

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Кафедра физики

В.А. Бурдовицин

**МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА**

Учебно-методическое пособие
по аудиторным практическим занятиям и самостоятельной работе
для студентов всех направлений подготовки

Томск
2018

Рецензент

Бурачевский Ю.А., канд физ.-мат наук, доцент кафедры физики
Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники

Бурдовицин, Виктор Алексеевич

Молекулярная физика и термодинамика : учеб.-метод. пособие по аудиторным практ. занятиям и самостоятельной работе для студентов всех направлений подготовки / В.А. Бурдовицин. – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроника, 2018. – 86 с.

Содержит краткую теорию, примеры решения задач, тестовые задания, задачи для аудиторных практических занятий и самостоятельного решения, список рекомендуемой литературы, а также вопросы для самоконтроля по разделу «Молекулярная физика и термодинамика» дисциплины «Физика» («Физика для информатики», «Физика и естествознание» и т.п.).

Для студентов очной, очно-заочной и заочной форм образования всех направлений подготовки.

© Бурдовицин В.А., 2018

© Томск. гос. ун-т систем упр.
и радиоэлектроники, 2018

Оглавление

Введение.....	4
1. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. НЕРАВНОВЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА	
1.1. Молекулярная физика. Основные понятия	5
1.2. Модель идеального газа. Уравнение состояния.....	8
1.3. Явления переноса.....	10
1.3.1. Диффузия и закон Фика	12
1.3.2. Теплопроводность и закон Фурье	13
1.3.3. Внутреннее трение и закон Ньютона.....	14
1.3.4. Коэффициенты переноса для газов	17
1.4. Примеры решения задач	20
1.5. Задания для решения на практических занятиях	21
1.6. Задания для самостоятельного решения.....	23
2. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА	
2.1. Сведения из теории вероятностей.....	26
2.2. Распределение проекции скорости (распределение Максвелла).....	31
2.3. Распределение по модулю скорости.....	33
2.4. Распределение Больцмана	38
2.5. Барометрическая формула.....	42
2.6. Примеры решения задач	43
2.7. Задания для решения на практических занятиях	45
2.8. Задания для самостоятельного решения.....	47
3. ТЕРМОДИНАМИКА	
3.1. Функции состояния и функции процесса.....	50
3.2. Первый принцип (первое начало) термодинамики.....	55
3.3. Изопроецессы идеального газа	56
3.4. Тепловая машина	61
3.5. Энтропия.....	67
3.6. Энтропия в изопроецессах	71
3.7. Второе начало термодинамики	72
3.8. Холодильники, кондиционеры и тепловые насосы	75
3.9. Примеры решения задач	77
3.10. Задания для решения на практических занятиях	78
3.11. Задания для самостоятельного решения.....	81
Рекомендуемая литература	85

Введение

Раздел общей физики под названием «Молекулярная физика и термодинамика» обычно рассматривается сразу после раздела «Механика». В связи с этим уместно указать на различия, как в предмете, так и в методе. Если механика рассматривает объекты без учета их внутренней структуры, то для молекулярной физики наибольший интерес представляет как раз внутренняя структура. В этом смысле можно сказать, что молекулярная физика и термодинамика изучает вещество и его превращения вследствие тех или иных воздействий. А методы у молекулярной физики (МФ) и у термодинамики (ТД) различны. В основе молекулярной физики лежат представления о молекулярном строении вещества. Математическая основа МФ – статистика. Термодинамика исходит из небольшого числа закономерностей, установленных эмпирически. Эти закономерности называются началами и в той или иной степени связаны с передачей и преобразованием тепловой энергии. Настоящее пособие состоит из трех частей. В первых двух частях рассматривается молекулярно-кинетическая теория, третья часть посвящена термодинамике. В каждой части кратко рассмотрена теория изучаемых явлений, а также представлены задачи и тестовые вопросы, как для практических занятий, так и для самостоятельного решения.

1. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. НЕРАВНОВЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

1.1. Молекулярная физика. Основные понятия

Молекулярная физика – это раздел физики, который изучает строение и свойства вещества, исходя из так называемых молекулярно-кинетических представлений. В соответствии с этими представлениями любое тело (твердое, жидкое или газообразное) состоит из большого числа малых, обособленных частиц, находящихся в беспорядочном, хаотическом движении, взаимодействующих между собой. Интенсивность этого движения зависит от температуры частиц. В движении этих частиц в большинстве случаев трудно выделить преимущественное направление. Описать свойства макросистемы, состоящей из таких частиц, с помощью законов классической механики практически невозможно. Это связано, во-первых, с тем, что практически очень трудно определить начальные условия движения частиц, учесть все взаимодействия (столкновения) между ними, во-вторых, чрезвычайно большое число частиц в реальных системах не позволяет даже просто записать необходимое число уравнений движения.

Для описания свойств макросистем, т.е. систем, состоящих из большого числа движущихся и взаимодействующих частиц, разработаны методы, отличные от тех, которые используются в механике. Разработано два таких метода. На основе одного из них построена **статистическая физика**, на основе второго – **термодинамика**.

Статистическая физика основана на модельных атомно-молекулярных представлениях о строении макротел и математической статистике. Если невозможно описать механическое движение всех частиц в отдельности, можно рассмотреть лишь средние значения величин, характеризующих это движение. Например, при вычислении давления газа не обязательно знать импульсные воздействия каждой молекулы на стенки сосуда, достаточно знать усредненные по всем молекулам или группам молекул параметры. Статистическая физика дает способы вычисления средних значений таких параметров и с их помощью определяет макрохарактеристики систем.

Термодинамика не рассматривает микрохарактеристики, состояние и движение частиц, составляющих тело. Термодинамика ограничивается установлением связей между непосредственно измеряемыми

в макроскопических опытах величинами (объемом, температурой, давлением и т.д.). В основе термодинамики лежат фундаментальные законы, установленные путем обобщения большого числа опытных данных. Эти законы называются *началами* термодинамики. Важным в термодинамическом подходе является то, что этот подход не использует никакие модельные представления о строении вещества. Начала термодинамики и выводы из них остаются неизменными и независимыми от взглядов на строение вещества и микропроцессы. Кроме того, термодинамические методы дают простейшие варианты решения многих практически важных задач и потому являются основой ряда прикладных наук, например, теплотехники.

К недостаткам термодинамики иногда относят то, что термодинамика не вскрывает первопричины рассматриваемых процессов, т.е. то, что мы отметили как одно из достоинств термодинамических методов. Если вспомнить, что модельные атомно-молекулярные представления о строении макротел положены в основу статистической физики, то становится ясно, что для описания свойств макросистем целесообразнее всего использовать оба подхода. Статистическая физика и термодинамика, взаимно дополняя друг друга, образуют, по сути, единое целое.

Методы статистической физики более сложны, чем методы термодинамики. Поэтому в случаях, когда не требуется вскрывать механизмы процессов, а требуется вычислить только конечный результат, предпочтение отдается методам термодинамики.

Рассмотрим основные понятия и законы термодинамики. Основными понятиями термодинамики являются такие понятия, как *термодинамическая система*, *термодинамическое состояние*, *термодинамический процесс*.

Термодинамическая система – это совокупность макроскопических тел любой физико-химической природы, между которыми возможен теплообмен.

Термодинамическая система может быть *изолированной*, если она не взаимодействует с внешними телами, и *неизолированной*.

Термодинамическая система может находиться в различных состояниях, которые различаются давлением, температурой, объемом, плотностью и т.д. Величины, характеризующие состояние системы,

называются *параметрами состояния*. Параметры системы могут изменяться.

Всякое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из ее параметров, называется *термодинамическим процессом*.

В результате термодинамического процесса система переходит из одного макросостояния в другое. Соответствующим воздействием систему можно вернуть в исходное состояние. Второй процесс по отношению к первому называют *обратным*. Прямой и обратный процесс вместе называют *круговым* или *циклическим*. Иначе: *круговым* или *циклическим* (циклом) называют процесс, при котором система после ряда изменений возвращается в исходное состояние.

Если хотя бы один из параметров состояния термодинамической системы не имеет определенного значения, такая система называется *неравновесной*. И наоборот, состояние термодинамической системы будет *равновесным*, если все параметры системы имеют определенные значения, не изменяющиеся со временем. Равновесные процессы еще называют *обратимыми*. В термодинамике постулируется следующее свойство системы:

Изолированные системы с течением времени неизбежно и самопроизвольно переходят в равновесное состояние (состояние теплового равновесия) и никогда из него самопроизвольно выйти не могут.

Введенные определения равновесного состояния и обратимого процесса играют важную роль в термодинамике. Все количественные выводы термодинамики применимы только к равновесным состояниям и обратимым процессам.

В термодинамике для характеристики масс атомов и молекул применяются величины, которые называются *относительной атомной массой* и *относительной молекулярной массой* вещества.

Относительной атомной массой химического элемента называется отношение массы атома этого элемента к $1/12$ массы атома ^{12}C (изотоп углерода с массовым числом 12).

Относительной молекулярной массой вещества называется отношение массы молекулы этого вещества к $1/12$ массы атома ^{12}C .

$1/12$ массы атома ^{12}C называется атомной единицей массы.

Единица количества вещества в СИ – это 1 моль.

Моль – это количество вещества, в котором содержится число частиц, равное числу атомов в $0,012$ кг изотопа углерода ^{12}C .

Поскольку в $0,012$ кг изотопа углерода ^{12}C содержится постоянное число атомов, то и в моле другого вещества содержится такое же количество частиц. Эту константу назвали числом Авогадро.

$$N_A = 6.02213 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Масса одного моля вещества называется *молярной массой*.

Молярная масса вещества рассчитывается так:

$$M = N_A M_r m_{\text{ед}},$$

где M_r – относительная молекулярная масса вещества, $m_{\text{ед}}$ – атомная единица массы.

Из расчетов следует, что $m_{\text{ед}} = 1,66 \cdot 10^{-27}$ кг.

1.2. Модель идеального газа. Уравнение состояния

Макросистемы состоят из большого числа движущихся и взаимодействующих молекул или атомов. Свойства макротел непосредственно связаны со свойствами и особенностями движения и взаимодействия частиц, составляющих эти тела. Наиболее наглядна и проста эта связь для системы, включающей ограниченный объем достаточно разреженного газа. В разреженных газах молекулы практически не взаимодействуют между собой. Они лишь иногда сталкиваются друг с другом. Однако, эти столкновения происходят так редко, что преимущественно молекулы движутся свободно.

Газ, взаимодействием молекул которого можно пренебречь, называется **идеальным**.

Особенно близки по своим свойствам к идеальному газу гелий и водород.

Рассмотрим равновесное состояние такого газа и определим связь между параметрами состояния.

Соотношение, определяющее связь между параметрами состояния какого либо тела, называется уравнением состояния этого тела.

В простейшем случае равновесное состояние какого-либо тела определяется значениями трех параметров: давления p , объема V и температуры T . Связь между этими параметрами может быть выражена аналитической формулой

$$F(p, V, T) = 0$$

где $F(p, V, T)$ – некоторая функция параметров.

Записанное уравнение и есть уравнение состояния тела. Путем анализа частных газовых законов эмпирическим путем было получено следующее конкретное соотношение между параметрами состояния для идеального газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Здесь μ – молярная масса газа; R – универсальная (молярная) газовая постоянная. В системе СИ $R = 8,31$ Дж/(моль*К)

Уравнение состояния называется уравнением Менделеева – Клапейрона.

Существуют различные формы записи уравнения состояния. Умножим и разделим правую часть уравнения Менделеева – Клапейрона на число Авогадро N_A :

$$pV = \frac{m}{\mu} \frac{N_A}{N_A} RT = N \frac{R}{N_A} T,$$

где $N = \frac{m}{\mu} N_A$ – число молекул, содержащихся в массе m газа.

Введем величину $k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31}{6,02 * 10^{23}} = 1,38 * 10^{-23}$ Дж/К, которая называется постоянной Больцмана.

В конечном итоге уравнение Менделеева – Клапейрона можно записать в виде

$$pV = NkT.$$

Разделим обе части уравнения на объем газа V . Получим

$$p = nkT,$$

где $n = \frac{N}{V}$ – число молекул в единице объема газа, т.е. концентрация газа.

Мы получили удобную форму записи уравнения состояния, в котором установлена простая линейная связь между давлением газа и его температурой при постоянной концентрации газа. Это соотношение можно использовать для создания термометра с идеально линейной шкалой температур.

1.3. Явления переноса

Статистическая физика имеет дело с равновесными состояниями и обратимыми процессами, т.е. с процессами, при которых система проходит через последовательность равновесных состояний. Наука, изучающая процессы при нарушении равновесных состояний, носит название *физической кинетики*.

Рассмотрим макроскопическую однородную систему в термодинамическом равновесии. Во всех частях такой системы макропараметры (давление, температура и т.д.) одинаковы. В этих условиях самопроизвольное возникновение каких-либо макропроцессов в системе невозможно. При нарушении равновесия система становится физически неоднородной. Параметры системы могут оказаться различными в различных ее частях. Возникнут градиенты макропараметров: градиент температуры ($\text{grad}T \neq 0$), градиент концентрации ($\text{grad}n \neq 0$), градиент скорости ($\text{grad}v \neq 0$), и т.д. Если такую систему предоставить самой себе, она неизбежно снова самопроизвольно возвратится в равновесное состояние, при котором все перечисленные градиенты обратятся в нуль. Этот обратный переход возможен лишь при возникновении процессов, приводящих к выравниванию температуры, концентрации, скоростей и т.д. Процессы пространственного выравнивания значений перечисленных величин обеспечиваются переносом от точки к точке внутри системы энергии (теплоты), массы, импульса и т.д. Подобные процессы называются *явлениями переноса*.

Мы рассмотрим три явления переноса: *диффузию, теплопроводность и внутреннее трение*. Ограничимся случаем, когда отклонения от равновесия невелики.

При выравнивании концентрации молекул происходит *перенос молекул* из тех областей пространства, где концентрация больше, в те области, где концентрация меньше. В этом и состоит процесс *диффузии*.

При выравнивании температуры происходит *перенос внутренней энергии*. Этот процесс называется *теплопроводностью*. В отличие от диффузии, когда из одних областей пространства в другие переносятся (перемещаются) *материальные* объекты (частицы, молекулы, атомы), в процессе теплопроводности никакая материальная субстанция не перемещается, но происходит лишь выравнивание температуры T . По определению, энергия, которую более нагретое тело передаёт менее нагретому, называется *теплом*. Тепло перемещается (переносится) из областей пространства с большей температурой в области с меньшей температурой.

Наконец, если в системе (газообразной или жидкой) существуют какие-то *течения*, то *остановка каких-либо направленных течений* в среде, называется явлением *внутреннего трения*. В этом явлении, как и в теплопроводности, нет никакой материальной субстанции, которая переносится из областей с большим значением скорости, в области с меньшей скоростью. Но, в отличие от теплопроводности, здесь не удаётся ввести для наглядности какую-либо квазиматериальную субстанцию, перемещающуюся в пространстве.

При рассмотрении явлений переноса часто приходится вычислять количества различных величин (частиц, массы, энергии, импульса), переносимых через некоторую воображаемую поверхность. Количество какой-либо величины, проходящее в единицу времени через какую-то поверхность, называется *поток* J этой величины. Пример: поток жидкости через поперечное сечение трубы. Поток является скалярной (интегральной) алгебраической величиной. Знак потока определяется выбором направления оси, вдоль которой протекает поток. Еще одна характеристика явлений переноса – *плотность потока* j . Это векторная (локальная) характеристика. Между этими характеристиками имеется связь:

$$J = \int_s (\vec{j}, dS) = \int_s j_n dS,$$

dS – поверхность, через которую определяется поток; j_n – плотность потока через поверхность dS в направлении нормали к поверхности.

В простейшем случае изотропной линейной среды все явления переноса подчиняются линейному закону:

Вектор плотности потока любой физической природы пропорционален градиенту величины ξ , связанной с этим потоком:

$$\vec{j} = -K \text{ grad } \xi.$$

K – коэффициент пропорциональности, численно равный потоку при единичном градиенте величины ξ .

$\text{grad } \xi$, или $\nabla \xi$ – движущая сила, вызывающая поток.

Вспомним, что градиент скалярной функции $\xi(x, y, z)$ есть вектор, направленный в сторону наибыстрейшего возрастания рассматриваемой функции и равный скорости ее изменения в этом направлении. Знак (–) в формуле для вектора плотности потока означает, что поток направлен против градиента ξ , т.е. в сторону наибыстрейшего убывания ξ .

1.3.1. Диффузия и закон Фика

Диффузией называется явление *переноса* вещества из одних областей пространства в другие, вызванное *неравномерностью* распределения вещества в пространстве.

Для количественного описания диффузии используются две векторные физические величины: *плотность потока частиц* \vec{j} , введенная ранее, и *плотность потока массы* \vec{j}_m . Эти два вектора связаны друг с другом. В случае, если все частицы диффундирующего вещества одинаковые и масса каждой из них m , связь между \vec{j} и \vec{j}_m выражается очевидной формулой:

$$\vec{j}_m = m\vec{j}.$$

Неравномерность распределения вещества (и его частиц) в пространстве задается градиентом концентрации ∇n и градиентом плотности $\nabla \rho$. Эти величины тоже связаны друг с другом аналогично тому, как связаны \vec{j} и \vec{j}_m . Например, если все частицы диффундирующего вещества одинаковые и масса каждой из них m , то

$$\rho = mn; \quad \nabla \rho = \nabla n.$$

Количественная связь между причиной диффузии (∇n и $\nabla \rho$) и результатом (\mathbf{j} и \mathbf{j}_m) носит название **закона Фика**.

Вектор плотности потока диффундирующих частиц пропорционален **градиенту концентрации** этих частиц ∇n , а вектор плотности потока массы пропорционален **градиенту плотности** $\nabla \rho$:

$$\mathbf{j} = -D\nabla n, \quad \mathbf{j}_m = -D\nabla \rho.$$

Коэффициент пропорциональности D носит название **коэффициента диффузии**.

Запишем закон Фика в развернутом виде

$$\vec{j} = -D \left(\vec{e}_x \frac{\partial n}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial n}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial n}{\partial z} \right).$$

Если диффузионный поток направлен только вдоль одной оси, например, x , то $\vec{J} = -D \left(\vec{e}_x \frac{\partial n}{\partial x} \right)$. Теперь знак вектора можно опустить и записать $J(x,t) = -D \frac{\partial n(x,t)}{\partial x}$. Это одномерная форма записи закона Фика.

Размерность плотности потока вещества j и коэффициента диффузии D зависят от выбора единиц измерения концентрации. Если n измеряется числом частиц в единице объема, то j измеряется $1/\text{м}^2\text{с}$, а D – в $\text{м}^2/\text{с}$.

Существенным в законе Фика является то, что векторы плотностей потоков \mathbf{j} и \mathbf{j}_m направлены **против** градиентов концентрации и плотности, то есть эти векторы направлены в сторону **наиболее быстрого убывания** концентрации и плотности диффундирующего вещества.

1.3.2. Теплопроводность и закон Фурье

Как уже отмечалось, процесс теплопроводности можно понимать как движение (перенос) квазиматериальной субстанции – *тепла*. Поэтому физические величины, необходимые для количественного описания этого процесса, аналогичны величинам, описывающим диффузию.

Величина, характеризующая процесс теплопроводности, то есть перемещение (движение) тепла, это вектор под названием плотность теплового потока \vec{j}_m .

Причину теплопроводности, то есть *неравномерность* распределения температуры в пространстве характеризует *градиент* температуры ∇T .

Причину теплопроводности (∇T) и *результат* (\vec{j}_m) связывает физический закон, который называется *законом Фурье*.

Плотность теплового потока \vec{j}_m в любой точке пространства пропорциональна *градиенту температуры* ∇T в этой точке:

$$\vec{j}_m = -k \nabla T,$$

а коэффициент пропорциональности k называется *коэффициентом теплопроводности*.

Этот закон похож на *закон Фика*. Самым существенным в нём является то, что плотность теплового потока направлена *против градиента температуры*, то есть в сторону *наиболее быстрого убывания* температуры.

Запишем закон Фурье в развернутом виде

$$\vec{j}_m = -k \left(\vec{e}_x \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial T}{\partial z} \right).$$

Если тепловой поток одномерен и направлен только вдоль одной оси, например, x , то

$$J_m(x, t) = -k \frac{\partial T(x, t)}{\partial x}.$$

Это одномерная форма записи закона Фурье.

Размерность плотности потока тепла j_m в СИ – Дж·м⁻²·с⁻¹, а коэффициента теплопроводности k – Вт·м⁻¹·град⁻¹.

При теплопроводности от слоя к слою среды передается энергия, при диффузии – масса.

1.3.3. Внутреннее трение и закон Ньютона

Если процессы диффузии и теплопроводности протекают в веществе с любым агрегатным состоянием, то внутреннее трение характерно только для газообразных и жидких сред. Внутреннее трение

направлено на остановку каких-либо *упорядоченных макроскопических* движений вещества (струй, течений, потоков) и превращение этих движений в *беспорядочное микроскопическое* движение малых частиц вещества (например, пылинок, молекул, атомов). Вспомним некоторые рассмотренные ранее сведения из гидродинамики.

Силы внутреннего трения в жидкости. Вязкость проявляется в том, что возникшее в жидкости или газе движение после устранения причин его вызвавших, постепенно прекращается. Действие сил внутреннего трения мы рассматриваем на следующем примере.

В жидкость погружены две параллельные друг другу пластины, размеры которых значительно больше расстояния между ними (рис. 1).

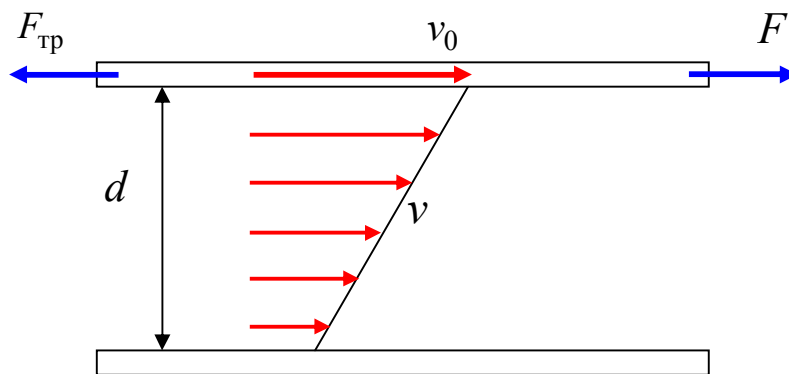


Рис. 1

Нижняя пластина удерживается на месте, верхняя пластина приводится в движение относительно нижней со скоростью v_0 . Из опытов следует, чтобы поддерживать скорость верхней пластины, нужно постоянно воздействовать на пластину с силой F . Если при воздействии постоянной силы пластина не получает ускорения, следовательно, есть противоположно направленная сила, уравнивающая силу F . По аналогии с известными силами обозначим ее как $F_{\text{тр}}$. Эта сила выражается следующей формулой

$$F_{\text{тр}} = \eta \frac{v_0}{d} S,$$

где S – площадь пластины; η – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом вязкости или динамической вязкостью. Этот коэффициент зависит от природы и состояния (например, температуры) жидкости. Коэффициент вязкости имеет размерность Па·с

и называется *паскаль-секунда*. Рассматривая далее поведение нижней пластины в нашей модели, мы получили закон изменения скорости движения слоев жидкости в направлении, перпендикулярном плоскости пластин, в виде $\left| \frac{dv}{dz} \right| = \frac{v_0}{d}$. С учетом полученного соотношения

можно переписать выражение для силы трения в виде:

$$F_{\text{тр}} = \eta \left| \frac{dv}{dz} \right| S.$$

Эта формула имеет более общий вид, для любого, не только линейного распределения скорости движения слоев жидкости.

Вместо пластин в жидкости для рассмотрения свойств внутреннего трения можно рассматривать движение струи в жидкости или газе. В отличие от явления трения в механике в рассматриваемом трении есть одна важная особенность: взаимодействие струи со средой происходит не только на поверхности струи, но *внутри* неё, *во всём её объёме*. Поэтому такое трение и называется *внутренним трением*. Это явление относят к группе явлений переноса потому, что молекулы соседних слоёв среды при своём хаотическом движении переходят из слоя в слой и *переносят* с собой дрейфовую скорость.

Сила трения действует *на струю* со стороны среды, направлена *против скорости струи* и, следовательно, *уменьшает* эту скорость. По третьему закону Ньютона всякая сила характеризует не просто действие одного объекта на другой, но *взаимодействие* этих объектов. Это означает, что существует и вторая сила $F' = -F_{\text{тр}}$, которая действует со стороны струи *на среду* и *увеличивает её скорость* в направлении движения струи.

Граница между струёй и средой практически сразу становится довольно *условной*. Поэтому более строго силу внутреннего трения надо понимать как силу, действующую *между двумя слоями* среды, примыкающими друг к другу и движущимися с *разными скоростями*. Эта сила *ускоряет более медленный слой* и *замедляет более быстрый*. Ясно, что чем больше *площадь контакта* слоёв, тем больше сила внутреннего трения между ними, а при устремлении площади контакта ΔS к нулю и сила внутреннего трения $\Delta F_{\text{тр}}$ тоже стремится к нулю. При малой площади контакта сила $\Delta F_{\text{тр}}$ *пропорциональна* ΔS :

$$\Delta F_{\text{тр}} = f \Delta S.$$

Коэффициент пропорциональности в этой формуле называется *удельной силой внутреннего трения*.

Удельной силой внутреннего трения называется физическая величина, численно равная силе внутреннего трения, действующей между двумя смежными слоями среды с *единичной* площадью контакта.

Сила внутреннего трения, как отмечалось выше, действует *между двумя слоями* среды, примыкающими друг к другу и движущимися с *разными скоростями*. Следовательно, причиной силы является то, что *дрейфовая скорость* молекул $\langle v \rangle$ в *разных точках среды* разная. И чем больше разница, тем *сильнее* проявляется внутреннее трение. Иными словами, причина силы состоит в том, что *дрейфовая скорость* молекул $\langle v \rangle$ есть функция от координат (*локальная* функция состояния системы). *Количественной* же мерой зависимости $\langle v \rangle$ от координат, показывающей, *насколько сильна* эта зависимость, является *градиент* $\text{grad}\langle v \rangle$.

Итак, причину внутреннего трения количественно характеризует *градиент дрейфовой скорости* $\text{grad}\langle v \rangle$, а результат – *удельная сила внутреннего трения* f . Связь между этими величинами называется *законом Ньютона*. Ньютон также показал, что угол между векторами f и $\text{grad}\langle v \rangle$ – *прямой*.

Закон Ньютона

Удельная сила внутреннего трения f в среде с *разной дрейфовой скоростью* v отдельных слоёв направлена *перпендикулярно градиенту* дрейфовой скорости, и при этом

$$f = \eta |\text{grad}v|,$$

где коэффициент пропорциональности называется *коэффициентом внутреннего трения* или *динамической вязкостью* среды.

1.3.4. Коэффициенты переноса для газов

В теории каждого из трёх рассмотренных явлений переноса фигурирует характерная *количественная* величина, определяющая интенсивность протекания явления. В диффузии – это *коэффициент диффузии* D , в теплопроводности – *коэффициент теплопроводности* k , в явлении внутреннего трения – *динамическая вязкость* η . Общее

название этих трёх величин – *коэффициенты переноса*. Расчёт коэффициентов переноса – важная *практическая* задача. Она не имеет универсального решения, но для газовых сред существуют достаточно простые формулы, связывающие коэффициенты переноса с основными функциями состояния газа – *температурой, плотностью, давлением*. Запишем эти формулы без вывода.

Самая простая из указанных формул определяет *коэффициент диффузии* D , который фигурирует в *законе Фика* и представляет собой коэффициент пропорциональности между плотностью диффузионного потока j и градиентом концентрации молекул ∇n . Формула для коэффициента диффузии (самодиффузии) имеет вид:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda,$$

где $\langle v \rangle$ – средняя скорость молекул; λ – средняя длина свободного пробега молекул.

Процесс *внутреннего трения* является *прямым следствием процесса диффузии*. Только благодаря диффузии молекулы соседних слоёв среды переходят из слоя в слой и переносят с собой дрейфовую скорость. Поэтому *динамическая вязкость* η , входящая в *закон Ньютона*, должна непосредственно зависеть от коэффициента диффузии D . Но для проявления внутреннего трения одной диффузии молекул недостаточно – молекулы должны не только диффундировать, но и *сталкиваться*. Именно при столкновениях диффундирующих молекул выравниваются их дрейфовые скорости. А так как интенсивность столкновений, в первую очередь, определяется *плотностью* среды ρ , то динамическая вязкость η тоже должна зависеть от ρ .

$$\eta = D\rho.$$

Для *теплопроводности* необходимы те же условия, что и для внутреннего трения: молекулы должны *диффундировать* и *сталкиваться*. Поэтому естественно ожидать, что *коэффициент теплопроводности* κ , входящий в *закон Фурье*, однозначно связан с динамической вязкостью η . Однако в явлении теплопроводности существенную роль играет *ещё один фактор*: согласно *закону нагревания* количество тепла Q , необходимое для увеличения температуры тела на ΔT пропорционально ΔT –

$$Q = mc\Delta T,$$

где c – удельная теплоёмкость вещества, из которого состоит данное тело. Следовательно, при заданном перепаде температур в среде (*градиенте температуры*) тепловой поток, приводящий к нагреванию более холодных слоёв вещества, должен быть *пропорционален* удельной теплоёмкости вещества c . Тогда, согласно *закону Фурье* эта пропорциональность должна быть заложена в *коэффициенте теплопроводности*. Итак, коэффициент теплопроводности k зависит от двух факторов: динамической вязкости η и удельной теплоёмкости вещества c . Зависимость эта имеет вид:

$$k = \eta c_V.$$

В этой формуле фигурирует не просто удельная теплоёмкость, но удельная теплоёмкость в *изохорном* процессе c_V . Причина этого в том, что теплообмен *в чистом виде*, то есть *в простейшей форме* происходит именно в среде, *объём которой не изменяется*. Если среда расширяется или сжимается, то плотность теплового потока, а с ней и коэффициент теплопроводности будут зависеть ещё и от *скорости расширения (сжатия)* среды.

Итак, для расчёта коэффициентов переноса в газовой среде есть три простые формулы:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda, \quad \eta = D\rho, \quad k = \eta c_V.$$

Коэффициенты переноса должны зависеть от *температуры, плотности и давления*. Выявим эту зависимость.

- Плотность ρ входит явно во вторую формулу, то есть от плотности зависит коэффициент внутреннего трения η , а значит и коэффициент теплопроводности k .

- Давление p и температура T связаны с плотностью *уравнением состояния* $p\mu = \rho RT$.

Следовательно, давление и температура влияют на плотность, а через неё – на коэффициент внутреннего трения η и коэффициент теплопроводности k .

- В *первую* формулу входит *средняя скорость* молекул $\langle v \rangle$, зависящая от температуры:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{kT}{m}} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{RT}{\mu}},$$

и средняя длина свободного пробега λ , зависящая от концентрации молекул:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}d_{\text{эфф}}^2 n},$$

$d_{\text{эфф}}$ – эффективный диаметр молекул

Следовательно, температура и концентрация молекул влияют на коэффициент диффузии D , а через него – на коэффициент внутреннего трения η и коэффициент теплопроводности κ .

1.4. Примеры решения задач

Задача 1. Найти в СИ температуру, которую имеет азот массой 2 г в объеме 820 см^3 при давлении 0,2 МПа.

Решение: Запишем уравнение состояния $pV = \frac{M}{\mu}RT$, $T = \frac{pV\mu}{MR}$.

Подставим числа $T = \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 820 \cdot 10^{-6} \cdot 0,028}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31} = 280 \text{ К}$.

Задача 2. Давление воздуха в закупоренной бутылке при температуре 7°C было 100 кПа. До какой температуры (в ед. СИ) нагрели бутылку, если известно, пробка вылетела при давлении в бутылке 130 кПа?

Решение: из уравнения состояния $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$, $T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = \frac{130 \cdot 280}{100} = 364 \text{ К}$.

Задача 3. При температуре 50°C давление насыщенного водяного пара 12,3 кПа. Найти плотность пара.

По определению $\rho = \frac{M}{V}$. Из уравнения состояния $M = \frac{pV\mu}{RT}$,
 $\rho = \frac{p\mu}{RT} = \frac{12,3 \cdot 10^3 \cdot 0,018}{8,31 \cdot 323} = 0,083 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 4. Кислород массой 10 г находится при давлении 304 кПа и температуре 10°C . После нагревания при постоянном давлении объем газа стал 10 л. Найти объем газа до расширения.

Решение: Запишем два уравнения состояния $p_1V_1 = \frac{M}{\mu}RT_1$ и

$$p_2V_2 = \frac{M}{\mu}RT_2.$$

Так как $p_1 = p_2 = p$, $V_1 = \frac{MRT_1}{\mu p} = \frac{0,01 \cdot 8,31 \cdot 283}{0,032 \cdot 304 \cdot 10^3} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Задача 5. В сосуде находится 10 г CO_2 и 15 г N_2 . Найти плотность смеси при температуре 27 °С и давлении 150 кПа.

По закону Дальтона $p = p_1 + p_2$, т.е. сумме парциальных давлений.

Запишем два уравнения состояния и просуммируем их: $p_1V = \frac{M_1}{\mu_1}RT$,

$$p_2V = \frac{M_2}{\mu_2}RT, \text{ получим}$$

$$pV = \left(\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} \right) RT. \quad (*)$$

Плотность смеси $\rho = \frac{M_1 + M_2}{V}$. Объем V выразим из (*):

$$V = \left(\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} \right) \frac{RT}{p}. \text{ Тогда } \rho = \frac{(M_1 + M_2)p}{\left(\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} \right) RT} = 1,98 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

1.5. Задания для решения на практических занятиях

1. Какое количество молекул содержится в 1 г водяного пара?
2. Внутри закрытого с обеих сторон цилиндра имеется подвижный поршень. Содной стороны поршня в цилиндре находится масса m газа, с другой стороны – масса $2m$ этого же газа. Температура в обеих частях объёма одинакова. Какую часть объёма будет занимать масса $2m$ газа при равновесии поршня?
3. Идеальный газ при давлении 300 Па и температуре 300 К занимает объём $0,831 \text{ м}^3$. Найти число молей этого газа.
4. Перед проведением газосварочных работ манометр баллона с кислородом показывал давление 10 МПа, а после сварки 8 МПа. Температура кислорода в баллоне не изменилась. Какая часть кислорода израсходована? Ответ дать в процентах.

5. Под поршнем в цилиндре, площадь основания которого $0,01 \text{ м}^2$, находится газ при температуре 280 К и давлении 100 кПа . На поршень положили груз, вследствие чего поршень опустился. Сила тяжести груза равна 200 Н . На сколько градусов надо нагреть газ для того, чтобы поршень вернулся в первоначальное положение? Массу поршня и трение не учитывать.

6. Два баллона соединены тонкой трубкой с краном. В одном баллоне находится $1,5 \text{ м}^3$ азота при давлении 40 Па , в другом 3 м^3 кислорода при давлении 25 Па . Какое установится давление в баллонах, если открыть кран? Температура газов постоянна. Ответ дать в СИ.

7. При температуре 250 К и давлении $83,1 \text{ кПа}$ плотность газа равна $0,8 \text{ кг/м}^3$. Определить в СИ молярную массу этого газа.

8. В одном сосуде ёмкостью 3 л находится газ под давлением 200 кПа . В другом сосуде ёмкостью 4 л находится тот же газ под давлением 95 кПа . Температура в обоих сосудах одинакова. Под каким давлением будет находиться газ, если сосуды соединить трубкой? Ответ дать в кПа.

9. Во фляжке вместимостью $0,5 \text{ л}$ находится $0,3 \text{ л}$ воды. Турист пьёт из неё воду, плотно прижав губы к горлышку так, что во фляжку не попадает наружный воздух. Сколько граммов воды выпил турист, если давление воздуха во фляжке понизилось до 80 кПа ? Давление наружного воздуха 100 кПа .

10. Найти в СИ молярную массу смеси 32 г кислорода и 84 г азота.

Тестовые вопросы

1. Тело нагрели на 20 К . На сколько градусов Цельсия нагрели тело?

1) на $200 \text{ }^\circ\text{С}$. 2) на $293 \text{ }^\circ\text{С}$. 3) на 253 . 4) на $20 \text{ }^\circ\text{С}$

2. Что называется молярной массой?

а) масса 1 дм^3 вещества; б) масса одного моля вещества; в) масса одной молекулы умноженная на число Авогадро; г) масса одного атома умноженная на число Авогадро.

Ответы: 1) аг; 2) бв; 3) бг; 4) аб.

3. При каком условии величина $\frac{pV}{T}$ в смеси газов остается неизменной?

1) при постоянстве относительной доли каждого газа в смеси;

- 2) при постоянстве полной массы газов;
- 3) при постоянстве массы хотя бы одного газа;
- 4) при постоянстве массы каждого газа.

4. Что называется атомной единицей массы?

- 1) масса молекулы водорода;
- 2) $1/12$ массы атома углерода C^{12} ;
- 3) масса моля любого вещества, деленная на число Авогадро;
- 4) масса моля водорода, деленная на число Авогадро.

5. Сколько степеней свободы имеет жесткая четырехатомная молекула газа?

- 1) одну; 2) три; 3) пять; 4) шесть.

1.6. Задания для самостоятельного решения

1. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул CO_2 при температуре $100\text{ }^\circ C$, если длина свободного пробега 870 мкм .

2. Найти длину свободного пробега молекул азота при давлении 10 кПа и температуре $17\text{ }^\circ C$.

3. Найти коэффициент диффузии гелия при нормальных условиях. Диаметр молекулы He $0,2\text{ нм}$.

4. Найти вязкость азота при нормальных условиях. Коэффициент диффузии $1,42 \cdot 10^{-5}\text{ м}^2/\text{с}$.

5. Найти теплопроводность водорода, вязкость которого $8,6\text{ мкПа} \cdot \text{с}$.

6. Некоторый газ при температуре $10\text{ }^\circ C$ и давлении 200 кПа имеет плотность $0,34\text{ кг/м}^3$. Найти молярную массу газа.

7. Закрытый сосуд объемом 2 л наполнен воздухом при нормальных условиях. В сосуд вводится диэтиловый эфир ($C_2H_5OC_2H_5$). После полного испарения эфира давление стало $0,14\text{ МПа}$. Найти в граммах массу эфира.

8. Молекула аргона, летящая со скоростью 500 м/с , упруго ударяется о стенку сосуда. Скорость и нормаль к стенке составляют угол 60° . Найти импульс силы $F\Delta t$, полученный стенкой.

9. В сосуде объемом 4 л находится 1 грамм водорода. Найти в СИ концентрацию молекул.

10. Найти в СИ массу воздуха, заполняющего аудиторию высотой 5 м и площадью пола 200 м^2 . Давление воздуха 100 кПа, температура $17 \text{ }^\circ\text{C}$. Молярная масса воздуха $0,029 \text{ кг/моль}$.

Тестовые вопросы

1. Переносом какой величины обусловлено внутреннее трение?

1) массы; 2) импульса; 3) заряда; 4) кинетической энергии.

2. Для какого из явлений переноса существен градиент концентрации?

а) диффузия; б) теплопроводность; в) внутреннее трение.

Ответы: 1) аб; 2) бв; 3) а; 4) ав.

3. По какой причине коэффициент диффузии уменьшается при возрастании давления?

а) снижается средняя скорость молекул;

б) сокращается длина свободного пробега;

в) возрастает частота столкновений молекул;

г) возрастает средняя скорость молекул.

Ответы: 1) аб; 2) бв; 3) а; 4) ав.

4. На сколько кельвинов следует повысить температуру газа в закрытом сосуде, чтобы его давление возросло в два раза. Исходная температура $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

1) 20; 2) 40; 3) 293; 4) 273.

5. Как изменится давление в сосуде с аргоном, если аргон заменить гелием при сохранении числа молекул? (молярные массы аргона и гелия равны 40 г/моль и 4 г/моль , соответственно).

1) уменьшится в 10 раз; 2) возрастет в 10 раз; 3) возрастет в $\sqrt{10}$ раз; 4) не изменится.

Ответы к задачам

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$4,9 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$	1 мкм	$8,4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$	17,8 мкПа·с	90 мВт/мК	0,004 кг/моль	2,5 г	$3,3 \cdot 10^{-23} \text{ Н·с}$	$7,5 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$	1200 кг

Ответы к тестам

1	2	3	4	5
2	3	2	3	4

Вопросы для самоконтроля

1. К каким газам применимо уравнение Менделеева – Клапейрона?
2. Какова физическая природа давления газа на стенку сосуда?
3. Каков физический смысл температуры?
4. Изменится ли давление газа в сосуде, если легкий газ заменить более тяжелым при сохранении температуры и числа молекул?
5. Как изменяется коэффициент диффузии при снижении давления газа?
6. Какой газ обладает большей теплопроводностью: аргон или гелий? Давление газов и температуры одинаковы.

2. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

1. Сведения из теории вероятностей.
2. Микросостояние системы. Пространство координат и скоростей.
3. Постулаты Максвелла. Распределение частиц по компоненте скорости.
4. Распределение по модулю скорости. Наиболее вероятная, средняя и среднеквадратичная скорость.
5. Распределение частиц в пространстве при наличии силового поля. Закон Больцмана. Барометрическая формула.

2.1. Сведения из теории вероятностей

Состояние системы можно рассматривать двумя способами. Первый из них основывается на информации о состоянии отдельных молекул или групп молекул (т.е. микросостоянии), составляющих систему. Изучением микросостояния системы с целью описания ее общих свойств занимается статистическая физика. Вторым способом используют в качестве функций состояния такие величины, которые могут быть непосредственно измерены в макроскопических опытах. Это чаще всего объем, давление и температура. Такой подход к изучению свойств системы используется в термодинамике. Было отмечено, что для описания свойств макросистем целесообразнее всего использовать оба подхода. Статистическая физика и термодинамика, взаимно дополняя друг друга, образуют, по сути, единый целостный подход к исследованию свойств и характеристик макрообъектов или систем.

В настоящей и следующих лекциях мы рассмотрим некоторые методы и подходы, которые применяются в статистической физике для изучения поведения макросистем.

Главная особенность микросостояния системы состоит в том, что оно все время изменяется, даже если макросостояние равновесное. Это изменение носит случайный, непредсказуемый характер. Поэтому каждая физическая величина, описывающая микросостояние, является случайной величиной. Однако, несмотря на случайность и непредсказуемость значений микропараметров системы, можно утверждать, что в такой системе, как это не парадоксально, присутствует определенный порядок, такой, что можно говорить о свойствах системы. описа-

нием свойств случайных величин занимается математическая наука, которая называется теория вероятностей.

Рассмотрим некоторые понятия и сведения из теории вероятностей.

Вероятность события

Представим себе, что есть событие A . Мы проводим серию экспериментов, пытаясь обнаружить (зафиксировать) это событие. В некоторых из экспериментов это событие происходит. Если в каких-то экспериментах событие A не фиксируется, это тоже событие. Обозначим его символом B . Пусть число экспериментов равно N . Тогда $N(A)$ – число экспериментов, в которых событие A произошло. Соответственно, $N(B)$ – число экспериментов, в которых событие A не произошло (произошло событие B). Тогда вероятностью события A называется величина $W(A)$, равная

$$W(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_A}{N}.$$

Аналогично определяется и вероятность события B , т.е. вероятность того, что событие A не происходит

$$W(B) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_B}{N}.$$

Ясно, что $W(A) + W(B) = 1$.

Среднее число событий

Рассмотрим другую задачу. Пусть нам известна вероятность случайного события A . Можем ли мы предсказать, сколько раз в серии из N экспериментов произойдет это событие? Казалось бы, мы просто решаем задачу, обратную рассмотренной выше и значения $N(A)$ и $N(B)$ должны повториться. Однако, этого не произойдет. В каждой новой серии экспериментов числа $N(A)$ и $N(B)$ будут отличаться от полученных в предыдущих сериях. Но можно достаточно точно предсказать средние значения $\langle N(A) \rangle$ и $\langle N(B) \rangle$:

$$\langle N(A) \rangle = NW(A), \quad \langle N(B) \rangle = NW(B).$$

Функция распределения

Пусть X – случайная величина, т.е. величина, которая в каждом из экспериментов случайным образом принимает какое-то, заранее

непредсказуемое значение (например, мы измеряем скорость молекулы газа). Определим некоторый интервал значений этой величины ($x; x + \Delta x$) и тогда попадание значения величины X в этот интервал – это событие случайное. Обозначим вероятность этого события ΔW и выясним, от чего она зависит. Понятно, что прежде всего ΔW зависит от ширины интервала Δx . С увеличением этого интервала вероятность ΔW увеличивается, а с уменьшением Δx вероятность ΔW уменьшается, причем до нуля $\Delta x \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta W \rightarrow 0$. Тогда можно считать, что при малых Δx величины ΔW и Δx пропорциональны друг другу.

$$\Delta W = f \Delta x.$$

От чего еще зависит ΔW ? – От того, в каком месте оси OX располагается интервал $x; x + \Delta x$, т. е. от x . Это значит, что коэффициент пропорциональности f есть функция от x :

$$\Delta W = f(x) \Delta x.$$

Эта функция $f(x)$ называется *функцией распределения*. Функция распределения содержит всю информацию, которую можно получить о случайной величине X . Смысл функции распределения можно понять, если выразить ее из предыдущей формулы и приравнять Δx к единице

$$f(x) = \frac{\Delta W}{\Delta x}.$$

Функция распределения есть величина, численно равная вероятности того, что значение случайной величины X попадет в единичный интервал, расположенный в окрестностях точки x .

Функция распределения еще называется *плотностью вероятности*.

Закон умножения вероятностей

Если A и B – два независимых случайных события, которые происходят с вероятностями $W(A)$ и $W(B)$, то вероятность того, что они произойдут одновременно, равна

$$W(A \cap B) = W(A)W(B).$$

Значок \cap в формуле означает «и».

Закон сложения вероятностей

Если A и B – два исключают друг друга случайных события, которые происходят с вероятностями $W(A)$ и $W(B)$, то вероятность того, что произойдет какое-то одно из этих событий, равна

$$W(A \cup B) = W(A) + W(B).$$

Значок \cup в формуле означает «или».

Закон усреднения

Если X – случайная величина с плотностью вероятности (с функцией распределения) $f(x)$, то среднее значение этой величины можно найти по формуле

$$\langle x \rangle = \int_{(x)} x f(x) dx.$$

Интегрирование производится по всей области определения переменной x .

Если теперь Y случайная величина, зависящая от X , т.е. $Y = y(x)$, то среднее значение Y равно

$$\langle y \rangle = \int_{(x)} y(x) f(x) dx.$$

Например, $Y = y(x) = x^2$. Тогда $\langle y \rangle = \int_{(x)} x^2 f(x) dx$.

Эта формула является обобщением предыдущей.

Вероятность микросостояния

Как уже отмечалось, особенность микросостояния системы состоит в том, что оно является случайным. Система постоянно и хаотично перепрыгивает из одного микросостояния в другое. Это значит, что все микропараметры системы – это случайные величины. Следовательно, максимальная информация о *макросостоянии* системы содержится в *функциях распределения* всех её микропараметров. Найти эти функции в общем случае невозможно – функции распределения зависят от устройства системы и от её макросостояния. Поэтому рассмотрим конкретную систему и конкретное её макросостояние.

- Системой будет *идеальный газ*.
- Состояние системы – *равновесное*.

Минимальный набор микропараметров, полностью определяющих состояние этой системы, это *координаты* и *скорости* всех её молекул.

Поэтому надо найти функции распределения двух типов – функции распределения координат и функции распределения скоростей.

Вначале рассмотрим *чистый одноатомный* идеальный газ.

Чистым газом называется газ, состоящий из совершенно одинаковых молекул. Иными словами, он представляет собой химически чистое вещество.

Итак, особенность чистого газа состоит в том, что все его молекулы совершенно одинаковые и каждая из них обладает тремя степенями свободы. Вспомним, что *числом степеней свободы* объекта называется максимальное количество независимых движений, которые может одновременно совершать механический объект. Всякое поступательное движение всегда можно разложить на независимые движения во взаимно перпендикулярных направлениях. А так как максимальное количество таких направлений в пространстве равно трём, то объект, который может совершать только поступательное движение (материальная точка), обладает максимум тремя степенями свободы. Эти степени свободы так и называются – поступательными, а их количество обозначается $i_{\text{п}}$. Для свободного объекта (например для молекулы идеального газа) $i_{\text{п}} = 3$.

Из определения чистого газа следует, во-первых, что функции распределения микропараметров какой-либо одной молекулы точно такие же, как и любой другой молекулы этого газа. Поэтому достаточно найти функции распределения микропараметров одной молекулы, что значительно упрощает задачу. Во-вторых, микросостояние молекулы с тремя степенями свободы – это набор *шести* величин: трёх координат (x, y, z) и трёх проекций скорости (v_x, v_y, v_z). Поэтому задача состоит в поиске шести функций распределения. Разобьём её на две задачи:

1. Нахождение функций распределения *скоростей* (v_x, v_y, v_z).
2. Нахождение функций распределения *координат*.

2.2. Распределение проекции скорости (распределение Максвелла)

Впервые эту задачу решил в прошлом веке Д.К. Максвелл, поэтому распределение скоростей молекул в *равновесном идеальном газе* называется *распределением Максвелла*. Максвелл выдвинул два постулата.

Постулат независимости

Три декартовы компоненты скорости молекулы v_x , v_y и v_z являются *независимыми случайными величинами* и для любой ориентации декартовой системы координат имеют *одну и ту же функцию распределения*.

Этот постулат достаточно очевиден: ведь в механике v_x , v_y и v_z являются независимыми характеристиками состояния материальной точки. Стало быть, вполне естественно ожидать, что они и *микросостояние* задают независимо друг от друга. Кроме того, естественно считать, что в *равновесном газе* все направления в пространстве физически эквивалентны. Это означает, что все три функции распределения $f(v_x)$, $f(v_y)$ и $f(v_z)$ *одинаковые* и не зависят от того, как ориентированы оси системы координат. Таким образом, вместо трёх функций распределения достаточно найти одну – например, $f(v_x)$. Функции $f(v_y)$ и $f(v_z)$ будут такими же.

Постулат нормальности

Распределение проекции скорости молекулы является *нормальным*, то есть

$$f(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left\{-\frac{mv_x^2}{2kT}\right\}, \quad (1)$$

где k – постоянная Больцмана.

Нормальное распределение является самым распространённым видом распределения. Для него плотность вероятности (функция распределения) имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right\},$$

где σ – *параметр распределения*, то есть некоторое не случайное число, не зависящее от x и отличающее одно нормальное распределение от другого. (Это число называется *среднеквадратичным отклонением* или *стандартом*). Стандарт σ в рассматриваемом случае равен

$$\sigma = \sqrt{\frac{kT}{m}}.$$

Максвелл предположил, что формула распределения проекции скорости молекулы справедлива *не только* для чистого газа, но и для любой смеси газов – важно лишь, чтобы газ был *равновесным и идеальным*. Впоследствии это предположение было подтверждено экспериментально.

График плотности вероятности $f(v_x)$, то есть распределение Максвелла для проекции скорости показан на рисунке. Три кривые, изображённые на этом рисунке, соответствуют трём различным значениям температуры: $T_1 < T_2 < T_3$. Из рисунка видно, что с ростом температуры кривая плотности вероятности расширяется и снижается. Это объясняется тем, что с ростом температуры увеличивается средняя кинетическая энергия молекулы, а это возможно лишь при увеличении доли молекул с высокими скоростями и уменьшении доли молекул с низкими скоростями. Вследствие этого значения функции распределения при высоких скоростях увеличиваются, а при низких – уменьшаются. Площадь под каждой из кривых одна и та же, и равна 1.

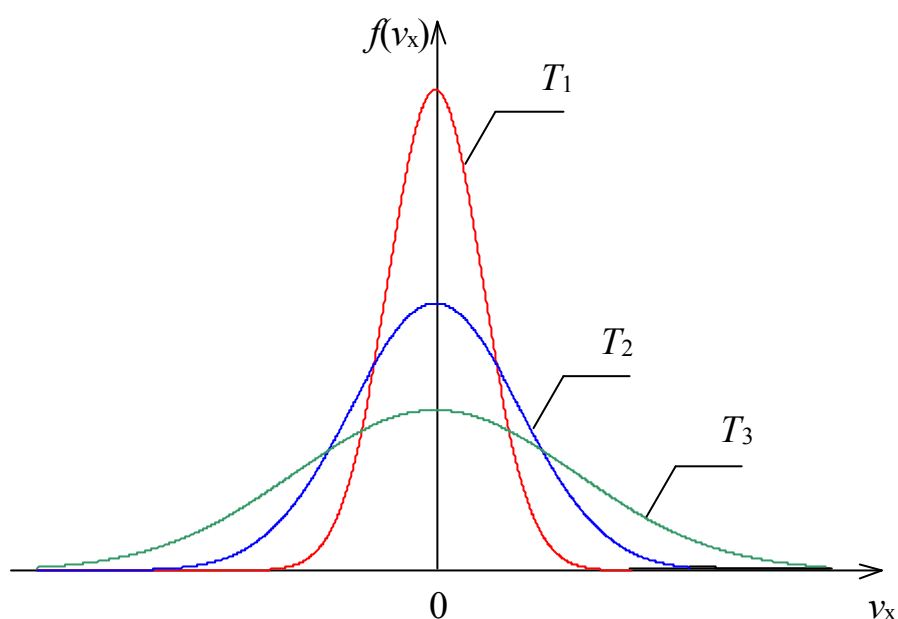


Рис. 1 – Вид функции распределения по компоненте скорости

2.3. Распределение по модулю скорости

Зная функции распределения проекций скорости v_x , v_y , v_z , можно найти функцию распределения любого *микрораметра*, который зависит от v_x , v_y , v_z , – например *модуля скорости* v , связанного с v_x , v_y , v_z выражением

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Для того, чтобы получить функцию распределения $f(v)$, нужно просто перейти от декартовых координат, в которых компонентами вектора скорости являются (v_x, v_y, v_z) , к *сферическим* координатам, где компоненты вектора скорости – это (v, φ, θ) , то есть *модуль скорости* v и два угла φ и θ , определяющие *направление* вектора скорости. В итоге можно получить вместо трёх функций $f(v_x)$, $f(v_y)$, $f(v_z)$ три другие функции $f(v)$, $f(\varphi)$, $f(\theta)$. Опуская здесь эти чисто математические выкладки¹, приведём конечный результат:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp \left\{ -\frac{mv^2}{2kT} \right\}.$$

Именно эту формулу чаще всего и называют *распределением Максвелла*. График функции $f(v)$ для трёх разных температур приведён на следующем рисунке.

Функции распределения Максвелла для модуля скорости v .

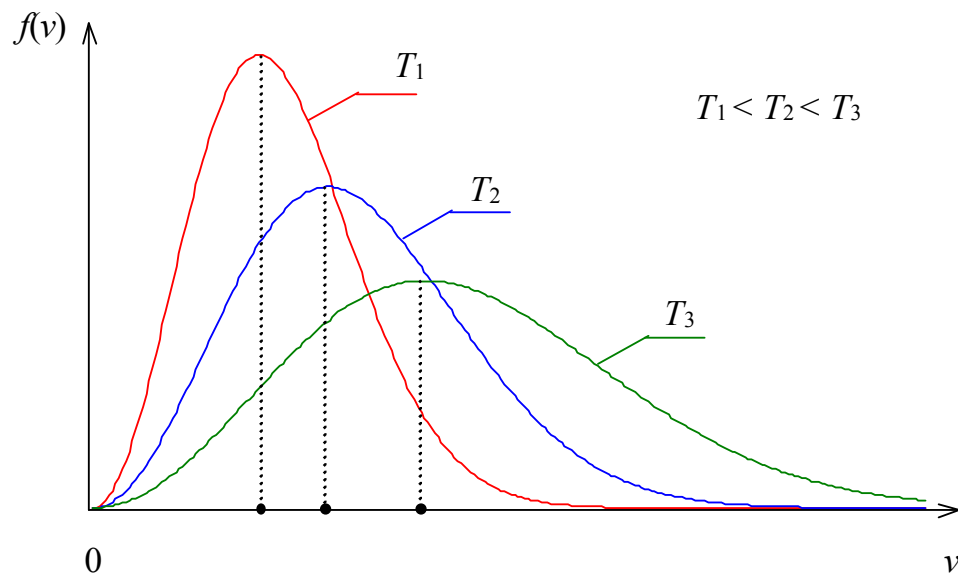


Рис. 2 – Вид функции распределения по модулю скорости

Как видно из этого рисунка, кривые $f(v)$, в отличие от кривых $f(v_x)$ не симметричны. Но они тоже *снижаются и расширяются по мере роста температуры* – по той же причине, что и кривые $f(v_x)$.

Максимум кривых $f(v)$ при росте температуры тоже *смещается в сторону увеличения скорости*. Чтобы понять, какой в этом смысл, выясним вначале смысл значения скорости, при котором функция $f(v)$ достигает максимума. Если разбить всю ось скорости v на *маленькие одинаковые* интервалы шириной Δv , то вероятность ΔW попадания скорости молекулы в каждый из этих интервалов *разная*, и определяется она формулой

$$\Delta W = f(v) \cdot \Delta v.$$

Наибольшей является вероятность попадания в интервал, расположенный в окрестности того значения v , для которого $f(v)$ достигает *максимума*. Следовательно, этот интервал и соответствующую ему скорость можно назвать **наиболее вероятными**. Чтобы вычислить *наиболее вероятную скорость v_B* , надо использовать правило нахождения экстремума функции

$$\left. \frac{df(v)}{dv} \right|_{v=v_B} = 0. \quad \Delta W = f(v) \cdot \Delta v.$$

Применение этого правила приводит к следующему результату:

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad \text{или} \quad v_B = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}.$$

В первую из этих формул входит *масса одной молекулы* газа m , а во вторую – *молярная масса* газа μ . Как правило, в расчётах удобнее использовать вторую формулу.

Как уже упоминалось ранее, из графиков функции $f(v)$ видно, что v_B *растёт с ростом температуры*. Это же следует из формул для v_B . Причина достаточно ясная: так как с ростом температуры *уменьшается доля медленных молекул и увеличивается доля быстрых*, то именно в область более быстрых молекул перемещается *наиболее вероятный* интервал скоростей Δv .

С помощью наиболее вероятной скорости функцию распределения модуля скорости можно записать в более простом виде. Для этого надо перейти от абсолютной скорости молекулы v к **относительной скорости**, которая определяется формулой

$$u = \frac{v}{v_B} = \sqrt{\frac{m}{2kT}} v.$$

Как и абсолютная скорость v , относительная естественно – тоже случайная величина. Это значит, что у неё есть функция распределения. И эта функция имеет более простой вид, чем $f(v)$:

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp\{-u^2\}.$$

Эта функция (**распределение Максвелла для относительной скорости**) не содержит никаких параметров – ни температуры, ни массы – и поэтому она гораздо удобнее в расчётах, чем функция распределения абсолютной скорости.

Вернемся к функциям распределения $f(v)$ и $f(u)$.

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left\{-\frac{mv^2}{2kT}\right\};$$

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp\{-u^2\}.$$

Определим с помощью закона усреднения среднюю скорость молекулы $\langle v \rangle$. Это можно сделать двумя способами. Первый из них состоит в прямом использовании закона усреднения:

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} v^3 \exp\left\{-\frac{mv^2}{2kT}\right\} dv.$$

Второй способ основан на том, что, если $v = v_B u$, то $\langle v \rangle = v_B \langle u \rangle$. И тогда закон усреднения надо использовать для определения среднего значения относительной скорости $\langle u \rangle$:

$$\langle u \rangle = \int_0^{\infty} u f(u) du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} u^3 \exp\{-u^2\} du.$$

Интегралы в последних формулах одноподобные, но второй из них вычислять удобнее, так как подынтегральная функция в нём зависит только от переменной интегрирования и не содержит никаких параметров. Для вычисления этого интеграла сделаем следующую замену переменной:

$$x = u^2, \quad dx = 2u du, \quad u^3 du = u^2 (u du) = \frac{1}{2} x dx.$$

В результате получается:

$$\langle u \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} x e^{-x} dx.$$

Интеграл по x легко берётся *по частям* и равен 1. В итоге *относительная и абсолютная средние скорости* молекулы равны:

$$\boxed{\langle u \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}}} \quad \boxed{\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8 RT}{\pi \mu}}}.$$

Ещё можно, используя закон усреднения, вычислить *среднюю кинетическую энергию поступательного движения* молекулы $\langle \varepsilon \rangle$. Так как ε является *однозначной функцией модуля скорости*

$$\varepsilon = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_B^2}{2} u^2,$$

то применение общей формулы закона усреднения

$$\langle y \rangle = \int_{(x)} y(x) f(x) dx$$

даёт:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{mv_B^2}{2} \int_0^{\infty} u^2 f(u) du;$$

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp\{-u^2\};$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{2mv_B^2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} u^4 \exp\{-u^2\} du.$$

Интеграл в этом выражении – табличный, и он равен $\frac{3}{8}\sqrt{\pi}$. Таким образом,

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{2mv_B^2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{3}{8}\sqrt{\pi} = \frac{3}{4}mv_B^2.$$

Так как наиболее вероятная скорость v_B определяется формулой $v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$, то в итоге получаем, что *средняя кинетическая энергия поступательного движения* каждой молекулы равна:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2}kT.$$

Интересно, что получить эту формулу можно гораздо проще, и не надо никакого интегрирования. Для этого достаточно вспомнить, что согласно теореме о равномерном распределении кинетической энергии по степеням свободы *на каждую степень свободы приходится средняя кинетическая энергия $kT/2$* . Так как каждая молекула в идеальном газе обладает тремя поступательными степенями свободы, то на эти три степени как раз и приходится средняя энергия, равная $\frac{3}{2}kT$.

Совпадение результатов интегрирования и применения теоремы о равномерном распределении кинетической энергии по степеням свободы является одним из подтверждений правильности функций распределения Максвелла.

Получим ещё одну полезную формулу. Для этого зададимся таким вопросом: какой скоростью обладает молекула, кинетическая энергия которой равна средней кинетической энергии, то есть $\frac{3}{2}kT$.

Найти ответ на это вопрос нетрудно.

$$\frac{m\langle v_c^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2}kT,$$

тогда

$$v_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\langle v_c^2 \rangle} = \sqrt{3 \frac{kT}{m}} = \sqrt{3 \frac{RT}{\mu}}.$$

Эта скорость имеет специальное название «*средняя квадратичная скорость*».

Итак, анализируя распределение Максвелла, мы получили три формулы для скоростей молекул чистого идеального газа, находящегося в равновесном состоянии: *наиболее вероятную скорость v_B , среднюю (среднюю арифметическую) скорость $\langle v \rangle$ и среднюю квадратичную скорость $v_{\text{ср. кв.}}$* .

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}, \quad v_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Сопоставление этих скоростей дает следующий результат:

$$v_B : \langle v \rangle : v_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{2} : \sqrt{8/\pi} : \sqrt{3} = 1 : 1,13 : 1,22.$$

Это соотношение иллюстрируется рисунком 3. Для того, чтобы ориентироваться в порядке скоростей молекул, оценим среднюю скорость молекул кислорода

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 RT}{\pi \mu}}$$

Молекулярная масса молекулы кислорода равна 32, следовательно, масса одного моля $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Комнатную температуру примем за 300 К. Получим

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 300}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} \approx 500 \text{ м/с.}$$

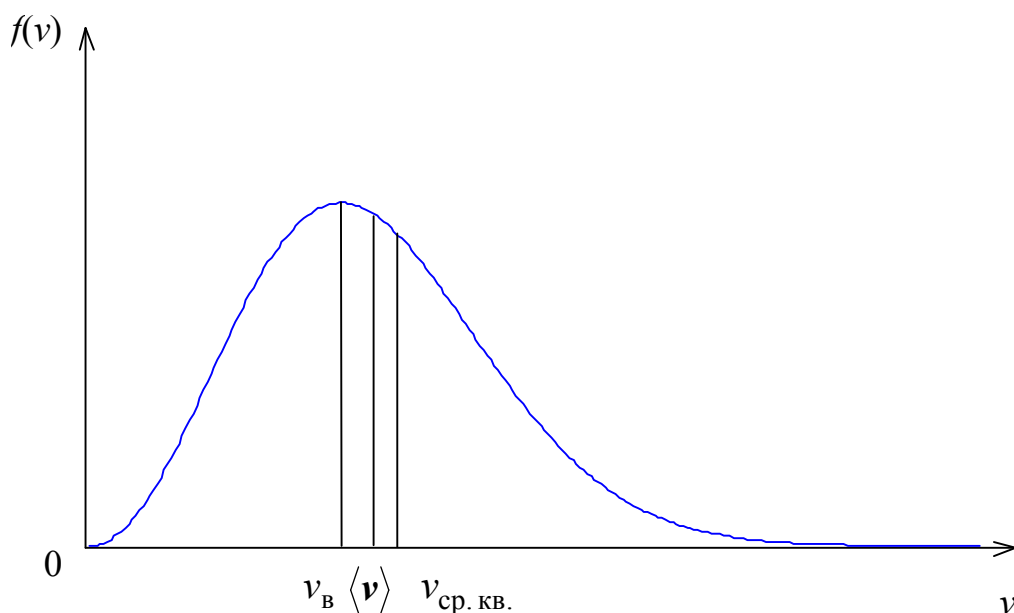


Рис. 3 – Кривая распределения по модулю скоростей с указанием характерных скоростей

Если имеется смесь газов, находящихся в равновесии, то в пределах молекул каждого сорта выполняется распределение Максвелла со своим значением массы. Более тяжелые молекулы будут двигаться в среднем с меньшей скоростью, чем более легкие.

2.4. Распределение Больцмана

В лекции 10 поставлена задача – *найти вероятность каждого микросостояния* равновесного идеального газа. Отмечено, что для чистого одноатомного газа эта задача сводится к поиску *шести функций* – трёх функций распределения скоростей молекулы (v_x, v_y, v_z)

и трёх функций распределения координат молекулы (x, y, z) . Функции распределения скоростей нами определены. Займёмся функциями распределения *координат*.

Сначала уточним, что мы хотим найти. Необходимо найти **функции распределения координат** молекулы. А что это такое? Например, что такое *функция распределения координатных*?

Согласно определению, – это такая функция $f(x)$, умножение которой на ширину dx бесконечно малого интервала $(x, x+dx)$ даёт вероятность $dW(x)$ того, что координата молекулы x попадёт в этот интервал $(x, x+dx)$.

$$dW(x) = f(x)dx .$$

С точки зрения физики это вероятность попадания хаотически блуждающей в пространстве молекулы в *фиксированную область пространства* между двумя параллельными плоскостями, расположенными на расстоянии dx друг от друга. Так как dx – бесконечно малая величина, то эта фиксированная область пространства тоже может быть названа *бесконечно малой*. Однако, более принят несколько иной подход. Рассматривается бесконечно малая область пространства в виде, например, *параллелепипеда* с размерами $dx \times dy \times dz$ и объёмом $dV = dx \cdot dy \cdot dz$. Этот параллелепипед называют **элементарным объёмом**. Определим *вероятность попадания молекулы в фиксированный элементарный объём*, расположенный в окрестности точки с координатами (x, y, z) . Так как элементарный объём бесконечно мал, то и искомая вероятность бесконечно мала, поэтому обозначим её $dW(x, y, z)$. Событие, вероятность которого мы собираемся определить, можно представить как три события:

- A – координата молекулы x попадает в интервал $(x, x+dx)$;
- B – координата молекулы y попадает в интервал $(y, y+dy)$;
- C – координата молекулы z попадает в интервал $(z, z+dz)$.

Вероятности этих трёх событий равны:

$$dW(A) = dW(x) = f_1(x)dx,$$

$$dW(B) = dW(y) = f_2(y)dy,$$

$$dW(C) = dW(z) = f_3(z)dz,$$

где $f_1(x)$, $f_2(y)$, $f_3(z)$ – функции распределения координат молекулы (x, y, z) . Так как x , y и z – независимые характеристики микросостояния молекулы, то события A , B и C – это *независимые случайные события*.

Тогда можно, используя закон умножения вероятностей, найти вероятность того, что эти события произойдут *одновременно*:

$$dW(x, y, z) = f_1(x)f_2(y)f_3(z)dx dy dz = f_1(x)f_2(y)f_3(z)dV = f(x, y, z)dV.$$

Таким образом, для нахождения вероятности попадания молекулы в фиксированный элементарный объём, расположенный в окрестности точки с координатами (x, y, z) , нужно или знать три функции распределения координат $f_1(x)$, $f_2(y)$, $f_3(z)$ или знать произведение этих функций $f(x, y, z)$. Мы найдём именно *произведение*.

Для решения задачи, как и при нахождении распределения Максвелла, нужны какие-то *постулаты*.

Координаты и скорости – независимые величины, *поровну* описывающие микросостояние частицы газа. Поэтому весьма вероятно, что функции распределения этих микропараметров *похожи* друг на друга. Перемножим друг на друга максвелловские функции распределения проекций скорости и посмотрим, какая при этом получится функция.

$$\begin{aligned} f_M(v_x, v_y, v_z) &= \left(\sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \right)^3 \exp \left\{ -\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT} \right\} = \\ &= \left(\sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \right)^3 \exp \left\{ -\frac{\varepsilon}{kT} \right\}. \end{aligned}$$

Получилась функция $f_M(v_x, v_y, v_z)$, зависящая от скоростей (v_x, v_y, v_z) через *кинетическую энергию* ε . Тогда разумно предположить, что произведение функций распределения координат $f(x, y, z)$ тоже зависит от координат (x, y, z) через какую-то *энергию*. Через какую? – Скорее всего, через *потенциальную* W_{Π} , ведь именно она зависит от координат (x, y, z) и не зависит от скоростей (v_x, v_y, v_z) в отличие от кинетической энергии ε , которая зависит от (v_x, v_y, v_z) , но не зависит от (x, y, z) . Кроме того, естественно предположить, что зависимость $f(x, y, z)$ от W_{Π} *такая же*, как и зависимость $f_M(v_x, v_y, v_z)$ от ε , то есть экспоненциальная:

$$f(x, y, z) = B \exp \left\{ -\frac{W_{\Pi}(x, y, z)}{kT} \right\},$$

где B – коэффициент, не зависящий от микросостояния молекулы.

Итак,

$$dW(x, y, z) = B \exp \left\{ -\frac{W_{\Pi}(x, y, z)}{kT} \right\} dV.$$

Зная эту вероятность, можно по формуле для среднего числа событий определить среднее число молекул $\langle dN(x, y, z) \rangle$ в элементарном объёме, находящемся в окрестности точки с координатами (x, y, z) :

$$\langle dN(x, y, z) \rangle = N \cdot B \exp \left\{ -\frac{W_{\Pi}(x, y, z)}{kT} \right\} dV,$$

где N – полное число молекул в газе. Так как отношение $\langle N(x, y, z) \rangle / dV$ – это по определению концентрация молекул n , то можно записать

$$n(x, y, z) = NB \exp \left\{ -\frac{W_{\Pi}(x, y, z)}{kT} \right\}.$$

Потенциальная энергия всегда отсчитывается от какой-то определённой точки. Иными словами, она полагается равной нулю в некоторой произвольно выбираемой точке. Обозначим координаты этой точки (x_0, y_0, z_0) . Тогда из последней формулы следует, что

$$n(x_0, y_0, z_0) = NB.$$

С учётом этого выражение (2) можно записать в виде:

$$n(x, y, z) = n(x_0, y_0, z_0) \exp \left\{ -\frac{W_{\Pi}(x, y, z)}{kT} \right\}.$$

Ещё короче эту формулу можно записать, обозначив $n(x_0, y_0, z_0) = n_0$. Тогда

$$n(x, y, z) = n_0 \exp \left\{ -\frac{W_{\Pi}(x, y, z)}{kT} \right\}.$$

Это выражение, представляющее собой зависимость концентрации молекул в равновесном идеальном газе от координат, и называется **распределением Больцмана**.

Из распределения Больцмана сразу становится ясным, при каких условиях концентрация молекул идеального газа становится не локальной, а глобальной величиной:

- во-первых, газ должен быть *равновесным*;
- во-вторых, должны *отсутствовать силовые поля*, действующие на его молекулы. Если силовые поля отсутствуют, то потенциальная энергия во всех точках пространства имеет одно и то же значение, тогда и концентрация тоже во всех точках имеет одно и то же значение.

Распределение Больцмана подтверждается многочисленными экспериментами – как непосредственными, так и косвенными. Одним из

косвенных подтверждений является то, что распределение Больцмана позволяет получить достаточно точную формулу зависимости давления земной атмосферы от высоты.

2.5. Барометрическая формула

Как известно, давление воздуха в земной атмосфере p падает с ростом высоты h . Зависимость $p(h)$ очень непростая, но есть одна *приближённая* формула, которой иногда можно пользоваться. Она называется «**барометрической формулой**». Получить её можно из *распределения Больцмана*, если сделать следующие приближения.

1. Температура с ростом высоты не меняется.
2. Воздух – это чистый идеальный газ.
3. Атмосфера – равновесная система.

По существу эти три приближения означают, что построена некоторая *модель атмосферы*, свойства которой, разумеется, отличаются от свойств реальной атмосферы, но *сходство* между ними тоже *должно быть*.

Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории давление газа p связано с концентрацией молекул в нём n и температурой T :

$$p = nkT.$$

Концентрация n связана с высотой h *распределением Больцмана*:

$$n(h) = n_0 \exp\left\{-\frac{W_n(h)}{kT}\right\} = n_0 \exp\left\{-\frac{mgh}{kT}\right\},$$

где n_0 – концентрация молекул на уровне Земли. Объединив два последних выражения, получим:

$$p(h) = p_0 \exp\left\{-\frac{mgh}{kT}\right\},$$

где p_0 – давление у поверхности Земли. Это и есть **барометрическая формула**.

Как уже указывалось, для реальной атмосферы барометрическая формула является *приближённой*. Для расчётов, требующих повышенной точности, существуют другие, несколько более сложные формулы.

Распределения Максвелла и Больцмана можно объединить в один закон Максвелла – Больцмана, в соответствии с которым число молекул, компоненты скорости которых лежат в пределах от v_x , v_y , v_z до

$v_x + dv_x, v_y + dv_y, v_z + dv_z$, а координаты – в пределах от x, y, z до $x+dx, y+dy, z+dz$, равно

$$dN_{v_x, v_y, v_z, x, y, z} = A \exp\left(-\frac{W_n + mv^2/2}{kT}\right) dv_x dv_y dv_z dx dy dz;$$

$A = n_0 (m/2\pi kT)^{3/2}$ – нормировочный множитель;

$$W_n = W_n(x, y, z); \quad v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2.$$

2.6. Примеры решения задач

1. Найти наиболее вероятную скорость v_B молекул газа, который при давлении 40 кПа имеет плотность $\rho=0,3$ кг/м³.

Решение

$$v_B = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}},$$

где μ – молярная масса газа. Согласно уравнению состояния

$$pV = \frac{M}{\mu} RT,$$

где M – масса газа.

$$\text{Отсюда } \frac{p}{\rho} = \frac{RT}{\mu}, \quad v_B = M \sqrt{\frac{2p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^4}{0,3}} = 513 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

2. Какая часть молекул азота при температуре 400 К имеет скорости в интервале от v_B до $v_B + \Delta v$, где $\Delta v = 20$ м/с?

Решение

Согласно распределению Максвелла для относительных скоростей

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} \Delta u;$$

$$\text{Так как } u = \frac{v}{v_B}, \text{ то } u = 1; \quad v_B = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,31 \cdot 400}{0,028}} = 487 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$\Delta u = \frac{\Delta v}{v_B} = \frac{20}{487} = 0,04; \quad \frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{3,14}} e^{-1} 0,04 = 0,033 = 3,3\%.$$

3. При какой температуре T кинетическая энергия W поступательного движения молекул равна 1 эВ?

Решение

1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж. Средняя энергия поступательного движения $W = \frac{3}{2} kT$.

Составляем уравнение $\frac{3}{2} kT = 1,6 \cdot 10^{-19}$

$$kT = \frac{2}{3} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23}} = 7730 \text{ К.}$$

4. Обсерватория расположена на высоте $h = 3250$ м над уровнем моря. Найти давление на этой высоте. Температура постоянна по высоте и равна 5°C . Молярная масса воздуха $0,029$ кг/моль. Давление на уровне моря $101,3$ кПа.

Решение

Согласно барометрической формуле $p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right)$,

$$p = 101,3 \cdot \exp\left(-\frac{0,029 \cdot 9,8 \cdot 3250}{8,31 \cdot 278}\right) = 67,2 \text{ кПа.}$$

5. Найти температуру азота, при которой функция распределения для скоростей 300 м/с и 600 м/с имеет одно и то же значение.

Распределение Максвелла по скоростям имеет вид

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2.$$

Составим уравнение

$$\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) v^2 = \exp\left(-\frac{4mv^2}{2kT}\right) 4v^2,$$

отсюда

$$\exp\left(\frac{(4-1)mv^2}{2kT}\right) = 4$$

или

$$\frac{(4-1)\mu v^2}{2R \ln 4} = T, \quad T = \frac{3 \cdot 0,028 \cdot 300^2}{2 \cdot 8,31 \cdot \ln 4} = 328 \text{ К}$$

2.7. Задания для решения на практических занятиях

1. Найти вероятность того, что молекула идеального газа имеет скорость, отличающуюся от удвоенной наиболее вероятной не более чем на 1 %.

2. Функция распределения молекул по скоростям в некотором пучке имеет вид:

$$f(v) = \frac{m^2}{2k^2T^2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) v^3.$$

Найти выражение наиболее вероятной скорости.

3. Определить долю молекул идеального газа, энергии которых отличаются от средней энергии поступательного движения ($3/2 kT$) не более чем на 1%.

4. Функция распределения молекул по энергиям имеет вид

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \sqrt{\varepsilon}. \text{ Найти наиболее вероятную энергию.}$$

5. Найти относительное число молекул газа, кинетические энергии которых отличаются от наиболее вероятной энергии не более чем на 1%.

6. Во сколько раз изменится значение максимума функции распределения по энергии при увеличении температуры газа в два раза.

7. Взвешенные в воздухе пылинки имеют массу 10^{-18} г. Во сколько раз уменьшится их концентрация при увеличении высоты на 10 м?

8. Определить силу F , действующую на частицу, находящуюся в однородном поле тяжести, если отношение n_1/n_2 концентраций частиц на уровнях, отстоящих друг от друга на 1 м, равно e . Температура равна 300 К.

9. На какой высоте h над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем у поверхности. $T = 290$ К.

10. В центрифуге находится некоторый газ при температуре 271 К. Ротор центрифуги радиусом 0,4 м вращается с угловой скоростью

500 рад/с. Определить относительную молекулярную массу M_r газа, если давление у стенки ротора в 2,1 раза больше давления в центре.

Тестовые вопросы

1. В чем состоит физическая причина симметрии кривой функции распределения Максвелла по компоненте скорости?

- 1) функция зависит от квадрата скорости;
- 2) физической причины нет;
- 3) движение молекулы в любом направлении равновероятно;
- 4) симметрия вытекает из условия нормировки.

2. Что показывает функция распределения Максвелла по модулю скорости?

а) относительное число частиц в единичном интервале скоростей вблизи заданной;

б) абсолютное число частиц в единичном интервале скоростей вблизи заданной;

в) вероятность обнаружения частицы, чья скорость находится в единичном интервале вблизи заданной скорости;

г) вероятность попадания молекулы в произвольный элемент пространства скоростей.

Ответы: 1) аб; 2) вг; 3) ав; 4) аг.

3. Какое из приведенных выражений соответствует средней скорости молекул?

$$1) \sqrt{\frac{3kT}{m}}; 2) \sqrt{\frac{2kT}{m}}; 3) \sqrt{\frac{3kT}{2m}}; 4) \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}.$$

4. Какое из приведенных выражений соответствует средней кинетической энергии поступательного движения молекул?

$$1) \frac{kT}{2}; 2) \frac{3kT}{2}; 3) \frac{5kT}{2}; 4) 3kT.$$

5. Какой кривой представляется график зависимости концентрации молекул от потенциальной энергии?

- 1) растущей экспонентой;
- 2) растущей гиперболой;
- 3) спадающей экспонентой;
- 4) спадающей гиперболой.

2.8. Задания для самостоятельного решения

1. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на 100 м/с? Ответ дать в СИ.

2. При какой температуре средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул равна 1 эВ? Ответ дать в СИ.

3. Найти в мм/с среднеквадратичную скорость капель тумана диаметром 10 мкм, находящихся в воздухе при температуре 5 °С.

4. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при нормальных условиях равна 400 м/с. Какое количество молекул содержится в 1 г этого газа?

5. Какая часть молекул кислорода при 20 °С обладает скоростью в интервале от 500 м/с до 510 м/с? Ответ дать в процентах.

6. Концентрация молекул водорода на уровне моря составляет 10^{-4} от концентрации молекул азота. Определить в км высоту, на которой концентрации этих газов будут равны. Температуру считать не зависящей от высоты и равной 260 К.

7. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу $2 \cdot 10^{-19}$ г. Во сколько раз уменьшается их концентрация при увеличении высоты на 10 м? Температура воздуха равна 300 К и не изменяется с высотой.

8. Найти в СИ температуру газообразного азота, при которой абсолютным скоростям молекул $v_1 = 300$ м/с и $v_2 = 600$ м/с соответствуют одинаковые значения функции распределения Максвелла.

9. В центрифуге находится некоторый газ при температуре 300 К. Ротор центрифуги радиусом 0,4 м вращается с угловой скоростью 500 рад/с. Определить в граммах массу одного моля газа, если давление у стенки ротора в 1,38 раза больше давления в его центре.

10. Какая доля молекул азота имеет скорости в интервале от 600 м/с до 650 м/с при $T = 300$ К? Ответ дать в процентах.

Тестовые вопросы

1. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории связывает давление p , оказываемое газом на стенки сосуда, со средней энергией поступательного движения молекул. Из предложенных ниже выражений укажите верное:

1) p равно $1/3$ средней энергии молекул всего газа, находящегося в сосуде;

2) p равно $2/3$ средней энергии молекул всего газа;

3) p равно $1/3$ средней энергии молекул, находящихся в единице объёма газа;

4) p равно $2/3$ средней энергии молекул, находящихся в единице объёма газа.

2. Что выражает собой величина $kT/2$, где k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура?

Ответы:

1. Суммарную среднюю энергию теплового движения молекулы.

2. Среднюю энергию поступательного движения молекулы.

3. Среднюю энергию вращательного движения молекулы.

4. Среднюю энергию теплового движения молекулы, приходящуюся на одну степень свободы.

3. Распределение Больцмана...

1) описывает распределение частиц по значениям потенциальной энергии;

2) описывает распределение частиц по значениям кинетической энергии;

3) справедливо не только для молекул идеального газа, но и для броуновских частиц;

4) справедливо как для нейтральных, так и для заряженных классических частиц;

5) укажите *неверное* утверждение.

4. В каком случае распределение молекул идеального газа по абсолютным значениям скоростей *не подчиняется* закону Максвелла?

Ответы:

1. В условиях термодинамического равновесия.

2. В условиях термодинамического равновесия и действия гравитационного поля.

3. В любом промежуточном состоянии при квазиравновесном расширении.

4. В условиях неравновесного состояния системы.

5. Молекулы какого из перечисленных ниже газов, входящих в состав воздуха, обладают наибольшей средней арифметической скоростью? Воздух находится в состоянии термодинамического равновесия при температуре 300 К.

- 1) Азот.
- 2) Кислород.
- 3) Водород.
- 4) Углекислый газ.
- 5) Пары воды.
- 6) Аргон
- 7) Гелий.

Ответы к задачам

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
337	7730	0,15	$1,4 \cdot 10^{22}$	1,84	78	114	330	40	7

Ответы к тестовым вопросам

Тест	1	2	3	4	5
Ответ	4	4	2	4	3

Вопросы для самоконтроля

1. Что распределено и по какому параметру в распределении Максвелла?
2. Что является основным признаком классического распределения?
3. Каково соотношение между наиболее вероятной, средней и среднеквадратичной скоростями?
4. Как изменяется соотношение между тяжелыми и легкими газами в атмосфере с увеличением высоты?
5. Как выглядит общее правило нахождения среднего значения случайной величины?
6. В чем преимущество использования распределения по относительной скорости?
7. Как выглядит условие нормировки и в чем его физический смысл?

3. ТЕРМОДИНАМИКА

Термодинамика – это *наука о теплоте и о превращениях теплоты*. Одно из самых практически полезных превращений теплоты – это *превращение в механическую работу*. Появление и развитие термодинамики позволило создать эффективные машины, превращающие тепло в работу. Они называются *тепловыми машинами*. Рассмотрим только ту часть термодинамики, в которой изучаются тепловые машины.

В разделе 1 рассмотрены такие понятия, как *изолированная и неизолированная термодинамические системы, термодинамическое состояние, термодинамический процесс*. Для модели идеального газа определена связь между параметрами состояния, которая выражена в виде *уравнения состояния*. Введено понятие *теплоемкости* идеального газа, рассмотрены основные *термодинамические процессы* и их уравнения.

Обратимся вновь к понятию *процесс* в термодинамической системе и рассмотрим более подробно *функции процесса*. В системе могут происходить самые разные процессы. Для того чтобы описывать их и отличать друг от друга *количественно*, необходимо ввести физические величины, которые и называются *функциями процесса*.

3.1. Функции состояния и функции процесса

Физическая величина, значение которой *однозначно* определяется процессом, произошедшим в системе, называется *функцией процесса*.

Функции процесса разделяют на два типа.

Первый тип

В ходе процесса меняются значения *функций состояния*. Вспомним, что функция состояния, это физическая величина, значение которой *однозначно* определяется состоянием системы. Изменение каждой из функций состояния, произошедшее в результате процесса, является функцией процесса. Например, функция процесса – это *изменение объёма*

$$\Delta V = V_2 - V_1,$$

где V_1 – объём системы в начале процесса, а V_2 – объём системы в конце процесса. Точно так же функции процесса – это *изменение давления*

$\Delta p = p_2 - p_1$, изменение температуры $\Delta T = T_2 - T_1$ и изменение внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$. Таким образом, функции процесса первого типа, это по сути, функции состояния системы такие, как давление, объем, температура, внутренняя энергия.

Второй тип – более важный. К нему относятся физические величины, имеющие смысл только тогда, когда протекает процесс. Если процесса нет, то есть система равновесная, или если рассматривается состояние системы в какой-то фиксированный момент времени t , то функции процесса второго типа никакого смысла не имеют. Будем рассматривать и использовать лишь три функции процесса второго типа:

- **работа**;
- **тепло** (количество теплоты) Q , получаемое системой;
- **теплоёмкость**, в том числе удельная и молярная теплоёмкости системы C .

Функции процесса первого типа, т.е. функции состояния системы мы рассматривали в одной из предыдущих лекций, знакома нам и такая физическая величина, как теплоемкость. Для того, чтобы можно было перейти к изучению основных законов или *начал* термодинамики, кратко рассмотрим понятия *работа* и *теплота* в термодинамике.

В большинстве случаев рассматриваемые в термодинамике системы не являются изолированными и взаимодействуют с окружающей средой. Обычно такое взаимодействие сопровождается обменом энергией. Существует множество способов такого обмена. В термодинамике все эти способы подразделяются на две обобщенные формы: *работу* и *теплоту*. В основе этого деления лежит понятие о внешних параметрах системы.

Внешними параметрами системы называют величины, определяющие положение и состояние внешних тел, с которыми взаимодействует система.

Если на систему действуют внешние макроскопические поля, то характеристики этих полей также входят в состав внешних параметров.

Наряду с внешними параметрами вводится также понятие о внутренних параметрах системы.

Внутренними параметрами системы называют величины, являющиеся функциями координат и импульсов молекул, образующих систему.

Внешние параметры влияют на состояние системы и, следовательно, на ее внутренние параметры. Пример. Газ, заключенный в сосуд, подвергается действию сил тяжести. Поле тяготения является внешним параметром. Кроме того, объем газа определяется положением стенок сосуда. Внутренними параметрами будут давление и плотность, которые в условиях действия сил тяжести являются функциями координат.

Перейдем к термодинамическому определению понятия *работы*.

Работой называется обобщенная форма обмена энергией между системой и окружающей средой, в основе которой лежит изменение внешних параметров системы.

Пусть, для примера, система – это газ. Всякий газ стремится расшириться, то есть увеличить свой объем. Если при этом газ взаимодействует с другим макроскопическим объектом – например, с поршнем, то при своём расширении газ приводит его в движение, то есть сообщает ему *кинетическую энергию*. А из механики известно, что работа A – это как раз и есть *изменение кинетической энергии*.

Элементарной работой δA называется работа, совершённая системой в ходе *элементарного* процесса. Элементарная работа определяется формулой

$$\delta A = p \cdot dV$$

где p – давление газа; dV – бесконечно малое изменение объема системы.

Если газ расширяется, то его объем в каждом элементарном процессе увеличивается, то есть $dV > 0$, и это значит, что элементарная работа газа $\delta A > 0$. Если газ сжимается, то $dV < 0$ и $\delta A < 0$. При этом говорят, что не газ совершает работу, а *над газом совершается работа*. Элементарную работу, совершаемую *над газом*, обозначают $\delta A'$. Связь между δA и $\delta A'$ следующая:

$$\delta A' = -\delta A.$$

Элементарная работа δA является *бесконечно малой* величиной, так как она пропорциональна бесконечно малой величине dV . Есть, однако, существенная разница между этими двумя бесконечно малыми величинами δA и dV . Обе они являются функциями процесса. Однако dV – это функция процесса *первого типа*, так как она представляет собой изменение функции состояния V , а δA – функция процесса *второго типа*, так как работа, в отличие от объёма, не является функцией состояния и имеет смысл только тогда, когда в системе *происходит процесс*, то есть её состояние меняется. Для совершения работы всегда требуется какой-то промежуток времени, а для объёма никакой промежуток времени не нужен – в каждый момент времени объём системы имеет вполне определённое значение. Поэтому бесконечно малые величины dV и δA обозначаются по-разному: символ d означает бесконечно малое *изменение*, а символ δ – бесконечно малую *порцию*.

Работа системы в ходе произвольного (не элементарного) процесса определяется формулой

$$A = \int \delta A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

а *работа над системой* – аналогичной формулой

$$A' = \int \delta A' = - \int \delta A = - \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Единицей измерения работы в СИ является Дж.

Таким образом, работа положительна, если ее совершают силы самой системы над ее окружением, и отрицательной, если силы внешней среды совершают работу над системой. Из определения следует, что работа является макроскопической формой обмена энергией.

Теперь рассмотрим понятия *тепло*, *теплота*.

Рассмотрим две *замкнутые равновесные* системы A и B с разными температурами T_a и T_b . Пусть для определённости $T_a > T_b$. Если A и B привести в контакт, то образуется новая замкнутая система AB , которая не является равновесной, так как в разных её частях разная температура. В результате в системе начнётся процесс *релаксации*, который приведёт к выравниванию температур. Установившаяся температура T будет больше T_b , но меньше T_a . Так как температура определяет внутреннюю энергию системы (*внутренней* называется энергия системы,

связанная с внутренними движениями частиц системы и их взаимодействиям между собой), то в итоге внутренняя энергия системы A понизится ($\Delta U_a < 0$), а внутренняя энергия системы B повысится ($\Delta U_b > 0$). Тот факт, что система AB – замкнутая, означает неизменность её внутренней энергии в любом процессе, поэтому

$$\Delta U_b = -\Delta U_a,$$

то есть внутренняя энергия системы B прирастает за счёт убыли внутренней энергии системы A . Иными словами, системы *обмениваются энергией*. Этот обмен называется *теплообменом*.

*Энергия, которую получает система при теплообмене с окружающей средой, называется **теплом** (количеством теплоты) и обозначается буквой Q .*

Если $Q > 0$, то система *получает* энергию из окружающей среды, если $Q < 0$, то система *отдаёт* энергию в окружающую среду. Так как тепло – это одна из форм энергии, то единица её измерения в СИ – это Дж.

Тепло Q является функцией процесса второго типа, так как по отношению к *состоянию* системы Q не имеет смысла. Система в каждом своём состоянии не обладает теплом, у неё есть *внутренняя энергия* U – это действительно функция состояния, но это – *не тепло*. Обладая внутренней энергией, система лишь имеет *возможность передать тепло*, причём это тепло всегда *меньше U* .

Разбив процесс теплообмена на цепочку элементарных процессов, можно представить тепло как сумму бесконечно малых *порций* тепла δQ , получаемых системой в элементарных процессах, то есть *интеграл*:

$$Q = \int \delta Q.$$

Для вычисления этого интеграла необходимо сначала получить выражение, связывающее элементарную порцию тепла δQ с бесконечно малым изменением какой-либо функции состояния (иными словами, под знаком интеграла должен появиться дифференциал). Это можно сделать, например, используя понятие теплоёмкости

Необходимо отметить, что *работа* и *теплота* – не виды энергии, а формы ее обмена.

3.2. Первый принцип (первое начало) термодинамики

Если система в ходе элементарного процесса получает тепло δQ из окружающей среды, то это приводит к увеличению внутренней энергии системы dU . Но совсем не обязательно, что dU и δQ совпадают. $dU = \delta Q$ лишь в том случае, когда при теплообмене *не изменяется объём* системы. Если же в процессе теплообмена система расширяется, то это означает, что она *совершает работу* δA . Следовательно, приобретаемая в процессе теплообмена энергия δQ разделяется на две части: одна идёт на увеличение внутренней энергии dU , вторая – на совершение работы системой. Это и составляет *суть первого начала термодинамики*, одного из *важнейших законов* этой науки.

В каждом элементарном процессе *тепло* δQ , приобретённое системой, расходуется на *увеличение внутренней энергии* системы dU и *работу* δA , совершаемую системой в этом процессе.

$$\delta Q = dU + \delta A$$

По сути первое начало термодинамики есть разновидность *закона сохранения энергии*.

При взаимодействии с окружающей средой молекулы системы, двигаясь *хаотически*, сталкиваются с молекулами среды, которые тоже двигаются *хаотически* – в *разных направлениях* и с *разными скоростями*. Каждое столкновение пары молекул приводит к изменению кинетических энергий молекул, причем быстрые молекулы при соударениях с медленными теряют энергию, а медленные её приобретают. Если температура системы меньше температуры окружающей среды, то средняя кинетическая энергия молекул системы меньше средней кинетической энергии молекул среды. Результатом всех соударений за время dt будет увеличение суммарной кинетической энергии молекул системы на величину dE . Ясно, что dE – величина *случайная*. А вот её среднее значение $\langle dE \rangle$ уже не является случайной величиной, а представляет собой прирост внутренней энергии системы за счёт взаимодействия с более нагретой окружающей средой, то есть *элементарную порцию тепла* δQ .

В течение того же промежутка времени dt другие молекулы системы взаимодействуют с подвижными частями сосуда, в котором находится система, – например с поршнем. При этом если давление

в сосуде больше внешнего давления, то сумма сил, действующих на поршень, будет отлична от нуля и направлена *из системы*. В результате поршень будет выдвигаться из системы, причём *с ускорением*, и кинетическая энергия его за время dt увеличится на $dE_{\text{п}}$. Это и есть элементарная работа системы δA . *Источником* этой работы является то, что молекулы системы, ударяясь об удаляющийся поршень, отскакивают от него, в соответствии с законами механики, с *меньшей кинетической энергией*. В результате *средняя кинетическая энергия молекул системы уменьшается* за время dt на величину $dE_{\text{п}} = \delta A$.

Итак, за время dt средняя кинетическая энергия молекул системы за счёт взаимодействия с более нагретым термостатом увеличивается на $\langle dE \rangle = \delta Q$, а за счёт взаимодействия с поршнем (совершения работы) уменьшается на $dE_{\text{п}} = \delta A$. В результате изменение средней кинетической энергии молекул системы, то есть изменение *внутренней энергии системы* dU равно

$$dU = \langle dE \rangle - dE_{\text{п}} = \delta Q - \delta A,$$

откуда как раз и следует первое начало термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

3.3. Изопроцессы идеального газа

Рассмотрим примеры вычисления работы и некоторых других функций при изопроцессах.

Рассмотрим идеальный газ, способный производить работу расширения.

1. **Изохорический процесс.** $V = \text{const}$.

Работа. Так как по определению в изохорическом процессе газ не расширяется и не сжимается, то он *не совершает ни положительной, ни отрицательной работы*. $A = 0$.

Тепло. При $\delta A = 0$ элементарная порция полученного системой тепла равна приросту внутренней энергии: $\delta Q = dU$. Это значит, что всё сообщаемое системе тепло превращается в её внутреннюю энергию. Внутренняя энергия идеального газа, удалённого от силовых полей, есть средняя суммарная **кинетическая** энергия всех его молекул.

$$U = \langle W_{\text{к}} \rangle = \frac{i}{2} NkT \Rightarrow dU = \frac{i}{2} NkdT.$$

Число молекул N выразим через число молей ν (ню?) газа:

$$\nu = N/N_A, \quad Nk = N_A \nu k = \nu R,$$

где k – постоянная Больцмана; R – универсальная газовая постоянная; N_A – число Авогадро (число молекул в одном моле любого вещества).

Тогда

$$dU = \frac{i}{2} Nk dT = \frac{i}{2} \nu R dT.$$

В изохорном процессе единственным способом изменения внутренней энергии системы является теплообмен.

Тогда из первого начала термодинамики при изохорическом процессе $\delta Q = dU$ следует, что

$$\delta Q = \frac{i}{2} \nu R dT.$$

Полное тепло, которое получает газ в изохорическом процессе, равно

$$Q = \int_1^2 \delta Q = \frac{i}{2} \nu R \Delta T.$$

2. Изобарический процесс. $P = \text{const}$.

Работа. По определению работы

$$A = \int \delta A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Так как в изобарном процессе $p = \text{const}$, то давление p можно вынести из-под знака интеграла, и тогда

$$A = p(V_2 - V_1) = p\Delta V.$$

- При изобарном расширении $\Delta V > 0$, и газ совершает положительную работу, *тратя* на это свою внутреннюю энергию.

- При изобарном сжатии $\Delta V < 0$, и работа газа отрицательна, то есть работа совершается внешним объектом над газом, и газ при этом *получает извне* добавку к своей внутренней энергии.

Тепло. Итак, при изобарном расширении газ совершает работу. Её непосредственным источником является *внутренняя энергия* газа. Но изобарное расширение происходит при нагревании, то есть *при повышении температуры*. Это значит, что в этом процессе внутренняя энергия *увеличивается*. Итак, несмотря на то, что внутренняя энергия газа расходуется на совершение работы, она не уменьшается,

а *увеличивается*. Это возможно только при условии, что система получает тепло, причём столько, что его хватает не только на восполнение той части внутренней энергии, которая расходуется на совершение работы, но и на *увеличение внутренней энергии*. Прирост внутренней энергии dU связан с приростом температуры dT

$$dU = \frac{i}{2} \nu R dT,$$

а порция тепла, вызвавшая этот прирост, равна согласно первому началу термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A = \frac{i}{2} \nu R dT + p dV.$$

Увеличение объёма dV и температуры dT в изобарном процессе однозначно связаны друг с другом. Эту связь можно найти из уравнения Менделеева – Клапейрона $pV = \nu RT$. Вычисляя дифференциал от обеих частей этого уравнения с учётом того, что $p = \text{const}$, получим:

$$p dV = \nu R dT.$$

Тогда полученное выше равенство преобразуется к виду:

$$\delta Q = \frac{i}{2} \nu R dT + \nu R dT = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) \nu R dT = C_p dT.$$

Итак, в изобарном процессе *выполняется закон нагревания* (δQ пропорционально dT), и *теплоёмкость* газа (коэффициент пропорциональности между δQ и dT) **не зависит от температуры газа**.

$$C_p = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) \nu R.$$

Полное тепло, которое получает газ в изобарном процессе, равно:

$$Q = \int_1^2 \delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT = C_p \Delta T = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) \nu R \Delta T.$$

3. Изотермический процесс

Работа. Согласно определению

$$A = \int \delta A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Чтобы вычислить этот интеграл, необходимо подставить в него выражение для подынтегральной функции $p(V)$. Его можно получить

из уравнения состояния, связывающего p с V . Для идеального газа – это *уравнение Менделеева – Клапейрона*, из которого следует:

$$p = \nu RT \cdot \frac{1}{V}.$$

Тогда

$$A = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT (\ln V_2 - \ln V_1) = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Тепло. Источником работы A , как следует из *первого начала термодинамики*, является внутренняя энергия U и подводимое к газу тепло Q . Так как в изотермическом процессе *внутренняя энергия не меняется*, то есть в каждом элементарном процессе $dU = 0$, то $\delta Q = \delta A$. Это значит, что

в изотермическом процессе фактически только тепло является источником работы, причём в работу превращается всё подводимое к газу тепло.

Поэтому из выражения для работы следует:

$$Q = A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

4. Адиабатический процесс

Работа. Для определения работы необходимо вычислить интеграл

$$A = \int \delta A = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV.$$

Зависимость $p(V)$ следует из уравнения Пуассона $pV^\gamma = \text{const}$. При этом вычисление интеграла приводит к следующему *результату*.

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right).$$

При адиабатном *расширении* работа *положительна* (её совершает газ), при *сжатии* – *отрицательна* (её совершает над газом *внешняя сила*).

Последнее выражение связывает работу газа с *изменением его объёма*.

Используя уравнение Пуассона, можно связать работу с *относительным изменением давления* $\frac{p_2}{p_1}$ в виде:

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right).$$

Тепло. По определению адиабатного процесса система в этом процессе *не получает и не отдаёт* тепло, так что $\delta Q = 0$ и $Q = 0$.

На прошлой лекции мы поставили задачу: изучить те разделы термодинамики, которые необходимы для понимания принципов работы *тепловых машин*. На стадии постановки задачи было очевидно, что в основе работы тепловой машины лежит обмен энергией. С этой исходной позиции мы приступили к анализу процессов, которые связаны с теплообменом. Прежде всего, мы определились с функциями термодинамического процесса. Без больших затруднений мы записали ряд функций процесса, которые одновременно являются функциями состояния системы. Мы ограничились четырьмя физическими величинами: давлением, температурой, объемом и внутренней энергией системы. Затем, рассмотрев физический смысл работы и теплоты в термодинамике, мы пришли к выводу о том, что работа и теплота – это не виды энергии, а формы обмена энергией. Более того, по смыслу эти величины также являются функциями процесса. Однако, по ряду причин, их нельзя смешивать с уже введенными функциями процесса. Одной из причин, в частности, явилось то, что если их объединить с уже введенными функциями, то необходимо распространить на них ряд свойств, присущих функциям состояния. Например, пытаться на их основе характеризовать не только процесс, но и состояние термодинамической системы. Поскольку можно считать, что каждое последующее элементарное макросостояние системы, являющееся следствием процесса (или перехода от состояния к состоянию), есть состояние квазиравновесное, то в этой последовательности рассуждений мы должны придти к выводу, что равновесное состояние нужно характеризовать еще и *работой* и *теплом*. Нарушение логики рассуждений состоит в том, что работа и тепло могут быть характеристиками системы лишь в том случае, если она находится в динамике, или в процессе изменения, и теряют смысл в статическом (равновесном) состоянии термодинамической системы. Именно по этой причине, учитывая, что,

работа и теплота все таки необходимы для описания термодинамического процесса, мы разделили характеристики процесса на два типа. Кроме того, мы ввели различные математические символы при характеристике элементарных процессов и элементарных изменений функций процессов. Символом δ мы обозначили *порцию* или *элементарное количество* тепла или работы, а символом d – дифференциал (элементарное изменение) функции первого типа. С использованием этих, малосущественных, на первый взгляд, различий в представлениях о функциях процесса, мы сформулировали важный первый закон термодинамики, или, пользуясь исторически более точным определением, первое начало термодинамики. Суть этого закона состояла в том, что

в каждом элементарном процессе *тепло* δQ , приобретённое системой, расходуется на *увеличение внутренней энергии* системы dU и *работу* δA , совершаемую системой в этом процессе: $\delta Q = dU + \delta A$.

Далее основная по объёму часть лекции была посвящена анализу частных случаев и способов решения конкретных задач на основе первого начала термодинамики для изопроцессов.

3.4. Тепловая машина

Современные тепловые машины чрезвычайно разнообразны, но в основе каждой из них лежат *два принципа*.

Принцип первый. В машине должно присутствовать тепло, и оно должно превращаться в работу.

Тепло – это *функция процесса*. Процесс, в котором возникает тепло, называется *теплообменом*, поэтому в тепловой машине должно быть по меньшей мере *два* элемента, обменивающихся теплом. Один элемент – более нагретый, он тепло отдаёт, и его называют *нагревателем*. Другой элемент это тепло получает и превращает в *работу*, то есть он приходит *в движение* и передаёт свою кинетическую энергию другим механическим объектам (поршням, турбинам и пр.). Этот второй элемент называется *рабочим телом*. Практически во всех тепловых машинах рабочим телом является *газ*, и мы в дальнейшем будем для простоты считать этот газ *идеальным*. Есть ещё и *третий* элемент, который называется *холодильником*. Его температура ниже температуры рабочего тела, поэтому при контакте с рабочим телом холодильник забирает у него некоторое тепло. Схема тепловой машины,

основанная на этом принципе, изображена на рис. 1. На этой схеме H – нагреватель, PT – рабочее тело, X – холодильник, Q_n – тепло, которое передаётся за цикл от нагревателя к рабочему телу, Q_x – тепло, которое передаётся за цикл от рабочего тела к холодильнику.

Принцип второй. Тепловая машина должна работать циклически. Рабочее тело, получая тепло от нагревателя, *меняет своё состояние*. Именно поэтому и совершается работа, ведь элементарная работа δA определяется формулой $\delta A = p dV$, из которой следует, что для совершения работы требуется

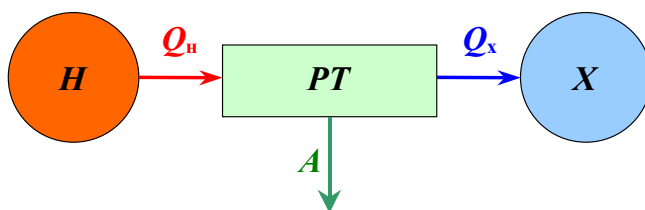


Рис. 1 – Схема тепловой машины изменение объема рабочего тела dV

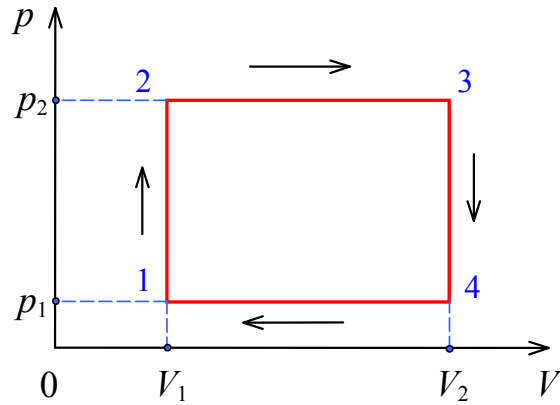
Объем же – это *функция состояния*. Поэтому в процессе работы тепловой машины возможна лишь одна устойчивая ситуация: состояние рабочего тела меняется *периодически*, и тогда *графиком процесса*, происходящего с рабочим телом, является в любых координатах *замкнутая* линия, называемая **циклом**.

Любая иная ситуация связана с тем, что состояние рабочего тела меняется и с течением времени всё дальше удаляется от начального состояния. В этом случае машине непременно грозит авария, так как в какой-то момент времени состояние её рабочего тела станет несовместимым с самой возможностью существования машины. Таким образом, вторая ситуация неприемлема, и остаётся только первая – тепловая машина должна работать *циклически*.

И тут сразу же возникает проблема – **КАКИМ должен быть цикл?**

Иными словами, *как и в какой последовательности* должны меняться в цикле функции состояния рабочего тела – давление, объём, температура и т.д.

Решение этой проблемы не однозначно. Вот одно из них: надо просто нарисовать на графике в каких-либо координатах произвольную замкнутую линию, а затем подобрать уравнения, которые её описывают. Например, нарисовать на графике в координатах (p, V) прямоугольник:



Ясно, что уравнения этого цикла имеют следующий вид:

$$(1 \rightarrow 2): V = V_1; \quad (2 \rightarrow 3): p = p_2; \quad (3 \rightarrow 4): V = V_2; \quad (4 \rightarrow 1): p = p_1.$$

Вопрос только – а *хороший* ли это цикл? Чтобы ответить на этот вопрос, все циклы надо как-то сравнивать между собой. Для этого вводится физическая величина, которая служит *количественной* характеристикой цикла и, значит, тепловой машины, в которой этот цикл реализован. Такой величиной является *коэффициент полезного действия* (*к.п.д.*) тепловой машины.

Коэффициент полезного действия (к.п.д.) тепловой машины

Исходя из общего определения коэффициента полезного действия машины как *отношения полезной энергии к энергии затраченной*, естественно ввести понятие к.п.д. тепловой машины следующим образом.

Коэффициентом полезного действия тепловой машины (цикла) называется отношение *работы* A , совершаемой машиной за цикл, к *теплу* Q_H , которое за цикл передаёт нагреватель рабочему телу.

$$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{Q_X}{Q_H}$$

Покажем это, рассмотрев простой цикл, приведенный на рис. 2.

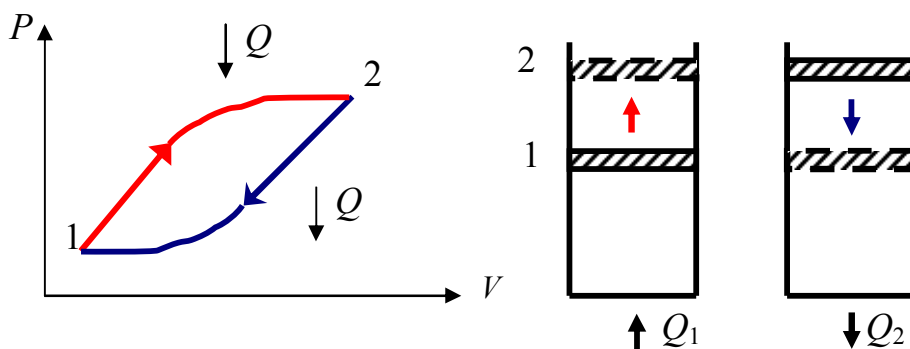


Рис. 2

Пусть в рабочем цилиндре машины находится газ или другое вещество, называемое рабочим телом. Начальное состояние рабочего тела на диаграмме P, V изображается точкой 1. Приведем цилиндр в контакт с тепловым резервуаром – рабочее тело начнет разогреваться и расширяться. Цилиндр, получив тепло Q_1 совершив работу A_1 , перейдет в состояние 2. В соответствии с первым началом термодинамики должен выполняться закон сохранения энергии в тепловом процессе:

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1.$$

Чтобы вернуть поршень в исходное состояние 1, необходимо сжать рабочее тело, для этого следует затратить работу $-A_2$. Выигрыш в работе получится, если $A_2 < A_1$. С этой целью сжатие следует производить при охлаждении цилиндра, от которого тепло отводится к холодильнику. В соответствии с первым началом термодинамики:

$$-Q_2 = U_1 - U_2 - A_2.$$

Из полученных соотношений следует, что

$$Q_1 - Q_2 = A_1 - A_2.$$

В круговом цикле тепловая машина получила от нагревателя тепло Q_1 и отдала холодильнику тепло $-Q_2$. Количество тепла $Q_1 - Q_2$ пошло на совершение полезной работы $A_1 - A_2 = A$. Отношение

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

называется *коэффициентом полезного действия* (к.п.д.) тепловой машины. Чем выше к.п.д. цикла тепловой машины, тем она полезнее, и тем лучше (ценнее) цикл, по которому машина работает. Естественно, что добиться как можно большего к.п.д. цикла – это одна из важнейших проблем теплотехники. Если бы удалось построить периодически действующую тепловую машину без холодильника, т.е. при $Q_2 = 0$, то получилась бы тепловая машина с $\eta = 1$, которая может всю заимствованную теплоту превращать в работу. В такой машине не нарушался бы закон сохранения энергии, а поскольку в окружающем нас мире запасы тепловой энергии практически безграничны, такая машина могла бы называться вечным двигателем – *перпетуум мобиле второго рода*. О вечных двигателях поговорим несколько позже, а сейчас рассмотрим тепловую машину, которая является самой эффективной среди тепловых машин, – машину Карно.

Машина Карно работает по замкнутому циклу, приведенному на рисунке 3. Источник энергии – нагреватель – поддерживает постоянную температуру теплового резервуара T_1 , а второй тепловой резервуар – холодильник – имеет более низкую температуру T_2 .

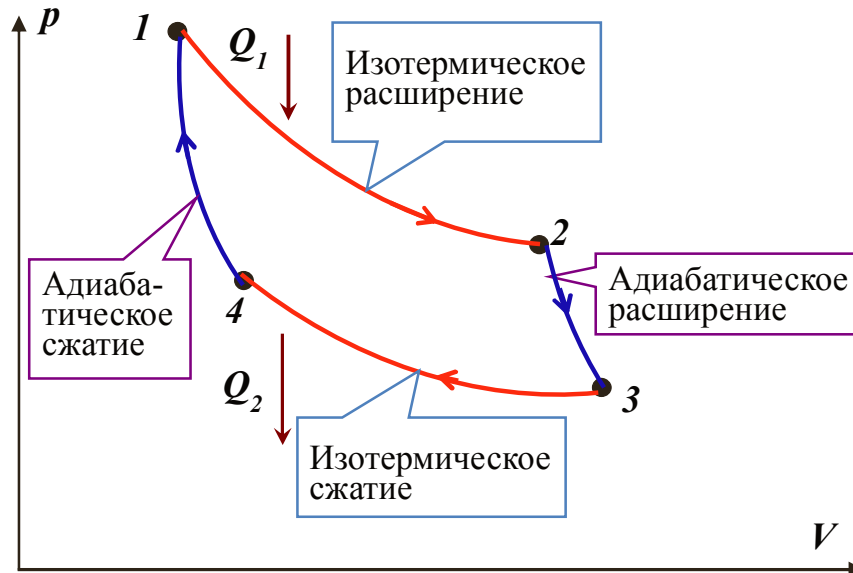


Рис. 3 – Цикл Карно в координатах $p - V$.

Цикл Карно состоит из чередующихся изотерм и адиабат. Из рисунка видно, что:

- рабочее тело совершает *положительную* работу (расширяется) на участке (1–2–3). Это означает, что участок цикла (1–2–3) есть **такт расширения**. Во время этого такта рабочее тело, расширяясь, приводит в движение какие-то макрообъекты (например, поршень), то есть сообщает им кинетическую энергию. Контакт с нагревателем прекращается в точке 2. Во время адиабатического расширения на участке (2–3) совершается положительная работа, убывает внутренняя энергия и понижается температура рабочего тела;

- участок (3–4–1) – это **такт сжатия**. На этом участке с помощью внешних сил и холодильника рабочее тело сжимают, чтобы вернуть его в исходное состояние 1. В точке 3 рабочее тело приводится в контакт с холодильником и находясь в этом контакте, изотермически сжимается действием внешних сил. При этом совершается отрицательная работа сжатия и холодильнику передается часть полученной от нагревателя теплоты. В точке 4 прекращается контакт с холодильником и рабочее тело адиабатически сжимается действием внешних сил до исходного состояния 1. Требуемая для этого энергия есть

неизбежные потери, без которых невозможно осуществить цикличность работы тепловой машины.

Отметим одну особенность цикла Карно. Работа A_{23} , которую рабочее тело совершает при *адиабатическом расширении*, равна работе A_{14} , которая совершается *внешней силой* при *адиабатическом сжатии* рабочего тела. Поэтому кинетическая энергия, которую рабочее тело при адиабатном расширении передаёт внешним телам (например, поршню или турбине), *полностью возвращается назад* во время сжатия рабочего тела. Таким образом, адиабатное расширение рабочего тела по существу не вносит вклад в полезную работу машины.

Уникальность цикла Карно состоит в том, что это единственный цикл, который при наличии одного нагревателя и одного холодильника может быть выполнен обратимым образом. В цикле Карно представлены две изотермы, на которых происходит обратимый теплообмен рабочего тела с нагревателем и холодильником. Переходы между этими изотермами при отсутствии тел с промежуточными температурами между T_1 и T_2 могут быть произведены только адиабатическим путем, исключаяющим необходимость теплообмена.

Таким образом, при наличии одного нагревателя и одного холодильника обратимым может быть только цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, т.е. цикл Карно.

Выполним расчет КПД цикла. Пусть рабочим телом, выполняющим цикл Карно, является идеальный газ. Поскольку полезная работа цикла равна алгебраической сумме работ на всех его ветвях, то для КПД получим

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}}{Q_1},$$

Q_1 – это теплота, которую рабочее тело получает от нагревателя.

Вспомним, что работа на изотермических участках равна

$$A_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad A_{34} = -\nu RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4},$$

а на адиабатических участках

$$A_{23} = \nu c_v (T_1 - T_2), \quad A_{41} = -\nu c_v (T_1 - T_2).$$

Для идеального газа работа при изотермическом процессе равна поглощенной теплоте:

$$Q_1 = A_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Подставляя все выражения в формулу для КПД, получим

$$\eta = \frac{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}.$$

Исключим из этих выражений объемы. Сделать это легко, воспользовавшись уравнением связи параметров состояния

$$P_1 V_1 = P_2 V_2; P_2 V_2^\gamma = P_3 V_3^\gamma;$$

$$P_3 V_3 = P_4 V_4; P_4 V_4^\gamma = P_1 V_1^\gamma.$$

Из этих соотношений можно получить $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$. Тогда выражение для КПД принимает окончательный вид

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Полученное значение КПД есть предельное значение для тепловых машин, В реальных условиях к нему можно приближаться, но невозможно его достигнуть.

Из выражения для КПД видно, что для увеличения КПД нужно расширять температурный интервал, в котором работают машины. Экономически нецелесообразно использовать холодильники с температурой, ниже температуры окружающей среды. Следовательно, нужно увеличивать температуру нагревателей. В современных паротурбинных и газотурбинных установках T_1 не превышает 1500 градусов. Целесообразно увеличить эту температуру от 3000 до 5000 градусов. В этом диапазоне максимальный КПД может достигать 90%. Трудность состоит в том, что при таких температурах устройства с механическим движением твердых тел подвергаются разрушениям. Выход – МГД-генераторы.

3.5. Энтропия

Рассмотрев и обосновав принцип устройства и работы тепловой машины, мы изучили термодинамический цикл Карно – идеальный цикл, в котором обеспечивается предельно высокий КПД. Однако при

изучении этих вопросов мы не доказывали правильность наших рассуждений. В частности, при рассмотрении цикла Карно мы без доказательств приняли, что для того, чтобы цикл замкнулся, он должен состоять из ряда последовательных переходов, или изопроецессов. Иначе говоря, мы задали *направление* процессов в цикле Карно.

Более строгий подход основан на ряде новых знаний и введении в рассмотрение некоторых новых параметров. В частности, познакомимся с дополнительной функцией состояния – *энтропией*, как мерой способности теплоты превращаться в другие виды энергии. Это одна из важнейших функций состояния, которая позволяет использовать более строгие подходы к рассмотрению термодинамических циклов в частности, в машине Карно. В то же время энтропия является одной из фундаментальных функций в термодинамике и, как выяснилось после ее введения, – в ряде прикладных наук, а также в естествознании в целом. Выясним физический смысл энтропии. Для этого используем два подхода – статистический и термодинамический. Фундаментальность энтропии как функции состояния как раз и подтверждается тем, что ее физический смысл можно определить на основе методов статистической физики и с использованием подходов термодинамики.

Рассмотрим оба подхода. Статистический подход к введению этой функции основан на следующем. Макросостояние изолированной системы может характеризоваться большим числом микросостояний. Это связано с тем, что частицы, образующие систему, постоянно перемещаются и изменяют свой импульс в результате соударений. В результате этого микросостояния системы постоянно и хаотично сменяют друг друга. Как можно измерить степень этого хаоса? Попробуем ввести такую физическую величину, которая характеризовала бы уровень хаотичности смены микросостояний. Наиболее естественной мерой хаоса, мерой беспорядка является количество микросостояний, в которых может находиться система, существующая при этом *в определённом макросостоянии*. Чем больше это количество, тем менее предсказуемым и хаотичным является *микрпроцесс*, происходящий в системе. В то же время нам уже известно, что стабильное макросостояние системы может существовать лишь при определенном наборе наиболее вероятных микросостояний системы. Естественно, что изолированная система будет самопроизвольно переходить из менее вероятных в более вероятные состояния, либо пребывать преимущественно в состояниях, вероятность которых максимальна.

Количество возможных микросостояний системы, находящейся в некотором макросостоянии, называется **статистическим весом** макросостояния.

Из этого определения следует, что статистический вес Ω является *функцией макросостояния*. Однако, использовать статистический вес в качестве функции макросостояния неудобно, по крайней мере, по двум причинам.

Первая. Статистический вес обычно выражается огромными числами. Так, для одного моля кислорода при атмосферном давлении и комнатной температуре $\Omega = 10^{6,5 \cdot 10^{24}}$. Это число, которое представить себе невозможно.

Вторая. Статистический вес не обладает свойством аддитивности. Пример. Разобьем нашу систему на две не взаимодействующие системы. Статистический вес каждой из подсистем – Ω_1 и Ω_2 . Поскольку статистический вес – это вероятностная характеристика систем, вспомним, как определить вероятность того, что события произойдут одновременно.

Если A и B – два независимых случайных события, которые происходят с некоторыми вероятностями, то вероятность того, что они произойдут одновременно, равна произведению вероятностей (лекция 10). Это закон умножения вероятностей.

Итак,

статистический вес любой системы равен **произведению** статистических весов *независимых* подсистем, входящих в эту систему.

$$\Omega = \Omega_1 \cdot \Omega_2.$$

Это свойство статистического веса называется **мультипликативностью**. Переход к аддитивной величине возможен применением простого математического приема – логарифмирования. Действительно, поскольку $\Omega = \Omega_1 \cdot \Omega_2$, то $\ln \Omega = \ln \Omega_1 + \ln \Omega_2$.

Из этого соотношения понятно, что $\ln \Omega$ – логарифм статистического веса величина аддитивная. В связи с этим в качестве характеристики вероятности состояния системы принимается величина $S' = \ln \Omega$, которая называется **энтропией** системы. Такое определение энтропии используется в теоретической физике. В термодинамике в качестве

энтропии применяется величина $S = k \cdot \ln \Omega$, где k – постоянная Больцмана. Эта величина, как минимум, более удобна для использования. Действительно, для того же моля кислорода при атмосферном давлении и комнатной температуре $S' = 1,5 \cdot 10^{25}$, а $S = 200$ Дж/К. В дальнейшем мы будем пользоваться формулой $S = k \cdot \ln \Omega$ для выражения энтропии.

Итак, энтропия является функцией состояния системы. Следовательно, она должна быть представлена в виде функции параметров состояния, таких, как p , V , T и др. Если воспользоваться методами статистической физики, то можно показать, что

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Это соотношение лежит в основе термодинамических применений энтропии.

Термодинамический смысл энтропии.

С точки зрения термодинамики **энтропия** – это такая *функция состояния* системы, изменение которой dS в элементарном равновесном процессе равно отношению *порции тепла* δQ , которое система получает в этом процессе, к *температуре системы* T

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Формулу для энтропии можно рассматривать как **определение понятия «энтропия»**, и с её помощью можно вычислять *изменение энтропии в ходе любого равновесного процесса*. Для этого надо всего лишь вычислить определённый интеграл:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{S_1}^{S_2} dS = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Рассмотрим примеры расчета энтропии для идеального газа.

Запишем первое начало термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Поскольку $\delta Q = dST$, то $dS = \frac{dU}{T} + \frac{\delta A}{T}$. Таким образом, для расче-

та энтропии системы нужно записать выражения для ее внутренней энергии и элементарной работы, которую совершает газ. Для идеального газа

$$dU = \frac{m}{\mu} c_v dT, \quad \delta A = PdV.$$

В итоге получим $dS = \frac{m}{\mu} c_v \frac{dT}{T} + \frac{P}{T} dV$. Из уравнения состояния выразим отношение $\frac{P}{T}$: $\frac{P}{T} = \frac{m R}{\mu V}$. Тогда $dS = \frac{m}{\mu} c_v \frac{dT}{T} + \frac{R m}{V \mu} dV = \frac{m}{\mu} \left(c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} \right)$.

Вычислим изменение энтропии при переходе между процессами $\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{S_1}^{S_2} dS$. Результат интегрирования:

$$S = \frac{m}{\mu} \left(c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right).$$

3.6. Энтропия в изопроцессах

Рассмотрим только два изопроцесса.

Изотермический процесс

Энтропия в процессе изотермического расширения увеличивается, а в процессе изотермического сжатия уменьшается.

$$\Delta S = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad \text{или} \quad \Delta S = \nu R \ln \frac{P_1}{P_2}.$$

Из этой формулы следует: при $V_2 > V_1$ (расширение) энтропия растёт, при $V_2 < V_1$ (сжатие) энтропия падает.

Адиабатический процесс

Ответ на вопрос, как ведёт себя энтропия в адиабатическом процессе, вытекает непосредственно из термодинамического смысла энтропии, то есть из формулы

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как по определению в адиабатном процессе $\delta Q = 0$, то в каждом элементарном адиабатном процессе $dS = 0$, то есть **энтропия не изменяется**. Таким образом, адиабатный процесс можно назвать **изоэнтропийным**.

3.7. Второе начало термодинамики

Первое начало термодинамики устанавливает существование у всякой системы однозначной функции состояния – внутренней энергии, которая не изменяется при отсутствии внешних воздействий и при любых процессах внутри системы.

Второй закон термодинамики является фундаментальным законом природы. Он охватывает многочисленные явления окружающего мира и имеет глубокие практические и философские последствия.

Второй закон (начало) термодинамики устанавливает существование у всякой равновесной системы новой однозначной функции состояния – энтропии.

Первое начало термодинамики не определяет направление протекания процессов в природе, оно лишь требует, чтобы при всех тепловых процессах энергия системы оставалась постоянной. В каком направлении и будут ли вообще протекать процессы в термодинамической системе, например, теплопередача, – на этот вопрос отвечает второе начало термодинамики.

Существуют различные формулировки второго начала термодинамики. Познакомимся с некоторыми из них.

Вот одно из утверждений, которое называется *вторым началом термодинамики*.

Вечный двигатель второго рода, то есть устройство, работающее циклически и превращающее всё подводимое к нему тепло в работу, **невозможен**.

Это же начало в формулировке Вильяма Томсона звучит так:

Невозможен круговой процесс, единственным результатом которого было бы производство работы за счет охлаждения теплового резервуара.

Существенно иной является формулировка закона, которую дал Клаузиус:

Теплота не может переходить от тела менее нагретого к телу, более нагретому.

По сути, это *закон направления теплообмена*. Он может быть сформулирован еще и так:

Если два объекта с разными температурами, представляющие собой *замкнутую* систему, приведены в тепловой контакт, то теплообмен между ними протекает *единственным образом* – тепло передаётся *от объекта с большей температурой к объекту с меньшей температурой*.

Однако, если процесс идет не самопроизвольно, а сопровождается изменениями в окружающей среде, то процесс передачи тепла от холодного тела к нагретому возможен, что реализуется, например, в холодильнике за счет работы холодильной машины.

И, наконец, еще одна формулировка, которая может быть определена как закон возрастания энтропии.

Энтропия *замкнутой* системы **никогда не убывает**. Она или растёт, пока в системе протекает процесс релаксации, или остаётся неизменной, если система равновесна. При этом *в равновесном состоянии* энтропия системы **максимальна** по сравнению со всеми другими возможными макросостояниями системы.

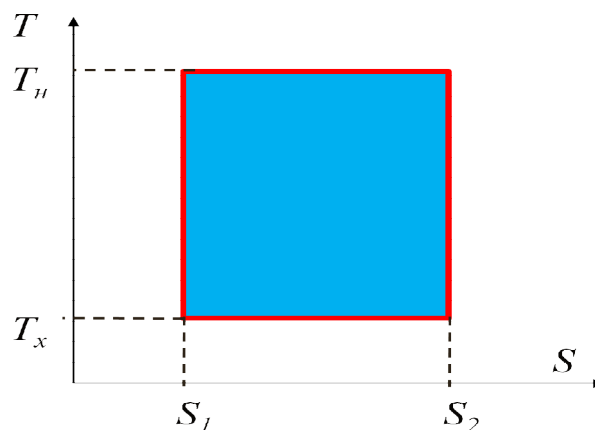
Введенная новая функция состояния – энтропия – позволяет несколько иначе рассмотреть работу машины Карно. Построим цикл Карно в координатах $T - S$.

Цикл в координатах «температура-энтропия»

Цикл Карно в координатах (T, S) имеет форму прямоугольника.

Горизонтальные участки цикла Карно (1–2) и (3–4) – это *изотермы*. На этих участках $T = T_{\text{н}} = \text{const}$ и $T = T_{\text{х}} = \text{const}$.

На *вертикальных* участках $S = S_1 = \text{const}$ и $S = S_2 = \text{const}$.



Равновесный процесс, в котором энтропия не изменяется, это – *адиабатный* процесс. Поэтому вертикальные участки цикла Карно представляют собой *адиабаты*.

Рассмотрим последовательно, как протекают его четыре стадии.

- **Изотерма (1–2)** проходит в направлении *роста энтропии*. Это означает, что рабочее тело в процессе его контакта с нагревателем изотермически *расширяется* при температуре нагревателя $T = T_H$.

- Затем идёт **адиабата (2–3)** в направлении *уменьшения температуры*. Это может быть тоже только при *расширении* рабочего тела. Адиабатный процесс – по определению процесс *без теплообмена*. Это означает, что рабочее тело в точке 2 отсоединяется от нагревателя и, расширяясь, совершает работу. Эта работа совершается за счёт внутренней энергии рабочего тела, поэтому его температура падает. И в тот момент, когда она становится равной температуре холодильника T_x , то есть в точке 3, рабочее тело вступает в контакт с холодильником.

- **Изотерма (3–4)** – это процесс взаимодействия рабочего тела с холодильником. Процесс протекает в направлении *уменьшения энтропии*. Это означает, что рабочее тело изотермически *сжимается* при температуре холодильника $T = T_x$.

- Последняя стадия цикла – это **адиабата (4–1)**. Она проходит в направлении *роста температуры*. Следовательно, на этой стадии объём рабочего тела *уменьшается*. Рабочее тело в точке 4 отсоединяется от холодильника и под действием *внешней* силы сжимается. Внешняя сила при этом совершает работу, которая в условиях *теплоизоляции* рабочего тела *полностью* идёт на увеличение его *внутренней энергии*. Это и приводит к росту температуры. В момент, когда температура рабочего тела достигает температуры нагревателя T_H (в точке 1), сжатие прекращается и вновь начинается контакт рабочего тела с нагревателем – цикл повторяется.

Определим КПД цикла. На прошлой лекции было введено понятие коэффициента полезного действия тепловой машины в виде

$$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = 1 - \frac{Q_x}{Q_H},$$

где A – работа, совершаемая машиной (рабочим телом) за цикл, Q_H – тепло, которое за цикл передаёт нагреватель рабочему телу, и Q_x – тепло, которое отдаёт за цикл рабочее тело холодильнику. Там же рассмотрено, как можно вычислить A , Q_H и Q_x . В этом разделе мы вычислим Q_H и Q_x , используя формулу, определяющую *термодинамический смысл энтропии*,

$$dS = \frac{\delta Q}{T},$$

откуда следует, что

$$\delta Q = TdS.$$

Интегрируя это выражение для стадии нагревания, получим Q_H , а для стадии охлаждения – Q_X . При этом переменной интегрирования будет энтропия S , а подынтегральной функцией – температура, зависящая от энтропии: $T = T(S)$.

Работа за цикл равна $A = (T_H - T_X)(S_2 - S_1)$.

Тепло Q_H , получаемое за цикл рабочим телом от нагревателя, равно

$$Q_H = T_H(S_2 - S_1).$$

Тогда, разделив A на Q_H , получим выражение для к.п.д.

$$\eta_{\max} = \frac{T_H - T_X}{T_H} = 1 - \frac{T_X}{T_H}.$$

Это выражение *не содержит* S_1 и S_2 . Значит –

к.п.д. цикла Карно не зависит от пределов изменения энтропии в цикле, а зависит только от температуры нагревателя и холодильника.

3.8. Холодильники, кондиционеры и тепловые насосы

Поскольку все процессы расширения и сжатия в цикле Карно обратимы, машину Карно можно заставить работать в обратном направлении. Рассмотрим термодинамический цикл такой машины (рис. 4).

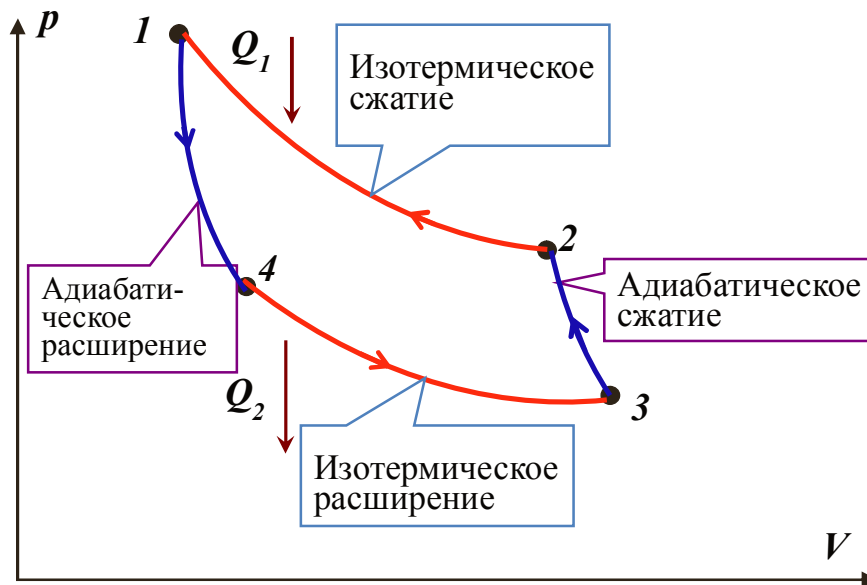


Рис. 4 – Обратный цикл Карно в координатах $p - V$

Начнем из точки 1 вместо изотермического адиабатический процесс. Тогда 1–2 – это адиабатическое расширение. Затем происходит изотермическое расширение из точки 2 в точку 3. После этого следует адиабатическое и изотермическое сжатие до точки 1 и обратный цикл завершается. Поскольку все этапы обратимы, остается в силе соотношение

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{A}{A+Q_2} = \frac{T_1-T_2}{T_1}.$$

Однако величины Q и A теперь отрицательны. Введем обозначения:

$A' = Q'_1 - Q'_2$ – работа, совершенная над машиной;

Q'_1 – тепло, переданное горячему резервуару;

Q'_2 – тепло, полученное от холодного резервуара

В итоге получим равенство

$$\eta' = \frac{-A'}{(-A') + (-Q'_2)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

В холодильной технике используется величина $\frac{Q'_2}{A'}$, которая называется *коэффициент преобразования холодильника*.

Величина, равная отношению тепла, полученного от холодного резервуара, к затраченной на это механической работе, называется *коэффициентом преобразования холодильника*.

Запишем выражение для коэффициента преобразования. Поскольку

$$\frac{A'}{A'+Q'_2} = \frac{T_1-T_2}{T_1}, \quad \text{то} \quad \frac{A'+Q'_2}{A'} = \frac{T_1}{T_1-T_2}, \quad 1 + \frac{Q'_2}{A'} = \frac{T_1}{T_1-T_2},$$

отсюда

$$\frac{Q'_2}{A'} = \frac{T_1}{T_1-T_2} - 1 = \frac{T_2}{T_1-T_2}.$$

Это отношение обычно больше единицы. В обычном домашнем холодильнике температура резервуара холода порядка 250 К (–23 °С). Горячим резервуаром служит комнатный воздух, температура которого вблизи теплообменника около 310 К. При этих параметрах коэффициент преобразования примерно равен 4,17. Таким образом, на каждый

джоуль электроэнергии, затраченный на работу компрессора, приходится 4,17 Дж тепла, отнятого от холодильной камеры (при условии, что используется эффективный цикл Карно).

Тепловой насос – это, по сути, тот же холодильник или кондиционер, только «задом наперед». Если поместить холодильник на улице, то можно обогреть помещение, извлекая тепло Q_2' из наружного воздуха и передавая Q_1' внутрь дома. Коэффициент передачи тепла записывается в виде

$$\frac{Q_1'}{A'} = \frac{1}{\eta} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}.$$

Пусть, например, температура воздуха снаружи 250 К, а внутри дома 300 К. Тогда

$$\frac{Q_1'}{A'} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{300}{300 - 250} = 6.$$

Это означает, что при подаче в дом 6 Дж тепла 5 Дж тепла отбирается от холодного наружного воздуха и 1 Дж механической энергии расходуется для приведения в действие компрессора.

3.9. Примеры решения задач

Вычислить удельные теплоемкости неона и водорода при постоянном объеме (C_V). Решение. Удельная теплоемкость: $C_V = \frac{i R}{2 \mu}$; μ – молярная масса.

Для неона $i = 3$, для водорода $i = 5$.

$$\text{Неон: } C_V = \frac{3 \cdot 8,31}{2 \cdot 0,02} = 624 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; \text{ водород: } C_V = \frac{5 \cdot 8,31}{2 \cdot 0,02} = 1040 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

1. Определить количество тепла, поглощаемого водородом массой 0,2 кг при нагревании от $T_1 = 0$ °С до $T_2 = 100$ °С при постоянном давлении.

Решение. При изобарном нагревании $Q = \frac{M}{\mu} C_p (T_2 - T_1)$.

Отсюда

$$Q = \frac{0,2}{0,002} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,31 \cdot (100 - 0) = 291 \text{ кДж}.$$

2. Нагреватель тепловой машины, работающей по циклу Карно, имеет температуру $T_1 = 200$ °С. Определить температуру T_2 холодильника, если при получении от нагревателя тепла $Q = 1$ Дж машина совершает работу 0,4 Дж.

Решение. К.п.д. $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{0,4}{1} = 0,4$. С другой стороны $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$.

Тогда

$$T_2 = T_1(1 - \eta) = 473(1 - 0,4) = 284 \text{ К.}$$

3. Найти изменение энтропии ΔS воды массой $m = 100$ г при нагревании от $T_1 = 0$ °С до $T_2 = 100$ °С.

Решение. $\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$. $\delta Q = cm dT$; $\Delta S = \int_1^2 \frac{cm dT}{T} = cm \ln \frac{T_2}{T_1}$;

$$\Delta S = 4,19 \cdot 100 \cdot \ln \frac{373}{273} = 132 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

4. В сосуде объемом $V = 5$ л находится газ при давлении $p = 200$ кПа и температуре $T = 17$ °С. При изобарическом расширении была совершена работа $A = 196$ Дж. Определить изменение температуры.

Решение. При $p = \text{const}$ работа $A = p\Delta V$. Из уравнения Менделеева – Клапейрона $p\Delta V = \nu R\Delta T$.

Следовательно $\Delta T = \frac{A}{\nu R}$. Из того же уравнения $\nu = \frac{pV}{RT}$. Отсюда

$$\Delta T = \frac{AT}{pV} = \frac{196 \cdot 290}{2 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 56,8 \text{ К}$$

3.10. Задания для решения на практических занятиях

1. К одноатомному идеальному газу было подведено 25 кДж теплоты, в результате чего внутренняя энергия газа изменилась на 15 кДж. Определить в СИ молярную теплоёмкость газа в этом процессе.

2. Температура 0,4 молей одноатомного идеального газа в результате адиабатического процесса поднялась с 250 К до 500 К. Определить в СИ работу, совершенную над газом.

3. Два моля азота, находившиеся в термостате при нормальном атмосферном давлении и температуре $17\text{ }^{\circ}\text{C}$, сжаты изотермически до давления $p = 2$ атм. Определить в СИ количество тепла, отданное газом термостату.

4. При нагревании $0,5$ кг газа на 10 К изобарически требуется на $1,48$ кДж тепла больше, чем при нагревании изохорически. Найти в кг/кмоль молярную массу этого газа.

5. Найти в процентах к.п.д. цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат, если в пределах цикла объём идеального газа изменяется в 10 раз. Рабочим веществом является азот.

6. Водород, заключенный в сосуде с подвижным поршнем, совершает прямой цикл Карно. Найти в процентах к.п.д. цикла, если при адиабатическом расширении давление газа уменьшается в 2 раза.

7. У тепловой машины, работающей по циклу Карно, температура нагревателя в $1,6$ раза больше температуры холодильника. За один цикл машина производит работу, равную 12 кДж. Определить в кДж работу, затрачиваемую за цикл на изотермическое сжатие рабочего вещества.

8. В результате изохорического нагревания водорода массой 1 г давление газа увеличилось в два раза. Определить в СИ изменение энтропии газа. 9. Определить в СИ изменение энтропии при изотермическом расширении кислорода массой 10 г от объёма 25 литров до объёма 100 литров.

10. Теплоизолированный сосуд разделён на две равные части перегородкой, в которой имеется закрывающееся отверстие. В одной половине сосуда содержится 10 г водорода. Вторая половина откачана до высокого вакуума. Отверстие в перегородке открывают, и газ заполняет весь объём. Считая газ идеальным, найти в СИ изменение его энтропии.

Тестовые вопросы

1. Два объёма газа, находившегося первоначально при одной и той же температуре и давлении, сжимают от значения V до $V/2$: один – изотермически (1), второй – адиабатически (2). Изменяется ли энтропия в этих процессах?

Ответы:

- 1) изменения энтропии в обоих процессах одинаковы;
- 2) энтропия в обоих процессах не меняется;

3) энтропия в изотермическом процессе растёт, в адиабатическом – не изменяется;

4) энтропия в изотермическом процессе падает, в адиабатическом – не изменяется;

5) энтропия в изотермическом процессе не изменяется, в адиабатическом – растёт;

6) энтропия в изотермическом процессе не изменяется, в адиабатическом – падает.

2. Кислород и водород, имеющие равные массы и занимающие одинаковые объёмы V , изотермически сжимают до объёма $V/2$. Для какого газа приращение энтропии будет больше и во сколько раз?

Ответы:

1) для кислорода, в 16 раз;

2) для водорода, в 16 раз;

3) для кислорода, в 8 раз;

4) для водорода, в 8 раз;

5) приращения энтропии одинаковы;

6) энтропия газов не меняется.

3. Давление любого газа может возрасти при изотермическом, адиабатическом и изохорическом процессах. При каком из перечисленных процессов энтропия не изменяется?

Ответы:

1) при изотермическом;

2) при адиабатическом;

3) при изохорическом;

4) энтропия остается неизменной при всех указанных процессах;

5) правильный ответ не указан.

4. Три газа: гелий (одноатомный), водород (двухатомный) и углекислый газ (трехатомный) адиабатически расширяются из состояния с одинаковыми давлением p_1 и объёмом V_1 до состояния с одинаковым объёмом V_2 . У какого из газов давление p_2 будет максимальным (max), а у какого – минимальным (min)?

Ответы:

1) гелий – max, углекислый газ – min;

2) гелий – max, водород – min;

3) углекислый газ – max, гелий – min;

- 4) углекислый газ – max, водород – min;
- 5) водород – max, гелий – min;
- 6) водород – max, углекислый газ – min;
- 7) давление у всех газов будет одинаковым.

5. Три двухатомных газа (водород, азот и кислород), находящиеся в состояниях с одинаковыми температурой T_1 и объёмом V_1 , адиабатически сжимаются до состояния с объёмом V_2 . Температура T_2 какого из газов будет максимальной (max), а какого – минимальной (min)?

- 1) водорода – max, азота – min;
- 2) водорода – max, кислорода – min;
- 3) кислорода – max, водорода – min;
- 4) кислорода – max, азота – min;
- 5) азота – max, водорода – min;
- 6) азота – max, кислорода – min;
- 7) у всех газов температура T_2 будет одинаковой.

3.11. Задания для самостоятельного решения

1. Молярная теплоёмкость одноатомного газа равна 21 Дж/(моль·К). После нагревания газ занял объём 8,31 л, его температура повысилась до 200 К, а давление осталось постоянным и равным $5 \cdot 10^5$ Па. Определить в СИ теплоёмкость данной массы газа.

2. Внутренняя энергия некоторой массы газа при температуре 100 К равна 55 МДж, причём на долю энергии вращательного движения приходится 22 МДж. Сколько молекул содержится в данной массе этого газа?

3. 1 моль идеального газа, изотермически расширяясь при температуре 727 °С от объёма $V_1 = 1$ л до объёма V_2 , совершил работу 8,31 кДж. Найти в литрах величину V_2 .

4. Смесь газов состоит из азота (молярная масса $\mu = 28$ г/моль) и инертного газа криптона ($\mu = 84$ г/моль), взятых в равных объёмах и при одинаковых условиях. Определить в СИ удельную теплоёмкость смеси при постоянном давлении.

5. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно, при этом 80% тепла, получаемого от нагревателя, передается холодильнику. Найти в кДж работу, совершаемую машиной за цикл, если рабочее тело получает от нагревателя 75 кДж теплоты.

6. В сосудах объёмами V_1 и V_2 находятся по 1,2 моля газообразного гелия. Отношение объёмов сосудов $V_2/V_1 = 2$, а отношение абсолютных температур гелия в них $T_1/T_2=1,5$. Считая газ идеальным, найти в СИ разность энтропий $S_2 - S_1$ гелия в этих сосудах.

7. Найти в СИ приращение энтропии одного моля углекислого газа при увеличении его температуры в 2 раза, если процесс нагревания изобарический. Газ считать идеальным.

8. Найти в процентах к.п.д. цикла, состоящего из двух изобар и двух адиабат, если в пределах цикла давление изменяется в 10 раз. Рабочее вещество – гелий.

9. Газ совершает цикл Карно, при этом 75% теплоты, полученной от нагревателя, передается холодильнику. Определить в СИ температуру нагревателя, если температура холодильника равна 0°C .

10. В результате изотермического сжатия $0,887\text{ м}^3$ воздуха, находящегося при температуре 30°C и начальном давлении 10^5 Па , энтропия его уменьшилась на 673 Дж/К . Определить в СИ объём воздуха в конце процесса.

Тестовые вопросы

1. Объём газа возрастает в одно и то же число раз при (a) изотермическом, (b) адиабатическом и (c) изобарическом процессах. Указать правильные соотношения между изменениями энтропии.

Ответы:

1) $\Delta S_a > \Delta S_b$

2) $\Delta S_a > \Delta S_c$

3) $\Delta S_b > \Delta S_a$

4) $\Delta S_c > \Delta S_b$

2. Термодинамическая система совершила круговой процесс. На какие вопросы вы ответите «нет»?

а) Изменилась ли по завершении процесса внутренняя энергия системы?

б) Обменивалась ли система тепловой энергией с окружающими телами?

в) Совершила ли система работу?

г) Изменилась ли в ходе процесса температура системы?

д) Изменилась ли по завершении процесса энтропия системы?

Ответы:

1) а, б; 2) а, в; 3) а, г; 4) а, д; 5) б, в; 6) в, г; 7) Правильный ответ не указан.

3. Систему привели в неравновесное состояние и изолировали от окружающих тел. На какие из приведенных ниже вопросов вы ответите «нет»?

- а) Будет ли изменяться термодинамическое состояние системы?
- б) Возможно ли уменьшение термодинамической вероятности (статистического веса) этой системы?
- в) Возможно ли уменьшение энтропии этой системы?
- г) Возможно ли увеличение энтропии этой системы?

Ответы:

1) а, б; 2) а, в; 3) в, г; 4) б, в; 5) б, г.

4. Какой из указанных ниже процессов происходит без изменения внутренней энергии?

Ответы:

- 1) Изотермический.
- 2) Изобарический.
- 3) Изохорический.
- 4) Адиабатический.

5. От каких из перечисленных ниже факторов зависит молярная теплоёмкость газа?

- а) От числа атомов в молекуле газа.
- б) От количества тепла, сообщенного газу в процессе нагревания.
- в) От массы газа.
- г) От условий нагревания газа.

Ответы:

1) а, б; 2) а, в; 3) б, в; 4) в, г; 5) а, г; 6) б, г.

Ответы к задачам

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
52,5	1,6E28	2,72	445	15	0,85	23,04	60,2	364	$8,87 \cdot 10^{-2}$

Ответы к тестовым вопросам

Вопрос	1	2	3	4	5
Ответ	1, 4	4	4	1	5

Вопросы для самоконтроля

Написать выражения для работы во всех изопроцессах.

1. Виды теплоемкости и соотношения между ними.
2. Цикл Карно в координатах $p - V$ и $T - S$.
3. Выражения для изменения энтропии в изопроцессах.
4. К.п.д. произвольного цикла и цикла Карно.
5. Формулировки первого и второго начала термодинамики.

Рекомендуемая литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для втузов. В 3 т. / И.В. Савельев. – 7-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2007.
Т. 1: Механика. Молекулярная физика. – 432 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: учеб. пособие для вузов. В 5 т. / Д.В. Сивухин. – М. : Физматлит, 2005–2006.
Т. 2: Термодинамика и молекулярная физика. – 5-е изд., испр. – М. : Физматлит, 2006. – 543 с.
3. Зисман, Г.А. Курс общей физики. В 3-х т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. Колебания и волны [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г.А. Зисман, О.М. Годес. – СПб. : Лань, 2007. – 352 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/505>. – Загл. с экрана.
4. Иродов И.Е. Физика макросистем. Основные законы / И.Е. Иродов. – 3-е изд., стер. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 207 с.
5. Чертов А.Г. Задачник по физике: учеб. пособие для втузов / А.Г. Чертов, А.А. Воробьёв. – 8-е изд., перераб. и доп. – М. : Физматлит, 2007. – 640 с.
6. Козырев А.В. Курс лекций по физике : учеб. / А.В. Козырев. – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 421 с.

Учебное издание

Бурдовицин Виктор Алексеевич

**МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА**

Учебное пособие

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

634050, г. Томск, пр. Ленина, 40.
Тел. (6822) 533018.