Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)**

Кафедра автоматизации обработки информации (АОИ)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

Методические указания к практическим занятиям и
организации самостоятельной работы
для студентов направления
«Бизнес-информатика»
(уровень бакалавриата)

2018

Пермякова Наталья Викторовна
Теоретические основы информатики: Методические указания к практическим занятиям и организации самостоятельной работы для студентов направления «Бизнес-информатика» (уровень бакалавриата) / Н.В. Пермякова. — Томск, 2018. — 34 с.

Содержание

1 Введение

Учебно-методическое пособие содержит рекомендации по проведению практических занятий и организации самостоятельной работы по дисциплине «Теория информации».

Практическое занятие – одна из основных форм организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении студентами под руководством преподавателя комплекса учебных заданий с целью усвоения научно-теоретических основ учебной дисциплины, приобретения умений и навыков, опыта творческой деятельности.

Целью проведения практических занятий по дисциплине «Теоретические основы информатики» является закрепление полученных теоретических знаний по дисциплине, выработка необходимых навыков вычисления количественных характеристик систем передачи информации, таких как собственная информация, энтропия, скорость передачи информации, пропускная способность канала связи и т.д..

Самостоятельная работа студента (СРС) является составной частью образовательной программы, **целью** которой является формирование способностей самоорганизации и самообразования.

Деятельность студентов, организованная во время СРС направлена на:

— закрепление, углубление, расширение и систематизацию знаний и практических умений, полученных во время аудиторных занятий;

— самостоятельное овладение учебным материалом;

— формирование умений использовать правовую, справочную документацию и специальную литературу;

— развитие познавательных способностей и активности, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности.

После изучения дисциплины студент должен:

— **знать** историю и этапы развития информатики как научной дисциплины; формы представления информации; основные подходы к количественной оценке информации; связь понятий информации и энтропии как меры неопределенности; прикладное значение теории информации;

— **уметь** вычислять количество информации по заданному вероятностному распределению случайных событий; оценивать предельные характеристики источника сообщений и канала связи; формировать оптимальные коды при наличии и отсутствии шумов в системе передачи информации; оценивать ошибки представления непрерывной информации в дискретной форме;

— **владеть навыками** применения знаний в области теории вероятностей и математической статистики к решению типовых теоретикоинформационных задач; использования вычислительных методов и алгоритмов в задачах определения энтропии и количества информации, оценки предельных возможностей информационных систем, оптимального кодирования и передачи сигналов.

2 Методические указания к проведению практических занятий

2.1 Общие положения

Задачи практических занятий:

— закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;

— развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;

— овладение новыми методами и методиками изучения учебной дисциплины;

— выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;

— обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Практические занятия по дисциплине организованы в форме выполнения упражнений и решения типовых задач.

Практические занятия проводятся после чтения лекций, дающих теоретические основы для их выполнения. Основанием проведения практических занятий по дисциплине являются программа учебной дисциплины и расписание учебных занятий.

В ходе практических занятий студенты ведут необходимые записи, которые преподаватель вправе потребовать для проверки. Допускается по согласованию с преподавателем представлять отчет о работе в электронном виде. В течение практического занятия преподаватель контролирует правильность выполнения заданий; оценка достигнутых результатов по освоению студентом темы, раздела учебной дисциплины осуществляется в конце практического занятия или группы практических занятий путем проверки отчета и (или) его защиты (презентации, собеседования) или другой формы по усмотрению преподавателя.

Практическое занятие состоит из вводной, основной и заключительной части. Вводная часть обеспечивает подготовку и мотивацию студентов к выполнению заданий на занятии. В нее входят формулировка темы, цели и задач занятия, характеристика состава и особенностей заданий работы и объяснение методов их выполнения; характеристика требований к результату работы; проверка готовности студентов выполнять задания; указания по самоконтролю результатов выполнения заданий.

Основная часть предполагает самостоятельное выполнение заданий студентами. Сопровождается дополнительными разъяснениями по ходу работы, текущим контролем и оценкой результатов работы. Заключительная часть содержит: подведение общих итогов занятия; оценку результатов работы отдельных студентов; ответы на вопросы студентов; задание на дом для закрепления пройденного материала и по подготовке к следующему практическому занятию.

2.2 Практическое занятие «Фундаментальные положения информатики»

Цель работы: закрепления определений, понятий и свойств основных элементов систем передачи информации, таких как источник информации, приемник, передатчик, алфавит, канал связи, линия связи и др.

Форма проведения: выполнение упражнений по теме занятия.

Подготовка к практическому занятию

Для подготовки к занятию необходимо повторить материал лекционного занятия, воспользовавшись конспектом и /или обратиться к следующим источникам: определения основных терминов изложены в [1] — стр. 5-6, материалы по теме «Информация. Качество и количество информации» — стр. 6-11 учебного пособия [1].

Примеры типовых заданий, рассматриваемых на занятии можно найти в [2], стр. 5-9.

Методические рекомендации

Задачи, решаемые на этом занятии, предназначены для закрепления определения, понятий и свойств основных элементов систем передачи информации, таких как источник информации, приемник, передатчик, алфавит, канал связи, линия связи и др.

Для их решения необходимо лишь точное знание определений, а также обычный здравый смысл.

Пример 1. Что будет алфавитом для трехсекционного уличного светофора?

Ответ: Набор из трех цветов секций светофора.

Как видно, ответ достаточно очевидный, однако полная и точная его формулировка рождается не сразу. Задачи этого раздела имеет смысл решать на практических занятиях в режиме свободного обсуждения, когда на основе отдельных мнений и различных формулировок постепенно появляется полный ответ.

При самостоятельном решении таких задач не следует приводить первый пришедший в голову ответ: необходимо продумать все возможные варианты функционирования предложенной в задаче системы и свести их воедино. Так, первой реакцией на вопрос приведенного примера является ответ: «набор трех цветов», после некоторого обсуждения возникают дополнительные варианты сигналов светофора, например, то, что красный и желтый цвета могут гореть одновременно (а желтый и зеленый — нет), или то, что желтый цвет может мигать. Каждый из этих сигналов несет свою информацию. Тем не менее, обращаясь к аналогу обычного алфавита русского языка, делаем вывод о том, что алфавит светофора — это именно три цвета, а их сочетания, режим включения — это сообщения, составленные из «букв» алфавита.

Пример 2. Сигнальщики двух кораблей в открытом море передают друг другу сообщения с помощью прожекторного телеграфа. Что в данном случае будет являться каналом связи, линией связи? Какие помехи могут быть в таком канале связи?

Ответ: В соответствии с определением, каналом связи является совокупность «передатчик – линия связи – приемник». Передатчик в данном случае — прожектор, приемник — органы зрения сигнальщика. Линия связи, по определению — любая физическая среда, обеспечивающая передачу сигнала от передатчика к приемнику. В примере это воздушная среда, а возможные помехи в канале связи: атмосферные явления (туман, дождь, снег, гроза), высокие волны между кораблями, технические неполадки прожекторов.

В процессе решения задач этого раздела формируется понимание сложности любых систем передачи информации, разнообразия условий, в которых они функционируют. Важно, что при этом возникают конкретные образы абстрактных понятий «знак», «сигнал», «источник информации», «алфавит», «сообщение», что в дальнейшем облегчает понимание других разделов теории информации.

Порядок проведения занятия

1. Обсуждение основных понятий информатики.
2. Решение типовых заданий.
3. Самостоятельное решение задач.
4. Подведение итогов занятия — выборочная защита самостоятельных решений.

Примеры типовых заданий

Какова мощность алфавита азбуки Морзе?

Световое табло состоит из восьми лампочек одного цвета. Каждая лампочка может находиться в трех состояниях. Какова мощность алфавита такого устройства?

В отряде «Знатоки» для передачи сообщений используют флаги трех цветов, которые вывешивают на корпусе отряда. В отряде три красных флага, три синих и три зеленых. Что в этой задаче является сообщением? Какова минимальная и максимальная длина сообщения?

2.3 Практическое занятие «Количественная мера информации»

Цель работы: ознакомиться с вероятностным и алфавитным подходом к оценке количества информации, применить на практике формулы Р.Хартли и формулы К.Шеннона.

Форма проведения: выполнение упражнений по теме занятия.

Подготовка к практическому занятию

Описание количественных характеристик информации и различных подходов к оценке количества информации рассматривается в [3], стр. 12-21.

Примеры решения задач, задания для самостоятельного решения можно найти в [2], стр. 5-9.

Методические рекомендации

Строго говоря, единственной формулой, на которую опирается решение задач по вычислению количества собственной информации, является формула, содержащаяся в определении собственной информации:

$$I(x_j) = \log \frac{1}{p(x_j)} = -\log p(x_j),\ j = 1,2,...,k\ , \qquad (1)$$

где x_j — сообщение, входящее в ансамбль сообщений из k элементов;

$p(x_j)$ — вероятность сообщения x_j;

$I(x_j)$ — количество собственной информации (или собственная информация) в сообщении x_j.

Однако, несмотря на простоту формулы (2.1), следует иметь в виду несколько принципиальных соображений, связанных с ее применением.

1. Важным является понятие ансамбля сообщений

$$\{X, p(x)\} = \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ p_1 & p_2 & \dots & p_k \end{Bmatrix},$$

где $x_j,\ j = 1,2,\dots,k$ — сообщения;

$p_j,\ j = 1,2,\dots,k$ — их вероятности.

Причем

$$\sum_{j=1}^{k} p(x_j) = 1. \qquad (2)$$

Ансамбль сообщений, таким образом, является аналогом полного, пространства состояний в теории вероятностей. Как правило, в задачах не заданы ни ансамбль, ни вероятность сообщения, — их необходимо найти, прежде чем применять формулу (1). Именно поэтому задачи на вычисление собственной информации — это, прежде всего, обычные вероятностные задачи.

Пример 1. Солдат стреляет по мишени из винтовки. Вероятность осечки при каждом выстреле $p_1 = 0{,}2$. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле $p_2 = 0{,}7$. Солдат производит два выстрела. Сколько информации содержится в сообщении, что мишень поражена?

Решение. Найдем сначала вероятность непопадания в мишень после двух выстрелов. При одном выстреле либо произошла осечка (вероятность p_1), либо солдат не попал в мишень (вероятность $(1- p_1) \cdot (1- p_2)$). Общая вероятность непопадания после первого выстрела есть $(p_1 + (1- p_1) \cdot (1- p_2))$. Вероятность непопадания за два выстрела равна $1- (p_1 + (1- p_1) \cdot (1- p_2))$, так как ансамбль в данном случае состоит из двух возможных событий: мишень поражена и мишень не поражена. Подставляя в последнюю формулу числовые значения из условия задачи, получим:

$$p = 1- (0{,}2 + 0{,}8\cdot 0{,}3)^2 = 1- 0{,}44^2 = 0{,}8064 .$$

Далее применяем формулу (1):

$$I = -\log p = -\log_2 0{,}8064 \approx 0{,}31 \text{ (бит)}.$$

Ответ: примерно 0,31 бит.

2. В определении количества собственной информации (1) основание логарифма роли не играет, однако в практических расчетах всегда нужно учитывать, какой логарифм используется, поскольку этим определяется единица измерения информации. Напомним, что если в (1) логарифм двоичный, полученная информация измеряется в битах, если десятичный — в дитах, если натуральный — в натах. При решении более сложных

задач, чем вычисление одного единственного значения количества информации $I\ (x_j)$, недопустимо смешение единиц измерения, когда, например, для одного события информация вычисляется в битах, для другого — в натах.

3. Для самопроверки правильности решения задач на вычисление количества собственной информации следует помнить одно из основных свойств информации: информация тем больше, чем меньше вероятность события.

Полезно помнить основные формулы и теоремы теории вероятностей, позволяющие в каждом конкретном случае получить необходимую вероятность для последующего вычисления собственной информации события. Это, в первую очередь, формула полной вероятности —

$$p(a) = p(b_1) \cdot p(a / b_1) + p(b_2) \cdot p(a / b_2) + \ldots + p(b_k) \cdot p(a / b_k), \qquad (3)$$

если событие a может наступить только при условии одного из несовместных событий $b_1, b_2, \ldots, b_k$, образующих полную группу. Часто используется также формула Байеса:

$$p(b_i / a) = \frac{p(b_i) \cdot p(a / b_i)}{p(b_1) \cdot p(a / b_1) + p(b_2) \cdot p(a / b_2) + \ldots + p(b_k) \cdot p(a / b_k)}. \qquad (4)$$

Пример 2. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0,8, а второго — 0,9. Сколько информации содержится в сообщении о том, что взятая наудачу деталь (из наугад взятого набора) — стандартна?

Решение. Обозначим через a событие «извлеченная деталь стандартна». Деталь может быть извлечена либо из первого набора (событие b_1), либо из второго (событие b_2). Вероятность того, что деталь вынута из первого набора $p(b_1) = \frac{1}{2}$, аналогично $p(b_2) = \frac{1}{2}$

Условная вероятность того, что из первого набора будет извлечена стандартная деталь, $p(a / b_1) = 0{,}8$, для второго набора аналогичная вероятность $p(a / b_2) = 0{,}9$. Применяя формулу (3), получим

$$p(a) = p(b_1) \cdot p(a / b_1) + p(b_2) \cdot p(a / b_2) = 0{,}5 \cdot 0{,}8 + 0{,}5 \cdot 0{,}9 = 0{,}85 .$$

Информацию вычислим по формуле (1):

$$I\ (a) = -\log p(a) = -\log 0{,}85 \approx 0{,}23 \text{ (бит)}.$$

Ответ: примерно 0,23 бит.

Порядок выполнения работы

1. Выборочный опрос по теме занятия.
2. Решение типовых заданий.
3. Самостоятельное решение задач.

4. Подведение итогов занятия — выборочная защита самостоятельных решений.

Примеры типовых заданий

Световое табло состоит из лампочек. Каждая лампочка может находиться водном из трех состояний («включено», «выключено» или «мигает»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 18 различных сигналов?

В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Сколько бит информации несет сообщение о том, что достали черный шар?

В корзине лежат черные и белые шары. Среди них18 черных шаров. Сообщение о том, что достали белый шар, несет 2 бита информации. Сколько всего шаров в корзине?

2.4 Практическое занятие «Энтропия дискретных сообщений»

Цель работы: научиться решать задачи на нахождение энтропии дискретных сообщений.

Форма проведения: выполнение упражнений по теме занятия.

Подготовка к практическому занятию

Описание энтропийного метода нахождения количественных характеристик информации рассматривается в [3], стр. 14-15.

Перед занятием необходимо ознакомиться с формулой Шеннона для вычисления информационной энтропии.

Обратите особое внимание на связь понятий «энтропия» и «количество информации».

Методические рекомендации

Для вычисления энтропии ансамбля $\{X, p(x)\}$ будем использовать формулу:

$$H(X) = -\sum_{j=1}^{k} p(x_j) \cdot \log p(x_j)\,, \tag{5}$$

где $H(X)$ — обозначение энтропии ансамбля X, а остальные обозначения аналогичны обозначениям в (1).

Здесь следует обратить внимание на то, что понятие энтропии относится к ансамблю сообщений *в целом* (а не к отдельным сообщениям), поскольку энтропия, по определению, есть среднее количество собственной информации в сообщениях ансамбля.

Ответы к задачам типа «энтропия этого сообщения равна 5 бит»или «собственная информация полученного ансамбля равна 2,3 бит» свидетельствуют о принципиальном непонимании математической сути понятий «количество собственной информации» и «энтропия». В этом случае полезно обращение к известному примеру «средней температуры по больнице».

Для решения задач на вычисление энтропии, как и на предыдущем практическом занятии, необходимо, в первую очередь, найти сам ансамбль сообщений и вероятности всех его элементов. После этого механическое применений формулы (5) трудности не представляет.

Пример 1. Рассчитать энтропию (в битах) ансамбля, связанного с получением случайных чисел при бросании двух тетраэдров.

Решение. Тетраэдр — правильная треугольная пирамида с четырьмя гранями, на которые нанесены числа от 1 до 4. Все возможные сочетания выпавших очков и суммы этих очков при каждом сочетании при бросании двух тетраэдров приведены в таблице 1.

Таблица 1 — Возможные суммы очков

2-й тетраэдр / 1-й тетраэдр	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

В ансамбль возможных реализаций включаем все полученные семь сумм выпавших очков с вероятностями получения этих сумм:

$$\{X, p(x)\} = \begin{Bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{16} & \frac{2}{16} & \frac{3}{16} & \frac{4}{16} & \frac{3}{16} & \frac{2}{16} & \frac{1}{16} \end{Bmatrix}.$$

Теперь применяем формулу (5):

$$H(X) = -\sum_{j=1}^{k} p(x_j) \cdot \log p(x_j) =$$

$$-\left(\frac{1}{16} \cdot \log \frac{1}{16} \cdot 2 + \frac{2}{16} \cdot \log \frac{2}{16} \cdot 2 + \frac{3}{16} \cdot \log \frac{3}{16} \cdot 2 + \frac{4}{16} \cdot \log \frac{4}{16} \right) \approx 2{,}6.$$

(все логарифмы двоичные, так как по условию задачи решение нужно получить в битах).

Ответ: примерно 2,6 бит.

Из примера видно, что даже в такой простой задаче вычисления достаточно трудоемки, но не настолько, чтобы использовать сложную вычислительную технику. Рекомендуется либо использовать при решении задач микрокалькулятор, либо обращаться к таблицам логарифмов или значений - p log p, приведенных в приложениях 1, 2. В отдельных задачах, где главная трудность — получение ансамбля сообщений и их вероятностей, возможно закончить решение на стадии формирования ансамбля.

Энтропия трактуется как степень или мера неопределенности в эксперименте с получением сообщений ансамбля. Поэтому задачи с формулировкой «найти неопределенность исхода эксперимента» сводятся к вычислению энтропии ансамбля, полученного в ходе эксперимента.

Пример 3.2. В каком соотношении находятся энтропии двух ансамблей

$$\{X, p(x)\} = \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 0{,}25 & 0{,}5 & 0{,}125 & 0{,}125 \end{Bmatrix}$$

и

$$\{Y, p(y)\} = \begin{Bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ 0{,}5 & 0{,}25 & 0{,}125 & 0{,}125 \end{Bmatrix} ?$$

Решение. Непосредственным вычислением энтропий ансамблей X и Y получаем, что их энтропии одинаковы и равны 1,75 бит. Это легко видеть и по структуре ансамблей, отличающихся перестановкой вероятностей первых двух элементов.

Ответ: неопределенности ансамблей одинаковы.

В некоторых случаях решению задач на вычисление собственной информации и энтропии помогает знание свойств энтропии, в частности, свойства энтропии достигать максимального значения, равного $\log k$, если все события ансамбля из k элементов равновероятны и, следовательно, вероятность каждого из них равна $\frac{1}{k}$.

Пример 3. При угадывании целого числа в диапазоне от 1 до N было получено 7 бит информации. Чему равно N ?

Решение: Поскольку предполагается, что вероятности загаданных чисел одинаковы (и равны $\frac{1}{N}$), информация, содержащаяся в сообщении об угадывании любого из этих чисел, равна $-\log\frac{1}{N}$, а по условию задачи равна 7 бит. Это значит, что логарифм в формуле двоичный и нужно решать уравнение $-\log_2 N = 7$, что дает

Ответ: $N = 2^7 = 128$.

С этим свойством энтропии связано и понятие избыточности информации (в ансамбле, в алфавите и т.п.).

Пример 4. Источник сообщений вырабатывает ансамбль символов $\{X, p(x)\} = \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 0{,}25 & 0{,}5 & 0{,}125 & 0{,}125 \end{Bmatrix}$. Символы в последовательности статистически независимы. Вычислить энтропию источника и определить избыточность алфавита.

Решение. Энтропия достаточно просто вычисляется по формуле (5):

$H(X) = -0{,}5\log 0{,}5 - 0{,}25\log 0{,}25 - 2\cdot 0{,}125\log 0{,}125 = 1{,}75$ бит.

Максимального значения энтропия достигает в случае равновероятных символов, и это максимальное значение равно логарифму количества символов в ансамбле. В нашем случае $H_{\max} = \log 4 = 2$.

Вычислим избыточность:

$$\gamma = \frac{H}{H_{\max}} = \frac{1{,}75}{2} = 0{,}875.$$

Ответ: энтропия источника 1,75 бит; избыточность 0,875.

Порядок выполнения работы

1. Выборочный опрос по теме занятия.
2. Решение типовых заданий.
3. Самостоятельное решение задач.
4. Подведение итогов занятия — выборочная защита самостоятельных решений.

Примеры типовых заданий

Определить количество информации, содержащееся в сообщении: а) впервые встреченного лица А: «Сегодня мой день рождения»;б) выясняющего лица, является ли сегодняшний день днем рождения, впервые встреченного лица А.

Некто задумал любое целое число X от единицы до восьми,а нам предлагается угадать его, поставив минимальное количество вопросов, на каждое из которых дается ответ “да” или “нет”.Определить информацию, заключенную в сообщении, какое число задумано.

Физическая система X может находится в одном из четырех состояний с вероятностями соответственно : P_1=0.1, P_2=0.2, P_3=0.4, P_4=0.3. При наблюдении за системой X состояния x_1и x_2 неразличимы. Сообщение о системе X указывает на то, что находится ли она в одном из состояний x_1, x_2 или же в одном из состояний x_3, x_4. Получено сообщение, указывающее, в каком из состояний x_1, x_2 или x_3, x_4, находится система X. Определить количество информации несомое сообщением.

2.5 Практическое занятие «Энтропия непрерывных сообщений»

Цель работы: научиться решать задачи на нахождение энтропии непрерывных сообщений.

Форма проведения: выполнение упражнений по теме занятия.

Подготовка к практическому занятию

Для подготовки к практическому занятию изучите методические указания, представленные ниже. Повторите тему «Вычисление определенных интегралов», воспользовавшись материалами пособия [4], стр. 320-345 . Повторите тему «Плотность распределения вероятностей», учебное пособие [5], стр. 69-88.

Методические указания

Поскольку абсолютной энтропии непрерывных случайных величин не существует, пользуются понятием дифференциальной энтропии, определяемой для случайной величины с плотностью распределения вероятностей $f(x)$ относительно некоторой другой (эталонной) случайной величины с известным, например, равномерным распределением:

$$H_\varepsilon = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\log f(x)dx \qquad (6)$$

Значок ε при записи дифференциальной энтропии обычно опускают, но при этом всегда нужно помнить, что (6) — это относительная энтропия, свойства которой не полностью совпадают со свойствами энтропии дискретных случайных величин. В частности, $H_\varepsilon\ (x)$ может принимать отрицательные значения.

Пример 1. Вычислить дифференциальную энтропию случайной величины, заданной распределением

$$f(x)=\begin{cases}0, x<0,\\ x^2, 0\le x\le 1,\\ 1, x>1.\end{cases}$$

Решение. Подставим функцию *f (x)* в формулу (6), разбив ее на три части:

$$H=-\int_{-\infty}^{0}0\log 0dx-\int_{0}^{1}x^2\log x^2dx-\int_{1}^{\infty}1\log 1dx.$$

Легко убедиться, что первое и третье слагаемое обращаются в нуль, а второе слагаемое вычисляется по табличному интегралу:

$$\int x^p\ln xdx=x^{p+1}\left[\frac{\ln x}{p+1}-\frac{1}{(p+1)^2}\right].$$

С учетом табличного интеграла имеет смысл вычислять энтропию в натах, тогда

$$H(x)=-\int_0^1 x^p\ln x^2dx=-2\int_0^1 x^2\ln xdx=-2x^3\left[\frac{\ln x}{3}-\frac{1}{9}\right]\Bigg|_0^1=0{,}22\text{ нат.}$$

Ответ: 0,22 нат.

Интерес представляют так называемые экстремальные распределения, т.е. распределения непрерывных случайных величин, обладающие максимальной энтропией.

Пример 2. Известно, что область возможных значений случайной величины x ограничена интервалом $[a,b]$: $a\le x\le b$. Найти распределение, обладающее наибольшей энтропией.

Решение. Вариационная задача: найти функцию $p(x)$, обеспечивающую максимум функционала

$$H_\varepsilon=-\int_a^b f(x)\log f(x)dx$$

при дополнительном условии

$$\int_a^b p(x)dx = 1. \tag{7}$$

Для этого необходимо максимизировать функцию

$$\int_a^b F(x,p)dx = \int_a^b [-p(x)\log p(x) + \lambda p(x)]dx,$$

что приводит к уравнению

$$\frac{\partial F(x,p)}{\partial p} = [-1 - \log p + \lambda] = 0,$$

откуда $p = \exp(\lambda - 1)$.

Неизвестную константу λ найдем из условия (7):

$$\int_a^b \exp(\lambda-1)dx = \exp(\lambda-1)\int_a^b dx = [\exp(\lambda-1)]\cdot(b-a) = 1.$$

Отсюда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, x < a, \\ \dfrac{1}{b-a}, a \le x \le b, \\ 0, x > b. \end{cases}$$

Ответ: при заданных ограничениях распределением, обладающим наибольшей энтропией, является равномерное распределение.

Порядок выполнения работы

1. Выборочный опрос по теме занятия.
2. Решение типовых заданий.
3. Самостоятельное решение задач.
4. Подведение итогов занятия — выборочная защита самостоятельных решений.

Примеры типовых заданий

Найти энтропию непрерывной системы X, все состояния которой на участке (α, β) одинаково вероятны:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta-\alpha},\ \alpha \le x \le \beta, \\ 0,\ x < \alpha \text{ или } x > \beta. \end{cases}$$

На отрезке (0,1) выбираются случайным образом, независимо друг от друга, две точки *U* и *V*; каждая из них распределена на этом отрезке с равномерной плотностью. В результате опыта одна из точек легла правее, другая — левее. Какое количество информации о положении правой точки дает значение положения левой?

Найдите энтропию системы *X*, состояния которой распределены по нормальному закону.

2.6 Практическое занятие «Скорость передачи информации и пропускная способность каналов связи»

Цель работы: научиться решать задачи, связанные с вычислением скорости передачи информации и определением пропускной способности каналов связи.

Форма проведения: выполнение упражнений по теме занятия.

Подготовка к практическому занятию

Для подготовки к практическому занятию изучите методические указания, представленные ниже. Повторите тему «Условные вероятности», учебное пособие [5], стр. 34-38.

Методические указания

Напомним основные формулы, необходимые для решения задач этого раздела.

Скорость передачи информации

$$I\,(A, B) = H(A) - H(A/\,B) \tag{8}$$

где A — сигнал на входе источника;

B — сигнал, поступающий к потребителю;

$H(A)$ — энтропия источника (скорость создания информации);

$H(A/\,B)$ — скорость потери информации в канале (ненадежность канала).

Пропускная способность канала

$$C = \max[H(A) - H(A/\,B)] \tag{9}$$

где максимум берется по всем возможным кодам.

При этом в канале без шумов

$$C = \log m \tag{10}$$

где m — объем алфавита передаваемых сообщений.

Пример 1. В информационном канале используется алфавит, содержащий 8 символов. Длительности всех символов одинаковы и равны τ =

2 мкс. Определить пропускную способность канала при отсутствии шумов.

Решение. Подставляем m = 8 в формулу (10) и получаем

$$C = \frac{\log 8}{\tau} = \frac{4}{2 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{6} \text{ бит/сек.}$$

Ответ: $2 \cdot 10^6$ бит/сек.

При вычислении скорости передачи информации необходимо знать свойства канала связи. Они однозначно определяются матрицей переходных вероятностей, или канальной матрицей $P(b_j / a_i)$, задающей вероятности приема сигнала b_j при условии отправки сигнала a_i.

Заметим, что канальная матрица может задаваться и в виде $P(a_i / b_j)$, когда известны условные вероятности отправки сообщения a_i при наличии принятого сообщения b_j.

Имеет смысл привести формулы, связывающие между собой энтропии источника сообщений А , приемника В и условные энтропии Р(А / В) и Р(В / А).

а) Неопределенность отправленных элементов (энтропия источника):

$$H(A) = -\sum_{i=1}^{m} p(a_i) \log p(a_i); \tag{11}$$

б) неопределенность полученных элементов (энтропия приемника):

$$H(B) = -\sum_{j=1}^{m} p(b_j) \log p(b_j); \tag{12}$$

в) неопределенность получения элементов при зафиксированном отправляемом элементе a_i (частная энтропия принятых элементов):

$$H(B / a_i) = -\sum_{j=1}^{m} p(b_j / a_i) \log p(b_j / a_i); \tag{13}$$

г) полная энтропия принятых элементов:

$$H(B / A) = -\sum_{i=1}^{m} H(B / a_i) \log p(a_i); \tag{14}$$

д) неопределенность отправки элементов при зафиксированном полученном элементе b_j (частная энтропия отправляемых элементов):

$$H(A / b_j) = -\sum_{i=1}^{m} p(a_i / b_j) \log p(a_i / b_j); \tag{15}$$

е) полная энтропия отправляемых элементов:

$$H(A/B) = -\sum_{j=1}^{m} H(A/b_j)\log p(b_j)\ ; \qquad (16)$$

Скорость передачи информации

$$I\,(A,\,B) = H(A) - H(A/\,B) = H(B) - H(B\,/\,A)\,. \qquad (17)$$

Этих формул достаточно для решения задач на вычисление скорости передачи информации и ненадежности передачи в каналах с шумами. Для простейшей самопроверки следует помнить, что величины *I(A,B), H(A), H(B), H(A/ B), H(B/ A)* — неотрицательные.

Приведем пример типичной задачи этого типа.

Пример 2. Двоичный симметричный канал без памяти задан канальной матрицей

$$P(B/A) = \begin{Vmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{Vmatrix}$$

и вероятностями элементов на входе $p(a_1) = p(a_2) = \frac{1}{2}$. Построить граф канала, найти скорость создания информации *H(A)* , скорость передачи информации.

Решение. Сначала находим скорость создания информации как энтропию источника:

$$H(A) = -\sum_{i=1}^{2} p(a_i)\log p(a_i) = -p(a_1)\log p(a_1) - p(a_2)\log p(a_2) = 1$$

Граф канала представлен на рисунке 1.

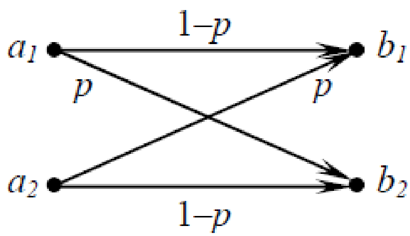

Рисунок 1 — Граф канала

Граф должен быть взвешенным, т.е. на дугах, соединяющих вершины, должны быть написаны значения переходных вероятностей.

Далее возможны два пути решения: либо вычислить скорость передачи информации *I (A, B)* , а ненадежность найти как разность *H(A)* и

I(A,B), либо, наоборот, вычислить ненадежность *H(A/B)* , а скорость найти по формуле (8).

Найдем ненадежность канала:

$$H(A/B) = -\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} p(b_j)\cdot p(a_i/b_j)\log p(a_i/b_j) =$$

$$= -\sum_{j=1}^{2} p(b_j)\sum_{i=1}^{2} p(a_i/b_j)\log p(a_i/b_j) = -p(b_1)[p(a_1/b_1)\cdot\log p(a_1/b_1) +$$

$$+ p(a_2/b_1)\cdot\log p(a_2/b_1)] - p(b_2)[p(a_1/b_2)\cdot\log p(a_1/b_2) + p(a_2/b_2)\cdot$$

$$\cdot\log p(a_2/b_2)] = -p(b_1)[(1-p)\log(1-p) + p\log p] - p(b_2)[p\log p +$$

$$+ (1-p)\log(1-p)] = -[p(b_1) + p(b_2)]\cdot[p\log p + (1-p)\log(1-p)].$$

Так как $p(b_1) + p(b_2) = 1$, окончательно получаем:

$$H(A/B) = -p\log p - (1-p)\log(1-p).$$

Теперь осталось найти скорость передачи информации.

$$I(A,B) = H(A) - H(A/B) = 1 - [-p\log p - (1-p)\log(1-p)] =$$

$$= 1 + p\log p + (1-p)\log(1-p).$$

Ответ: скорость создания информации $H(A) = 1$, скорость передачи информации $I(A, B) = 1 + p\log p + (1-p)\log(1-p)$, ненадежность канала $H(A/B) = -p\log p - (1-p)\log(1-p)$.

Необходимо обратить внимание на то, что при вычислении *H(A/ B)* использовались вероятности $p(a_i / b_j)$ из матрицы, приведенной в условии задачи. Это возможно в простом случае симметричного канала, иначе вероятности $p(a_i / b_j)$ приходится вычислять по заданным значениям $p(a_i)$ и $p(b_j/a_i)$. Для этого полезно помнить известные формулы теории вероятностей:

если заданы две дискретных последовательности случайных величин $a_i, i = 1,2,\ldots,m$ и $b_j, j = 1,2,\ldots,s$ то:

— $p(a_i) = \sum_{j=1}^{s} p(a_i, b_j)$;

— $p(b_j) = \sum_{i=1}^{m} p(a_i, b_j)$;

— $p(a_i / b_j) = \dfrac{p(a_i, b_j)}{p(b_j)}$;

— $p(b_j / a_i) = \dfrac{p(a_i, b_j)}{p(a_i)}$;

— $p(a_i, b_j) = p(a_i) \cdot p(b_j / a_i) = p(b_j) \cdot p(a_i / b_j)$.

Порядок выполнения работы

1. Выборочный опрос по теме занятия.
2. Решение типовых заданий.
3. Самостоятельное решение задач.
4. Подведение итогов занятия — выборочная защита самостоятельных решений.

Примеры типовых заданий

Определить пропускную способность канала связи с помехами, если задана матрица:

$$P(a/b) = \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}3 & 0{,}7 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 1 \end{pmatrix}$$

$p(b_1)$=0,5 $p(b_2)$=0,4 $p(b_3)$=0,1.

Символы вырабатываются со скоростью 20 знаков/сек.

Найти потери информации в канале связи с помехами, если задана матрица:

$$P(a/b) = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}6 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 1 \end{pmatrix}$$

$p(b_1)$=0,2 $p(b_2)$=0,3 $p(b_3)$=0,5.

Определить все возможные характеристики канала связи, в котором взаимосвязь источника с приёмником может быть описана матрицей:

$$P(a,b)=\begin{pmatrix} 0{,}01 & 0{,}1 & 0{,}11 & 0{,}02 \\ 0{,}02 & 0{,}02 & 0{,}05 & 0{,}07 \\ 0{,}2 & 0{,}08 & 0{,}07 & 0{,}03 \\ 0{,}02 & 0{,}03 & 0{,}06 & 0{,}01 \end{pmatrix}.$$

2.7 Практическое занятие «Кодирование в каналах без шумов. Коды Шеннона-Фэно и Хаффмана»

Цель работы: практическое применение способов двоичного кодирования.

Форма проведения: выполнение упражнений по теме занятия.

Подготовка к практическому занятию

Во время подготовки к занятию необходимо повторить теоретический материал по следующим темам:

— метод кодирования Шеннона-Фэно, учебное пособие [6], стр. 162-166;

— основополагающие теоремы оптимального кодирования, учебное пособие [6], стр. 166-171;

— оптимальное кодирование по методу Хаффмана, учебное пособие [6], стр. 171-175.

Порядок выполнения работы

1. Обзор существующих методов кодирования.
2. Решение типовых заданий.
3. Самостоятельное решение задач.
4. Подведение итогов занятия — выборочная защита самостоятельных решений.

Подготовка к практическому занятию

Закодировать двоичными кодами Шеннона-Фано, Хаффмана и равномерным двоичным кодом сигналы: x_1,x_2, x_3,x_4, x_5,x_6, x_7,x_8, x_9,x_{10}, x_{11}, x_{12}, вероятности которых заданы таблицей:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

Найти среднюю длину каждого из полученных кодов. Определить количество информации, приходящиеся на один символ для каждого кода.

Закодировать двоичными кодами Шеннона-Фано, Хаффмана и равномернымдвоичным кодом девять сообщений с вероятностями : 1/3, 1/9, 1/9, 1/9, 1/9, 1/9, 1/27, 1/27, 1/27. Определить их основные характеристики. Выяснить, каков выигрыш по сравнению с равномерным кодированием.

Построить двоичные коды Шеннона-Фано, Хаффмана и равномерный двоичный код для ансамбля сообщений с вероятностями:0.25; 0.25; 0.125; 0.125; 0.0625; 0.0625; 0.0625; 0.0625 и определить их основные характеристики.

3 Методические указания для организации самостоятельной работы

3.1 Общие положения

Самостоятельная работа студента (СРС) – это вид учебной деятельности, выполняемый учащимся без непосредственного контакта с преподавателем, предусматривающее индивидуальную работу учащихся в соответствии с методическими указаниями преподавателя. СРС можно рассматривать как средство вовлечения студентов в самостоятельную познавательную деятельность. В процессе самостоятельной деятельности студент должен научиться выделять познавательные задачи, выбирать способы их решения, выполнять операции контроля за правильностью решения поставленной задачи, совершенствовать навыки реализации теоретических знаний.

Самостоятельная работа является важной составляющей в изучении дисциплины и состоит из следующих видов деятельности: проработка лекционного материала для подготовки к тестированию и контрольным работам, подготовка к практическим занятиям, самостоятельное изучение тем дисциплины.

Самостоятельная работа над теоретическим материалом направлена систематизацию и закрепление знаний, полученных на лекционных занятиях и на получение новых знаний по дисциплине, путем самостоятельного изучения тем.

Самостоятельная работа по подготовке к практическим занятиям направлена на изучение методического и теоретического материала по теме занятия.

3.2 Проработка лекционного материала и подготовка к практическим занятиям

Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Этот вид самостоятельной работы может быть организован следующим образом:

- прочитайте конспект лекции, согласуя Ваши записи с информацией на слайдах лекции;
- попробуйте самостоятельно решить задачи по теме лекции;
- изучите дополнительные учебные материалы, рекомендованные преподавателем;

- попытайтесь ответить на контрольные вопросы, которыми, как правило, заканчиваются разделы учебных пособий или учебников;
- если после выполненной работы Вы считаете, что материал освоен не полностью, сформулируйте вопросы и задайте их преподавателю.

Методические указания к ведению конспектов лекций. Лекции по дисциплине проводятся с использованием слайдов. Но это не означает, что лекцию можно просто слушать. Ведение конспектов значительно повышает качество последующей проработки лекционного материала. В силу специфики дисциплины на слайдах лекций очень много математических формул, разобранных примеров решения задач. Но этот материал может быть бесполезен, если Вы не делаете записи в течение лекции, потому что большинстве случаев, комментарии по представленным на слайдах примерам, лектор выполняет в устной форме.

Можно рекомендовать распечатывать слайды перед лекцией и вести конспект непосредственно на бумажном варианте слайд-презентации.

Одной из форм текущего мониторинга уровня знаний по дисциплине являются контрольные работы. Во время изучения дисциплины проводятся контрольные работы двух типов: тестовые опросы на лекции и контрольные работы, в которых студентам необходимо применить полученные знания на практике. Выполнение выше перечисленных действий поможет подготовиться и к выполнению контрольных работ.

3.3 Подготовка к контрольным работам

Контрольные работы (КР) проводятся в целях проверки знаний, умений и навыков, приобретенных в ходе изучения дисциплины, по отдельным разделам и темам дисциплины. КР проводятся в часы практических занятий, каждая работа рассчитана на одно занятие (2 часа). Предусмотрены три КР по темам:

— «Вычисление количества информации»;
— «Вычисление энтропии»;
— «Свойства каналов связи ,кодирование в каналах без шумов».

Список типовых задач для контрольных работ

1. Источник сообщений вырабатывает ансамбль символов, заданный таблицей 1. Символы в последовательности статистически независимы. Вычислить энтропию источника и определить избыточность.

2. Найти число значений m равномерно распределенной случайной величины Y, при котором ее энтропия будет равна энтропии случайной величины X, заданной таблицей 1.

3. Сколько вопросов в среднем надо задать, чтобы отгадать заданное собеседником целое положительное число, не превосходящее A, если спрашиваемый на все вопросы отвечает лишь «да» или «нет»? Указание: воспользоваться кодом Шэннона-Фэно.

4. Сообщение источника составляется из статистически независимых букв a_1, a_2, a_3 с вероятностями, заданными таблицей 3. Произвести двоичное кодирование по методу Хафмана отдельных букв и двухбуквенных блоков. Сравнить коды по их эффективности.

5. Источник сообщений вырабатывает ансамбль символов, заданный таблицей 1. Символы в последовательности статистически независимы. Вычислить энтропию источника и определить избыточность.

6. Найти число значений m равномерно распределенной случайной величины Y, при котором ее энтропия будет равна энтропии случайной величины X, заданной таблицей 1.

7. Записать соотношения между энтропиями $H(X)$, $H(Y)$, $H(X/Y)$, $H(Y/X)$, $H(X,Y)$ в случае независимых элементов x_i и y_j.

8. Записать соотношения между энтропиями $H(X)$, $H(Y)$, $H(X/Y)$, $H(Y/X)$, $H(X,Y)$ в случае зависимых элементов x_i и y_j.

9. Канал без памяти задан матрицей условных вероятностей переходов. Априорные вероятности символов на входе равны …

Нарисовать граф канала. Вычислить скорость создания информации, скорость передачи информации, ненадежность.

10. Брошены две игральные кости. Какое количество информации содержится в сообщении: «Сумма выпавших очков равна k, а разность L»?

3.4 Подготовка к опросам на практических занятиях

Во время изучения дисциплины на практических занятиях проводятся выборочные опросы студентов с целью проверки теоретических знаний по теме занятия. Ниже перечислены темы опросов и примеры вопросов.

Количественная мера информации

1. Существует ли общепринятое научное определение информации?
2. Что такое «информация», какие ее виды вы знаете?
3. Какими свойствами обладает информация?
4. Какие существуют подходы (оценки) по измерению объема компьютерной информации?
5. Как обозначается байт и его производные по ГОСТ 8.417 – 2002?
6. Для чего применяется формула Ральфа Хартли?

7. Для чего применяется формула Шеннона?

Энтропия дискретных сообщений

1. Дайте определение сообщения.
2. Поясните понятие меры количества информации.
3. Запишите формулу логарифмической меры количества информации.
4. Дайте определение ансамбля. Приведите пример ансамбля.
5. Что называется случайной энтропией?
6. Перечислите свойства энтропии.

Энтропия непрерывных сообщений

1. Что называется приведенной энтропией?
2. Сформулируйте свойства приведенной энтропии.
3. При каком законе распределения непрерывное сообщение обладает наибольшей информативностью?
4. Дайте определение случайной условной энтропии.
5. Сформулируйте свойства условной энтропии.
6. Сформулируйте основное свойство частного количества информации.

Скорость передачи информации и пропускная способность каналов связи

1. Дайте определение пропускной способности информационного канала.
2. Как называется единица пропускной способности дискретного канала?
3. Сформулируйте теорему Шеннона для дискретного канала без помех.
4. Сформулируйте теорему Шеннона для дискретного канала с помехами.
5. Дайте определение энтропии источника.
6. Дайте определение энтропии приемника.

3.5 Самостоятельное изучение тем

Для самостоятельного изучения вынесены следующие темы дисциплины:

Информация по Хартли

При изучении темы обратите внимание на следующие моменты:

Синтаксическая мера информации.
Комбинаторное количество информации.
Связь понятий «количество информации» и «энтропия».
Степень информативности сообщения.

Рекомендуемые источники — Киреева, Г.И. Основы информационных технологий [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.И. Киреева, В.Д. Курушин, А.Б. Мосягин, Д.Ю. Нечаев. — Электрон. дан. — Москва : ДМК Пресс, 2010. — 272 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/1148, стр. 18-22.

Свойства непрерывной энтропии

При изучении темы обратите внимание на следующие моменты:
Понятие приведенной энтропии.
Непрерывные сообщения с максимальной энтропией.
Условная энтропия.
Энтропия объединения статистически зависимых сообщений.

Рекомендуемые источники — Лебедько, Е.Г. Теоретические основы передачи информации [Электронный ресурс] : монография / Е.Г. Лебедько. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 352 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/1543 , стр. 258-271.

Троичные коды

Помехоустойчивое кодирование.
История передачи информации на расстояние.
Избыточность кодирования.
Сравнение троичного и двоичного кодов.

Рекомендуемые источники — Крук, Б.И. Телекоммуникационные системы и сети. Т1. Современные технологии [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.И. Крук, В.Н. Попантонопуло, В.П. Шувалов. — Электрон. дан. — Москва : Горячая линия-Телеком, 2012. — 620 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/5185, стр. 63-87.

Код Хэмминга

Кодирование в дискретном канале с шумом.
Корректирующие коды.

Рекомендуемые источники — Акулиничев, Ю.П. Теория информации [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Ю.П. Акулиничев. — Электрон. дан. — Москва : ТУСУР, 2012. — 170 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/10958, стр. 110-119.

3.6 Подготовка к зачету

Изучение дисциплины заканчивается зачетом. Зачет может быть проставлен по рейтингу, полученному студентом по результатам освоения компетенции в течение семестра либо проведен в формате устного опроса. Зачет выставляется при успешном выполнении всех текущих элементов контроля: выполнения всех контрольных работ, прохождения тестирования, выполнения индивидуальных заданий. Для проведения зачета составляются билеты. В состав билета входят 2 теоретических вопроса.

Список теоретических вопросов для проведения зачета

1. Научные направления, лежащие в основе информатики.
2. Уровни изучения информации.
3. Этапы обращения информации.
4. Количество собственной информации.
5. Меры информации.
6. Связь собственной информации и вероятности.
7. Свойства количества собственной информации.
8. Понятие энтропии (определение, вывод формулы, вычисление).
9. Свойства энтропии.
10. Условная энтропия. Свойства условной энтропии.
11. Связь безусловной и условной энтропий.
12. Энтропия непрерывной случайной величины.
13. Информационные характеристики источников информации.
14. Информационные характеристики каналов связи.
15. Степень информативности сообщения.
16. Скорость передачи информации.
17. Кодирование в каналах без шумов. Фундаментальная теорема Шеннона.
18. Код Шеннона-Фэно.
19. Код Хаффмана.
20. Код Хемминга.

4 Рекомендуемые источники

1. Кудинов, Ю.И. Основы современной информатики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.И. Кудинов, Ф.Ф. Пащенко. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 256 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/107061 . — Загл. с экрана.

2. Кудинов, Ю.И. Практикум по основам современной информатики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.И. Кудинов, Ф.Ф. Пащенко, А.Ю. Келина. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 352 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/68471 . — Загл. с экрана.

3. Грошев, А.С. Информатика [Электронный ресурс] : учебник / А.С. Грошев, П.В. Закляков. — Электрон. дан. — Москва : ДМК Пресс, 2015. — 588 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/69958 . — Загл. с экрана.

4. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. Том 1 [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/65055 . — Загл. с экрана.

5. Фролов, А.Н. Краткий курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Фролов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 304 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/93706 . — Загл. с экрана.

6. Березкин, Е.Ф. Основы теории информации и кодирования [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.Ф. Березкин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 320 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/108326 . — Загл. с экрана.

.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица значений вспомогательной функции η(*p*)= -*p*log₂*p*

p	*h*(*p*)	*p*	*h*(*p*)	*p*	*h*(*p*)	*p*	*h*(*p*)
0,00	0,0000						
0,01	0,0664	0,26	0,5053	0,51	0,4954	0,76	0,3009
0,02	0,1129	0,27	0,5100	0,52	0,4906	0,77	0,2903
0,03	0,1518	0,28	0,5142	0,53	0,4854	0,78	0,2796
0,04	0,1858	0,29	0,5179	0,54	0,4800	0,79	0,2687
0,05	0,2161	0,30	0,5211	0,55	0,4744	0,80	0,2575
0,06	0,2435	0,31	0,5238	0,56	0,4684	0,81	0,2462
0,07	0,2686	0,32	0,5260	0,57	0,4623	0,82	0,2348
0,08	0,2915	0,33	0,5278	0,58	0,4558	0,83	0,2231
0,09	0,3127	0,34	0,5292	0,59	0,4491	0,84	0,2113
0,10	0,3322	0,35	0,5301	0,60	0,4422	0,85	0,1993
0,11	0,3503	0,36	0,5306	0,61	0,4350	0,86	0,1871
0,12	0,3671	0,37	0,5307	0,62	0,4276	0,87	0,1748
0,13	0,3826	0,38	0,5305	0,63	0,4199	0,88	0,1623
0,14	0,3971	0,39	0,5298	0,64	0,4121	0,89	0,1496
0,15	0,4105	0,40	0,5288	0,65	0,4040	0,90	0,1368
0,16	0,4230	0,41	0,5274	0,66	0,3956	0,91	0,1238
0,17	0,4346	0,42	0,5256	0,67	0,3871	0,92	0,1107
0,18	0,4453	0,43	0,5236	0,68	0,3783	0,93	0,0974
0,19	0,4552	0,44	0,5211	0,69	0,3694	0,94	0,0839
0,20	0,4644	0,45	0,5184	0,70	0,3602	0,95	0,0703
0,21	0,4728	0,46	0,5153	0,71	0,3508	0,96	0,0565
0,22	0,4806	0,47	0,5120	0,72	0,3412	0,97	0,0426
0,23	0,4877	0,48	0,5083	0,73	0,3314	0,98	0,0286
0,24	0,4941	0,49	0,5043	0,74	0,3215	0,99	0,0144
0,25	0,5000	0,50	0,5000	0,75	0,3113	1,00	0,0000

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Значения двоичных логарифмов целых чисел от 1 до 100

n	$\log_2 n$	n	$\log_2 n$	n	$\log_2 n$	n	$\log_2 n$
1	0,00000	26	4,70044	51	5,67243	76	6,24793
2	1,00000	27	4,75489	52	5,70044	77	6,26679
3	1,58496	28	4,80735	53	5,72792	78	6,28540
4	2,00000	29	4,85798	54	5,75489	79	6,30378
5	2,32193	30	4,90689	55	5,78136	80	6,32193
6	2,58496	31	4,95420	56	5,80735	81	6,33985
7	2,80735	32	5,00000	57	5,83289	82	6,35755
8	3,00000	33	5,04439	58	5,85798	83	6,37504
9	3,16993	34	5,08746	59	5,88264	84	6,39232
10	3,32193	35	5,12928	60	5,90689	85	6,40939
11	3,45943	36	5,16993	61	5,93074	86	6,42626
12	3,58496	37	5,20945	62	5,95420	87	6,44294
13	3,70044	38	5,24793	63	5,97728	88	6,45943
14	3,80735	39	5,28540	64	6,00000	89	6,47573
15	3,90689	40	5,32193	65	6,02237	90	6,49185
16	4,00000	41	5,35755	66	6,04439	91	6,50779
17	4,08746	42	5,39232	67	6,06609	92	6,52356
18	4,16993	43	5,42626	68	6,08746	93	6,53916
19	4,24793	44	5,45943	69	6,10852	94	6,55459
20	4,32193	45	5,49185	70	6,12928	95	6,56986
21	4,39232	46	5,52356	71	6,14975	96	6,58496
22	4,45943	47	5,55459	72	6,16993	97	6,59991
23	4,52356	48	5,58496	73	6,18982	98	6,61471
24	4,58496	49	5,61471	74	6,20945	99	6,62936
25	4,64386	50	5,64386	75	6,22882	100	6,64386

$$\log_2 10^k = 3{,}32193k.$$