. Вследствие распределения по скоростям в металле всегда имеется некоторое число свободных электронов, энергия которых достаточна для того, чтобы преодолеть потенциальный барьер и выйти за пределы металла. При комнатной температуре количество таких электронов ничтожно мало. С повышением температуры количество электронов, способных покинуть металл, очень быстро растет и при температуре порядка 1000 К становится вполне ощутимым.

Вторичной электронной эмиссией называется испускание электронов поверхностью твердого или жидкого тела при ее бомбардировке электронами или ионами. Отношение числа испущенных (вторичных) электронов к числу частиц, вызвавших эмиссию, называется коэффициентом вторичной эмиссии. В случае бомбардировки поверхности металла электронами значения этого коэффициента заключены в пределах от 0,5 (для бериллия) до 1,8 (для платины) и зависят от энергии бомбардирующих электронов.

Автоэлектронной (или холодной) эмиссией называется испускание электронов поверхностью металла, происходящее в том

случае, когда вблизи поверхности создается электрическое поле очень большой напряженности ($\sim 10^8$ В/м). Это явление называют также вырыванием электронов электрическим полем.

7.5 Тлеющий разряд

Тлеющий разряд возникает при низких давлениях. Его можно наблюдать в стеклянной трубке длиной около полуметра с впаянными на концах плоскими металлическими электродами (рисунок 7.9).

На электроды подается напряжение порядка 1000 В. При атмосферном давлении тока в трубке практически нет. Если понижать давление, то примерно при 50 мм рт. ст. (6665 Па) возникает разряд в виде светящегося извилистого тонкого шнура, соединяющего катод с анодом. По мере понижения давления шнур утолщается и приблизительно при 5 мм рт. ст. заполняет все сечение трубки – устанавливается тлеющий разряд. Его основные части показаны на рисунке 7.9.

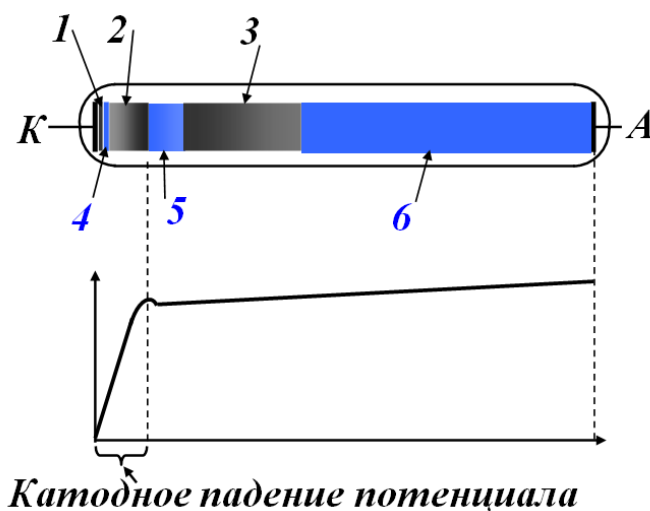


Рисунок 7.9

Вблизи катода располагается тонкий светящийся слой, называемый *катодной светящейся пленкой* (4). Между катодом и светящейся пленкой находится *астоново темное пространство* (1) (Ф.У. Астон – английский физик и химик, 1877–1945). По другую сторону светящейся пленки помещается слабо светящийся слой, по контрасту кажущийся темным и называемый *катодным* или

кручковым (У. Крукс – английский физик и химик, 1832–1919) **темным пространством** (2). Этот слой переходит в светящуюся область, которую называют **тлеющим свечением** (5). Все перечисленные слои образуют катодную часть тлеющего разряда. С тлеющим свечением граничит темный промежуток – **фарадеево темное пространство** (3). Граница между ними размыта. Вся остальная часть трубки заполнена светящимся газом. Эта область называется **положительным столбом** (6). При понижении давления катодная часть разряда и фарадеево темное пространство расширяются, а положительный столб укорачивается. При давлении порядка 1 мм рт. ст. (133,3 Па) положительный столб распадается на ряд чередующихся темных и светлых изогнутых слоев – **страт**.

Исследования показали, что потенциал изменяется вдоль трубки неравномерно. Почти все падение потенциала приходится на первые три участка разряда по темное катодное пространство включительно. Эту часть напряжения, приложенного к трубке, называют **катодным падением потенциала**. В области тлеющего свечения потенциал практически не изменяется – здесь напряженность поля близка к нулю. Наконец, в фарадеевом темном пространстве и положительном столбе потенциал медленно растет. Такое распределение потенциала вызвано образованием в области темного катодного пространства положительного пространственного заряда, обусловленного повышенной концентрацией положительных ионов.

Основные процессы, необходимые для поддержания тлеющего разряда, происходят в катодной части. Остальные части разряда не существенны, они могут даже отсутствовать (при малом расстоянии между электродами или при низком давлении). Основных процессов два – вторичная электронная эмиссия из катода, вызванная его бомбардировкой положительными ионами, и ударная ионизация электронами молекул газа.

Положительные ионы, ускоренные катодным падением потенциала, бомбардируют катод и выбивают из него электроны. В атоновом темном пространстве эти электроны ускоряются электрическим полем. Приобретая достаточную энергию, они начинают возбуждать молекулы газа, в результате чего возникает катодная светящаяся пленка. Электроны, пролетевшие без столкновений в

область темного катодного пространства, имеют большую энергию, вследствие чего они чаще ионизируют молекулы, чем возбуждают. Таким образом, интенсивность свечения газа уменьшается, но зато образуется много электронов и положительных ионов. Образовавшиеся ионы вначале имеют малую скорость. Поэтому в темном катодном пространстве создается положительный пространственный заряд, что приводит к перераспределению потенциала вдоль трубки и к возникновению катодного падения потенциала.

Электроны, возникающие в темном катодном пространстве, проникают в область тлеющего свечения, которая характеризуется высокой концентрацией электронов и положительных ионов и суммарным пространственным зарядом, близким к нулю (плазма). Поэтому напряженность поля здесь очень мала. Благодаря высокой концентрации электронов и ионов в области тлеющего свечения идет интенсивный процесс рекомбинации, сопровождающийся излучением выделяющейся при этом энергии. Таким образом, тлеющее свечение есть в основном свечение рекомбинации.

Из области тлеющего свечения в фарадеево темное пространство электроны и ионы проникают за счет диффузии (на границе между этими областями поле отсутствует, но имеется большой градиент концентрации электронов и ионов). Вследствие меньшей концентрации заряженных частиц вероятность рекомбинации в фарадеевом темном пространстве сильно падает. Поэтому фарадеево пространство кажется темным.

В фарадеевом темном пространстве уже имеется поле. Увлеченные этим полем электроны постепенно накапливают энергию, так что в конце концов возникают условия, необходимые для существования плазмы. Положительный столб представляет собой газоразрядную плазму. Он играет роль проводника, соединяющего анод с катодными частями разряда. Свечение положительного столба вызвано в основном переходами возбужденных молекул в основное состояние. Молекулы разных газов испускают при таких переходах излучение разной длины волны. Поэтому свечение положительного столба имеет характерный для каждого газа цвет, что используется в газосветных трубках для изготовления светящихся надписей и рекламы. Эти надписи представляют собой не что иное, как поло-

жительный столб тлеющего разряда. Неоновые газоразрядные трубки дают красное свечение, аргоновые – синевато-зеленое и т.д.

Если постепенно уменьшать расстояние между электродами, то катодная часть разряда остается без изменений, длина же положительного столба уменьшается, пока этот столб не исчезнет совсем. В дальнейшем исчезает темное фарадеево пространство и начинает сокращаться протяженность тлеющего свечения, причем положение его границы с темным катодным пространством остается неизменным. Когда расстояние от анода до этой границы становится очень малым, разряд прекращается.

Если постепенно понижать давление, то катодная часть разряда распространяется на все большую часть межэлектродного пространства. В конце концов темное катодное пространство распространяется почти на весь сосуд. Свечение газа перестает быть заметным, зато стенки стеклянной трубки начинают светиться зеленоватым свечением. Большинство электронов, выбитых из катода и ускоренных катодным падением потенциала, долетает без столкновений с молекулами газа до стенок трубки и, ударяясь о них, вызывает свечение. Поток электронов, испускаемых катодом газоразрядной трубки при очень низких давлениях, получил название *катодных лучей*. В настоящее время свечение, вызванное бомбардировкой быстрыми электронами, называется *катодолюминесценцией*.

7.6 Дуговой разряд

В 1802 году жители Петербурга наблюдали яркое свечение из окон на Мойке, где работал и проживал профессор Медико-хирургической академии Василий Владимирович Петров, который исследовал свойства изобретенной им гальванической батареи. Он обнаружил, что при разведении первоначально соприкасающихся угольных электродов, соединенных с батареей, между электродами вспыхивает ослепительное свечение. При горизонтальном расположении электродов нагретый светящийся газ изгибается в виде дуги, в связи с чем открытое Петровым явление было названо *электрической дугой*. (Англичанин Дэви открыл это явление только в

1810 году.) Сила тока в дуге может достигать огромных значений (10^3 – 10^4 А) при напряжении несколько десятков вольт.

Дуговой разряд может протекать как при низком давлении (порядка нескольких миллиметров ртутного столба), так и при высоком (порядка 1000 атмосфер). Основными процессами, поддерживающими разряд, являются термоэлектронная эмиссия с раскаленной поверхности катода и термическая ионизация молекул, обусловленная высокой температурой газа в межэлектродном пространстве. Если остудить катод, то дуга погаснет. Источником мощной электронной эмиссии с катода является небольшое, ярко светящееся и непрерывно движущееся пятно на катоде (катодное пятно). Плотность тока в этом пятне огромна (10^{10} – 10^{11} А/м²). Причина появления катодного пятна – облако положительных ионов у катода, создающее местное локальное электрическое поле, достаточное для автоэлектронной эмиссии. Почти все межэлектродное пространство заполнено высокотемпературной плазмой. Она служит проводником, по которому электроны, испущенные катодом, достигают анода. Температура плазмы составляет около 6000 К. В дуге сверхвысокого давления температура плазмы может достичь 10000 К (напомним, что температура поверхности Солнца равна 5800 К). Вследствие бомбардировки положительными ионами катод раскаляется примерно до 3500 К. Анод, бомбардируемый мощным потоком электронов, разогревается еще больше. Это приводит к тому, что анод интенсивно нагревается и на его поверхности образуется углубление – кратер. Кратер является самым ярким местом дуги.

Дуговой разряд обладает падающей вольт-амперной характеристикой (рисунок 7.10). Это объясняется тем, что при увеличении силы тока возрастают термоэлектронная эмиссия с катода и степень ионизации газоразрядного пространства. В результате сопротивление пространства уменьшается сильнее, чем возрастает ток.

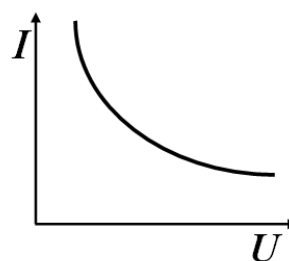


Рисунок 7.10

Кроме описанной выше термоэлектронной дуги (т.е. разряда, обусловленного термоэлектронной эмиссией с раскаленной поверхности катода), бывает дуга с холодным катодом. Катодом такой

дуги обычно служит ртуть, налитая в баллон, из которого откачан воздух. Разряд происходит в парах ртути. Электроны вылетают из катода за счет автоэлектронной эмиссии. Сильное поле у катода создается положительным пространственным зарядом, образованным ионами. Электроны испускаются катодными пятнами. Температура газа в этом случае невелика. Ионизация молекул в плазме происходит, как и при тлеющем разряде, за счет электронных ударов.

Электрическая дуга используется как источник света (в кинопроекторах). Но наибольшее применение она нашла в электросварке (изобрел русский ученый Бенардос в 1882 году).

7.7 Искровой и коронный разряды

Искровой разряд возникает в тех случаях, когда напряженность электрического поля достигает пробивного для данного газа значения $E_{пр}$. Значение $E_{пр}$ зависит от давления газа; для воздуха при атмосферном давлении оно составляет около 30 МВ/м (30 кВ/см). С увеличением давления $E_{пр}$ возрастает. Согласно экспериментальному **закону Пашена** (Ф. Пашен – немецкий физик, 1865–1947) отношение пробивной напряженности поля к давлению приблизительно постоянно:

$$\frac{E_{пр}}{P} \approx \text{const.}$$

Искровой разряд сопровождается образованием ярко светящегося извилистого, разветвленного канала, по которому проходит кратковременный импульс тока большой силы. Примером может служить молния. Ее длина бывает до 10 км, а диаметр канала – до 40 см и сила тока может достигать 100000 А и более при продолжительности импульса около 10^{-4} с. Каждая молния состоит из нескольких (до 50) импульсов, следующих по одному и тому же каналу. Их общая длительность (вместе с промежутками между импульсами) может достигать нескольких секунд. Температура газа в искровом канале бывает до 10000 К. Быстрый сильный нагрев газа приводит к резкому повышению давления и возникновению ударных и звуковых волн. Поэтому искровой разряд сопровождается

звуковыми явлениями – от слабого треска при искре малой мощности до раскатов грома, сопровождающих молнию.

Возникновению искры предшествует образование в газе сильно ионизированного канала, называемого *стримером*. Этот канал получается путем перекрытия отдельных электронных лавин, возникающих на пути искры. Инициатором каждой лавины служит электрон, образующийся путем фотоионизации (рисунок 7.11).

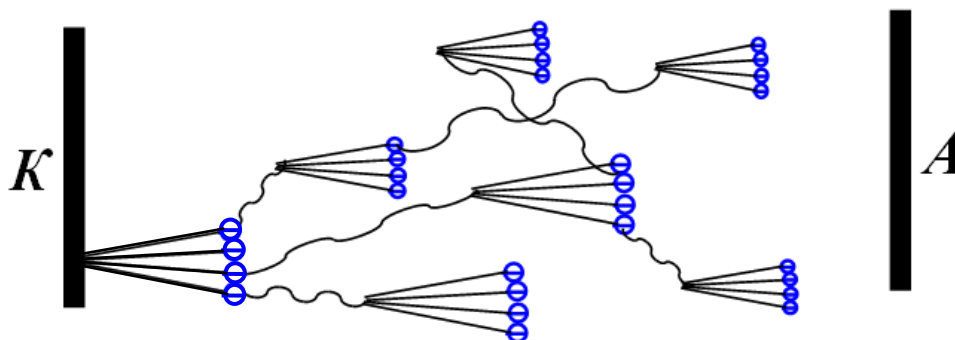


Рисунок 7.11

Если напряженность поля такова, что электрон, вылетевший из катода, приобретает на длине свободного пробега энергию, достаточную для ионизации, то происходит размножение электронов – возникает лавина (образующиеся при этом положительные ионы не играют существенной роли вследствие гораздо меньшей подвижности, они лишь формируют пространственный заряд, вызывающий перераспределение потенциала). Коротковолновое излучение, испускаемое атомом, у которого при ионизации был вырван один из внутренних электронов (это излучение показано на рисунке волнистой линией), вызывает фотоионизацию молекул, причем образовавшиеся электроны порождают все новые лавины. После перекрытия лавин образуется хорошо проводящий канал – стример, по которому от катода к аноду устремляется поток электронов – происходит пробой.

Если один из электродов (или оба) имеют очень большую кривизну (например, электродом служит очень тонкая проволока или острие), то при не слишком большом напряжении возникает так называемый *коронный разряд*. При увеличении напряжения этот разряд переходит в искровой или дуговой.

При коронном разряде ионизация и возбуждение молекул происходит не во всем межэлектродном пространстве, а лишь вблизи электрода с малым радиусом кривизны, где напряженность поля достигает значений, равных или превышающих $E_{пр}$. В этой части разряда газ светится. Свечение имеет вид короны, окружающей электрод, чем и вызвано название этого разряда. Коронный разряд с острия имеет вид светящейся кисти, в связи с чем его иногда называют *кистевым разрядом*. В зависимости от знака коронирующего электрода говорят о положительной или отрицательной короне. Между коронирующим слоем и некоронирующим электродом расположена внешняя область короны. Режим пробоя ($E \geq E_{пр}$) существует только в пределах коронирующего слоя. Поэтому можно сказать, что коронный разряд представляет собой неполный пробой газового пространства.

Корона, появляющаяся под действием атмосферного электричества на верхушках корабельных мачт и деревьев, шпилях церквей и т.п., получила в старину название огней святого Эльма.

В высоковольтных устройствах, в частности в линиях высоковольтных передач, коронный разряд приводит к вредным утечкам тока. Поэтому приходится принимать меры для его предотвращения. С этой целью, например, провода высоковольтных линий берут достаточно большого диаметра. Чем выше напряжение, тем больше диаметр провода.

Коронный разряд нашел полезное применение в электрофильтрах. Очищаемый газ движется в трубе, на оси которой расположен отрицательный коронирующий электрод. Отрицательные ионы, имеющиеся в большом количестве во внешней области короны, оседают на загрязняющих газ частицах или капельках и увлекаются вместе с ними к внешнему некоронирующему электроду. Достигнув этого электрода, частицы нейтрализуются и оседают на нем. Впоследствии при ударах по трубе осадок, образованный уловленными частицами, осыпается в сборник.

7.8 Плазма

По определению Ленгмюра, плазма – это «часть дугового разряда, в котором плотности электронов и ионов в основном равны друг другу». В настоящее время принято следующее определение. **Плазмой** называется частично или полностью ионизированный газ, в котором положительные и отрицательные заряды в среднем нейтрализуют друг друга. В общем случае плазма состоит из электронов, положительных ионов и нейтральных атомов (или молекул). В пределах малых объемов строгое равенство количества положительно и отрицательно заряженных частиц может нарушаться. Поэтому говорят, что плазма **квазинейтральна** (латинская приставка квази означает мнимый, ненастоящий).

Плазму принято характеризовать **степенью ионизации** α , под которой понимают отношение концентрации ионизированных атомов к их общей концентрации. В зависимости от значения α говорят о слабоионизированной плазме ($\alpha \sim 10^{-3}$), умеренно ионизированной плазме ($\alpha \sim 10^{-2}$) и полностью ионизированной плазме.

Плазма является преобладающим состоянием вещества во Вселенной. Звезды, галактические туманности и межзвездная среда представляют собой плазму, которую называют четвертым состоянием вещества. Один из верхних слоев атмосферы, называемый **ионосферой**, состоит из слабоионизированной плазмы. Этот слой отражает радиоволны и делает возможным радиосвязь на больших расстояниях. В земных условиях плазма образуется при электрическом разряде в газах, в процессе горения и взрыва.

Сила взаимодействия между атомами и молекулами убывает с расстоянием очень быстро (как $1/r^6$). Поэтому частицы газа взаимодействуют лишь при их сильном сближении. Кулоновские силы убывают гораздо медленнее (как $1/r^2$). Поэтому взаимодействие между частицами (электронами и ионами) в плазме постоянно влияет на их движение, вследствие чего для плазмы характерны коллективные процессы.

Вокруг каждого заряда располагаются преимущественно заряды противоположного знака, нейтрализующие влияние данного заряда за пределами сферы радиусом D , называемым **дебаевским радиусом экранировки**. (Петер Йозеф Вильгельм Дебай (1884–1966))

родился в Голландии, учился и работал в Германии, а с 1940 года – в США.) Расчет дает следующее выражение:

$$D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT}{ne^2}}.$$

Подставив значения констант, получим

$$D = 69 \sqrt{\frac{T}{n}}.$$

Оценим дебаевский радиус для плазмы, возникающей в канале молнии. Газ ионизован полностью, так что концентрация n равна концентрации молекул воздуха ($\sim 2,7 \cdot 10^{25} \text{ 1/м}^3$), а температура составляет $2 \cdot 10^4 \text{ К}$. Таким образом, $D = 2 \cdot 10^{-9} \text{ м}$.

Внешнее электрическое поле проникает в плазму только на расстояние порядка дебаевского радиуса. То есть плазма экранирует внешнее электрическое поле. Дебаевский радиус определяет размеры областей, в которых равенство количества частиц разных знаков может не соблюдаться, т.е. нарушается условие квазинейтральности. Квазинейтральность плазмы в целом соблюдается при условии, что линейные размеры l области, занимаемой плазмой, много больше дебаевского радиуса ($l \gg D$). Только при выполнении этого условия можно говорить о плазме как таковой.

Для плазмы характерны коллективные процессы. Дальнодействие кулоновских сил приводит к тому, что плазма может рассматриваться как упругая среда. Если группу электронов в плазме сдвинуть из их равновесного положения, то на них будет действовать электростатическая возвращающая сила. Это служит причиной того, что в плазме легко возбуждаются продольные колебания пространственного заряда, называемые *ленгмюровскими волнами*. (Ирвинг Ленгмюр (1881–1957) – американский физик и химик.) Частота колебаний этих волн называется *плазменной частотой* и определяется выражением

$$\omega = \sqrt{\frac{ne^2}{m\varepsilon_0}},$$

где m – масса электрона; n – концентрация электронов.

Средние значения энергии электронов, ионов и нейтральных атомов могут отличаться друг от друга. В этом случае плазму нельзя характеризовать одним значением температуры и приходится различать электронную T_e , ионную T_i и температуру нейтральных атомов T_a . Плазму, у которой эти температуры различны, называют *неизотермической*. Если все три температуры одинаковы, плазма называется *изотермической*. Неизотермической является *газоразрядная плазма*, т.е. плазма, возникающая при газовом разряде. Плазма, возникающая вследствие высокой температуры вещества, является изотермической. Условно изотермическую плазму подразделяют на низкотемпературную ($T_i < 10^5$ К) и высокотемпературную ($T_i > 10^6$ К).

Достаточно разогретая плазма является очень хорошим проводником. Благодаря большей подвижности электронов, чем ионов, проводимость плазмы в основном определяется электронами. Расчет дает следующее выражение для проводимости плазмы:

$$\sigma \approx 10^{-3} T^{3/2}.$$

При температуре порядка $15 \cdot 10^6$ К проводимость плазмы равна проводимости одного из лучших проводников – серебра.

Важнейшими техническими применениями плазмы являются управляемый термоядерный синтез и непосредственное преобразование теплоты в электрическую энергию в магнетогидродинамических генераторах (МГД-генераторах) (рисунок 7.12).

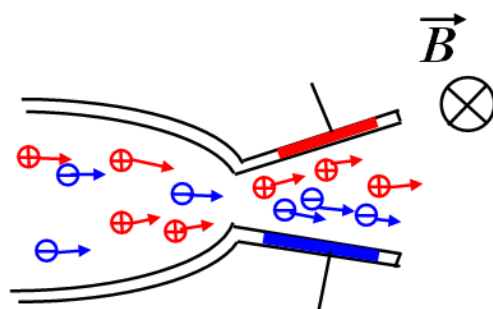


Рисунок 7.12

Принцип действия МГД-генератора заключается в следующем. Газ, возникающий при сгорании топлива и представляющий собой плазму, движется в сильном поперечном магнитном поле. В элек-

тропроводящей плазме, как и в любом проводнике, движущемся в таком поле, возникает явление электромагнитной индукции. Генерируется электрический ток, который протекает через плазму и внешнюю нагрузку. При этом между металлическими пластинами образуется разность потенциалов.

Рекомендуемая литература

1. Шимони К. Физическая электроника / К. Шимони. – М.: Энергия, 1977. – 608 с.
2. Росадо Л. Физическая электроника и микроэлектроника : пер. с исп. / Л. Росадо. – М.: Высшая школа, 1991.
3. Гудаков Г.А. Физические основы электроники: курс лекций / Г.А. Гудаков. – Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 2003.
4. Савельев И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для вузов. В 3 т. / И.В. Савельев. – 7-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2007.
Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 496 с.
Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 317 с.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики: учеб. пособие для вузов. В 5 т. / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2005–2006.
Т. 3: Электричество. – 5-е изд., стер. – М.: Физматлит, 2006. – 654 с.
6. Зисман Г.А. Курс общей физики. В 3 т. / Г.А. Зисман, О.М. Годес. – СПб.: Лань, 2007.
Т. 2: Электричество и магнетизм. – 7-е изд. – 352 с.
Т. 3: Оптика. Физика атомов и молекул. Физика атомного ядра и микрочастиц. – 6-е изд. – 512 с.
7. Фриш С.Э. Курс общей физики. В 3 т. / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – СПб.: Лань, 2009.
Т. 2: Электрические и электромагнитические явления. – 12-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2009. – 528 с.