

Министерство образования и науки Российской Федерации

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

КАФЕДРА РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ (РТС)
КАФЕДРА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ОСНОВ РАДИОТЕХНИКИ (ТОР)

В. П. Пушкарёв, Д.Ю. Пелявин

РАДИОАВТОМАТИКА

Учебное пособие

Томск

2018

УДК 621.396.6-52(075.8)

ББК 32.884.1-05я73

П 912

Рецензенты:

О. В. Стукач, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой
компьютерных измерительных систем и метрологии

Томского политехнического университета;

А. П. Бацула, канд. техн. наук, доцент кафедры
радиотехнических систем Томского государственного университета систем
управления и радиоэлектроники, советник генерального директора
научно-производственной фирмы «Микран»

Пушкарёв В. П., Пелявин Д.Ю.

П 912 Радиоавтоматика : учебное пособие / В. П. Пушкарёв, Д. Ю. Пелявин. – Томск : ТУСУР, 2018. – 182 с.

В учебном пособии представлены классификация и основы построения функциональных и структурных схем систем радиоавтоматики: автоматическая регулировка усиления, автоматическая подстройка частоты и фазы. Рассмотрены основы построения автоматических систем радиолокационных станций. Описаны принципы построения систем радиоавтоматики на основе типовых радиотехнических звеньев с математическим представлением. Приведены методы анализа систем на основе математических методов их исследования на устойчивость и представлены расчёты по анализу показателей качества.

Для студентов радиотехнических специальностей и подготовки бакалавров, магистров по направлению «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», обучающихся по очной, вечерней, заочной формам высшего профессионального образования, в том числе с применением технологии дистанционного обучения. Рекомендуются для самостоятельной подготовки студентов к практическим и лабораторным занятиям.

© Пушкарёв В. П., Пелявин Д. Ю., 2018

© Оформление ТУСУР, 2018

Оглавление

Введение	6
1 Краткие исторические сведения	9
2 Классификация систем радиоавтоматики	11
2.1 Предмет изучения теории управления и радиоавтоматики	11
2.2 Классификация систем автоматического управления и радиоавтоматики	11
3 Функциональные и структурные схемы систем радиоавтоматики	18
3.1 Определения и условные обозначения компонентов функциональных и структурных схем систем	18
3.2 Система автоматической регулировки усиления	20
3.3 Система автоматической подстройки частоты	25
3.4 Система фазовой автоподстройки частоты	27
3.5 Система автоматического сопровождения цели РЛС	30
3.6 Система автоматического измерения дальности РЛС	34
3.7 Обобщенная структурная схема системы радиоавтоматики	37
4 Элементы систем радиоавтоматики и типовые радиотехнические звенья	41
4.1 Описание элементов систем радиоавтоматики	41
4.2 Элементы систем радиоавтоматики	42
4.2.1 Фазовые детекторы	42
4.2.2 Частотные дискриминаторы	44
4.2.3 Угловые дискриминаторы	46
4.2.4 Временные дискриминаторы	50
4.2.5 Исполнительные устройства	51
4.3 Типовые радиотехнические звенья	54
4.4 Виды соединения типовых радиотехнических звеньев и структурные преобразования сложных схем систем радиоавтоматики	68
4.5 Передаточные функции сложных многоконтурных систем	70
4.6 Определение параметров элементов систем	73

5 Дифференциальные уравнения и передаточные функции систем радиоавтоматики	78
5.1 Дифференциальные уравнения систем радиоавтоматики	78
5.2 Передаточная функция систем радиоавтоматики.....	79
5.3 Переходная и импульсная функции системы РА	80
5.4 Выходной сигнал системы радиоавтоматики при произвольном воздействии.....	84
5.5 Комплексный коэффициент передачи и частотные характеристики	84
6 Устойчивость линейных систем радиоавтоматики	90
6.1 Основные понятия и определения устойчивости систем	90
6.2 Условие устойчивости линейных систем	91
6.3 Критерии устойчивости.....	97
6.3.1 Критерий устойчивости Гурвица.....	97
6.3.2 Критерий устойчивости Михайлова.....	99
6.3.3 Критерий устойчивости Найквиста.....	104
6.3.4 Логарифмическая форма критерия Найквиста.....	108
6.4 Области и запасы устойчивости	109
6.4.1 Основные понятия и определения	109
6.4.2 Частотные оценки запасов устойчивости	110
6.4.3 Корневые оценки запасов устойчивости	111
6.4.4 Метод D-разбиения	113
7 Анализ качества систем радиоавтоматики	117
7.1 Постановка задачи исследования качества работы систем радиоавтоматики	117
7.2 Показатели качества переходного процесса	118
7.3 Частотные показатели качества.....	121
7.4 Анализ точности работы систем радиоавтоматики.....	125
8 Основы проектирования систем радиоавтоматики	141
8.1 Постановка задачи.....	141

8.2 Синтез передаточной функции разомкнутой системы радиоавтоматики	143
8.3 Определение передаточных функций корректирующих устройств	148
8.4 Синтез систем с неполной информацией о воздействиях	158
8.5 Комплексные системы	164
Заключение	173
Литература	174
Основные сокращения и условные обозначения	175
Глоссарий	179

Введение

Возрастание требований к качеству работы автоматических и автоматизированных систем управления радиоэлектронными средствами, увеличение объёма перерабатываемой информации, усложнение объектов управления привело к тому, что аналоговая техника не позволяет обеспечить заданное качество работы. Современные системы управления радиоэлектронными средствами представляют собой совокупность сложного сочетания отдельных устройств, автоматов, приёмников и преобразователей информации, взаимодействие которых обеспечивает достижение поставленной задачи.

Решение сложных задач при выработке необходимых мер управления современными радиотехническими устройствами и системами под силу только микропроцессорным средствам обработки информации, позволяющим выработать *одно единственно правильное решение*. Важным преимуществом таких систем является высокая стабильность работы, оперативность изменения алгоритма работы при принятии мер на уровне аппаратно-программной реализации в реальном масштабе времени.

Развитие средств вычислительной техники, микропроцессорных систем привело к созданию систем цифрового управления технологическими процессами и техническими объектами. Такие системы состоят из программных и аппаратных средств. Изменение алгоритма управления объектом контроля заключается в изменении программных средств, аппаратные средства практически остаются неизменными. Однако для таких цифровых систем характерно стремление к максимальной централизации решаемых задач. После появления микроконтроллеров созданы децентрализованные системы управления с распределением задач и формированием нескольких уровней управления. Децентрализация снизила требования к быстродействию вычислительных средств, рассредоточила и упростила прикладное программное обеспечение, повысила надёжность техни-

ческих средств. Благодаря гибкости прикладного программного обеспечения появилась возможность реализации управляющих алгоритмов любой степени сложности, основанных на современных методах теории дискретных систем. Создание и внедрение СЦУ вызвало дальнейшее развитие теории автоматического регулирования, контроля и управления, в результате чего возникло отдельное направление. Это направление базируется на классических изложениях теории автоматического регулирования и учитывает процессы преобразования сигналов и вопросы сопряжения средств вычислительной техники с объектами контроля и управления.

Целью данного учебного пособия является рассмотрение вопросов теоретического и прикладного характера, связанных с анализом и синтезом систем аналогового управления. Изучение рассматриваемых вопросов требует знания основ теории автоматического регулирования процессов.

Соглашения, принятые в учебном пособии

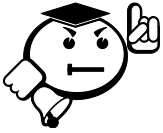
Для улучшения восприятия материала в данном пособии используются следующие пиктограммы и специальное выделение важной информации.



.....
Эта пиктограмма означает определение или новое понятие.



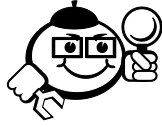
.....
 Эта пиктограмма означает «Внимание!». Здесь выделена важная информация, требующая акцента на ней. Автор может поделиться с читателем опытом, чтобы помочь избежать некоторых ошибок.



.....

Это пиктограмма «На заметку». Автор может указать дополнительные сведения или другой взгляд на изучаемый предмет, чтобы помочь читателю лучше понять основные идеи.

.....



.....

Пример

.....

Эта пиктограмма означает пример. Автор может привести практический пример для пояснения и разбора основных моментов, отражённых в теоретическом материале.

.....



.....

Выводы

.....

Эта пиктограмма означает выводы. Здесь автор подводит итоги, обобщает изложенный материал или проводит анализ.

.....



.....

Контрольные вопросы по главе

.....

1 Краткие исторические сведения

Устойчивость – характеристика мира.
Н. Винер¹. Кибернетика [1]

Первые сведения об автоматических устройствах приведены в древнегреческой мифологии – так называемые танталовы муки. Тантал, любимый сын бога Зевса, был наказан за многочисленные грехи перед богами и простым народом, за что был обречен веками стоять в прозрачном озере, изнывая от жажды. Уровень воды в озере постепенно повышался, и влага доходила ему до подбородка. Но лишь только он, истомленный жаждой, наклонял голову, вода исчезала, обнажая черную сухую землю.

Одними из первых технических устройств автоматики были устройства в поплавковых регуляторах парового котла И. И. Ползунова (1765 г.) и затем в регуляторах скорости вращения машин Дж. Уатта (1784 г.). Все последующие годы работы велись по улучшению основных характеристик автоматических механизмов. Однако в 1876 г. петербургский профессор И. А. Вышнеградский отметил, что увеличение точности работы механизмов ведёт к его неустойчивой работе в динамическом режиме. Позднее он сформулировал критерий устойчивости систем третьего порядка [2].

В радиотехнике системы автоматического регулирования были использованы в устройствах автоматической регулировки усиления в первых радиоприёмниках. Радиоавтоматика (РА) как самостоятельный класс в науке обязана своим появлением такой науке, как кибернетика. Выделение систем РА в самостоятельный класс обусловлено также и их особенностями, связанными с условиями работы в составе радиотехнических систем и систем радиоуправления. К

¹Н. Винер (1894–1964) – американский учёный, выдающийся математик и философ, основоположник кибернетики и теории искусственного интеллекта.

особенностям работы таких систем относятся и обработка радиосигнала при действии различного рода шумов и помех. Надёжность и качество работы систем РА определяет качество работы радиоаппаратуры и систем радиуправления.

В современных радиотехнических устройствах и системах радиуправления различного назначения широко используются автоматические системы, которые называются системами радиоавтоматики. К числу таких систем относятся устройства фазовой и частотной автоподстройки частоты, автоматической регулировки усиления, системы измерения координат движущихся объектов, измерители дальности, различные следящие системы устройств и систем радиуправления.

Изложение основ построения, метода анализа и проектирования систем радиоавтоматики применительно к радиотехническим устройствам и системам является основной задачей данного учебного пособия.

2 Классификация систем радиоавтоматики

2.1 Предмет изучения теории управления и радиоавтоматики

Радиоавтоматика представляет собой совокупность сложного сочетания отдельных устройств, приёмников и преобразователей информации, взаимодействие которых обеспечивает достижение поставленной задачи. Основные направления применения систем радиоавтоматики: наука, военная, промышленная и бытовая техника; авиация и космонавтика; автомобильный и железнодорожный транспорт; системы экологического мониторинга и обеспечения безопасности жизнедеятельности человека и т. д.

2.2 Классификация систем автоматического управления и радиоавтоматики

В основу теории автоматического управления положена теория автоматического регулирования, которая в конце 1930-х гг. была выделена в самостоятельную научную дисциплину, где регулирование представляет собой разновидность управления.



.....

Автоматическим регулированием называется поддержание постоянной или изменение по заданному закону некоторой величины, характеризующей процесс, осуществляемое при помощи измерения, состояния объекта или действующих на него возмущений и воздействия на регулирующий орган объекта.

Автоматическим управлением называется автоматическое осуществление совокупности воздействий, выбранных из множества возможных на основании определённой информации и направленных на поддержание или улучшение функционирования управляемого объекта в соответствии с целью управления.

.....

При рассмотрении систем управления выделяют два вида управления: автоматическое и автоматизированное (рис. 2.1).

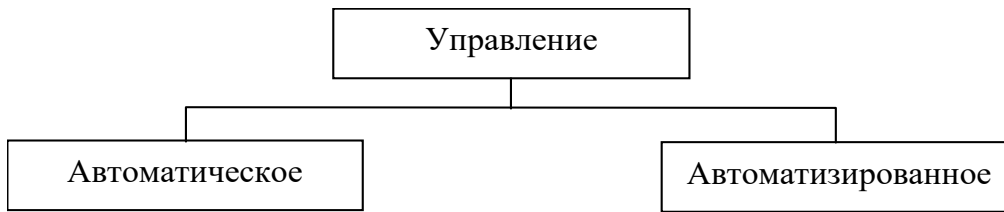


Рис. 2.1 – Классификация систем управления



.....
*Под **автоматическим управлением** понимается процесс воздействия на объект без вмешательства человека.*

*Под **автоматизированным управлением** – процесс воздействия на объект с участием человека (оператора).*

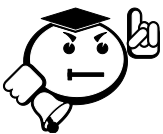
.....

Математическая модель системы автоматического управления описывается выражением:

$$СУ = ОУ + УУ,$$

где СУ – система управления; ОУ – объект управления; УУ – устройство управления.

При решении задачи управления необходимо, чтобы режим работы объекта управления автоматически изменялся в соответствии с сигналами управления или входными воздействиями (рис. 2.2).



.....
 Состояние объекта определяется рядом величин, характеризующих как воздействие на объект внешней среды и управляющих устройств, так и протекание процессов внутри самого объекта. Одни из этих величин измеряются в процессе работы и называются *контролируемыми*. Другие, влияющие на режим работы объекта, не измеряются и называются *неконтролируемыми*.

.....

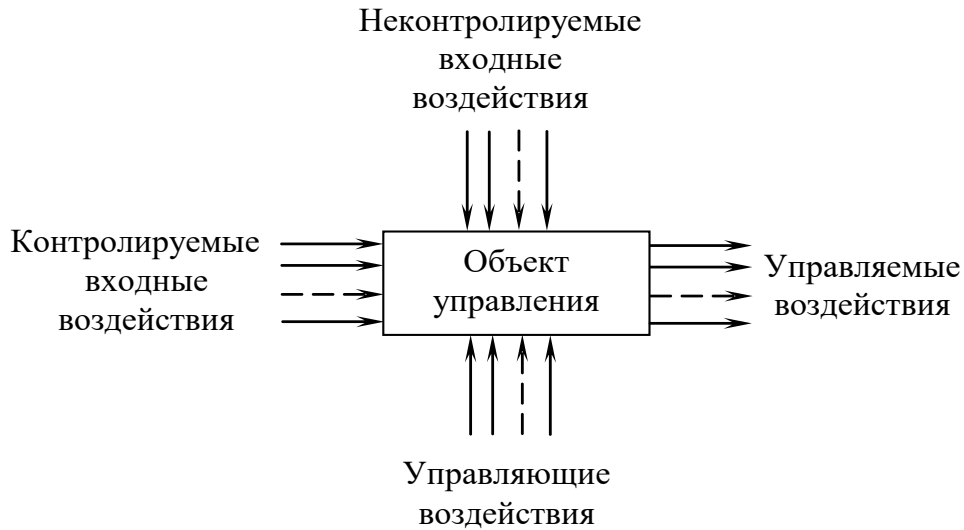
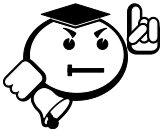


Рис. 2.2 – Модель объекта управления



.....

Величины, выражающие внешние влияния на объект, называются *воздействиями*. Воздействия, вырабатываемые управляющим устройством или задаваемые человеком, называются *управляющими воздействиями*. Воздействия на объект, не зависящие от системы управления, называются *возмущениями*.

.....

Функциональная схема системы автоматического управления имеет вид (рис. 2.3).

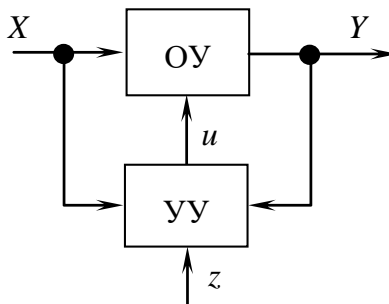


Рис. 2.3 – Функциональная схема автоматической системы управления

В состав автоматической системы входят: ОУ – устройство, над которым производится операция управления (объект управления); УУ – устройство, с по-

мощью которого осуществляется автоматическое управление объектом. В процессе управления на ОУ воздействуют: X – возмущающее воздействие, изменяющее состояние ОУ и препятствующее процессу управления; Y – выходная (регулируемая) величина, характеризующая состояние ОУ; u – управляющее воздействие (сигнал управления); z – задающее воздействие, содержащее информацию о требуемом значении воздействия.



.....

Системы автоматического управления классифицируются по различным признакам, наиболее важные среди них с точки зрения классификации:

- по принципу построения;
- по виду входного сигнала;
- по виду использования управляющего устройства;
- по виду уравнения, описывающего процессы в системах РА.

.....

По принципу построения различают:

- управление по отклонению (системы автоматической и фазовой подстройки частоты);
- по возмущению (системы автоматической регулировки усиления).

По виду входного сигнала:

- системы стабилизации, где входной сигнал постоянный (система автоматической стабилизации частоты, напряжения);
- системы программного управления, в которых входной сигнал является известной величиной (системы управления антенной РЛС в режиме поиска и др.);
- следящие системы, в которых сигнал является случайной величиной (система автоматического сопровождения цели РЛС).

По виду используемого управляющего устройства:

- разомкнутые;

- замкнутые;
- комбинированные.



Разомкнутые системы управления – системы, в которых выходная (регулируемая) величина не изменяется. Они могут быть классифицированы по следующим признакам:

- по возмущению или по входному воздействию (рис. 2.4, а);
- по задающему воздействию (по заданной программе) (рис. 2.4, б);
- по задающему и возмущающему воздействиям; является полным видом разомкнутой системы управления (рис. 2.4, в).

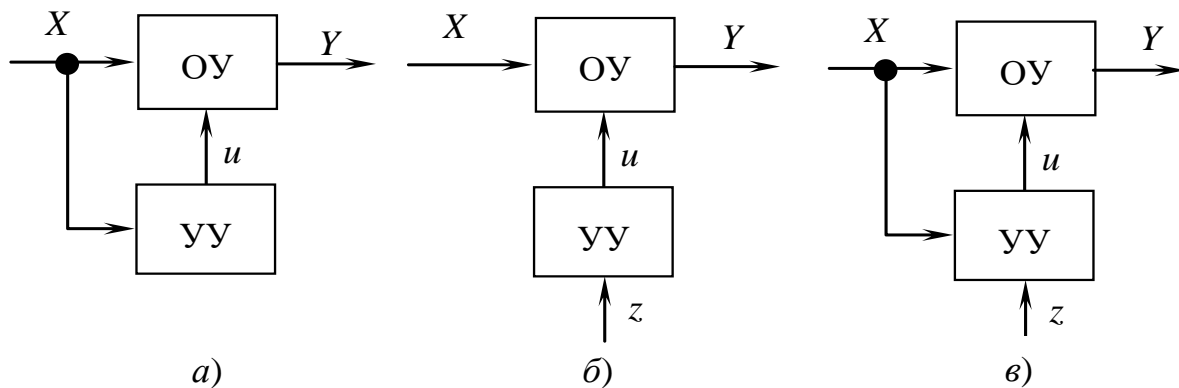


Рис. 2.4 – Функциональная схема разомкнутых автоматических систем управления



Замкнутые системы управления (рис. 2.5) имеют обратную связь. В замкнутой системе устройство управления стремится ликвидировать все отклонения регулируемой величины Y от его значения и не зависит от причин, вызвавших эти отклонения, включая любые возмущения, вызванные внешними и внутренними помехами.

Основные замкнутые системы управления строятся по схеме с обратной связью и управляются по отклонению и возмущению (рис. 2.3).

Комбинированные системы включают в себя совокупность или отдельные элементы разомкнутых и замкнутых систем (рис. 2.3).

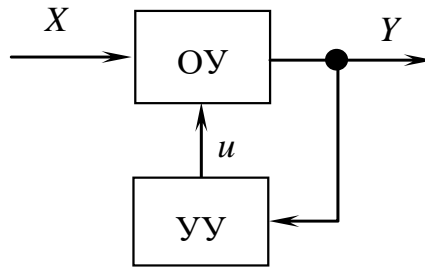


Рис. 2.5 – Функциональная схема замкнутых автоматических систем управления

В зависимости от вида уравнения, описывающего процессы в системах, различают непрерывные и дискретные, линейные и нелинейные, стационарные и нестационарные системы РА.

Одна и та же система может характеризоваться несколькими признаками. Примером может служить система автоматической регулировки усиления, являющаяся в данной классификации *нестационарной нелинейной системой*.

В современных радиотехнических устройствах и системах важную группу составляют цифровые системы, в состав которых входят компьютеры, микропроцессоры и микроконтроллеры. С точки зрения математического описания цифровые системы РА являются *дискретными нелинейными*.

Для улучшения качества работы системы РА в управляющем устройстве могут не только вырабатываться сигналы управления, но и изменяться алгоритмы управления и перестраиваться параметры системы (коэффициенты усиления звеньев, постоянные времени корректирующих устройств). В результате изменения алгоритма управления достигается высокое качество работы системы. Подобные системы РА называют *адаптивными*.



.....
Контрольные вопросы по главе 2
.....

1. Дайте определение автоматического регулирования и управления.
2. Какие виды систем управления Вы знаете? Чем отличаются автоматические и автоматизированные системы управления?
3. Каков принцип работы разомкнутых и замкнутых систем радиоавтоматики?
4. Какие системы радиоавтоматики называют комбинированными?
5. В чем различие линейных и нелинейных систем радиоавтоматики?
6. Какие системы радиоавтоматики называются адаптивными?

3 Функциональные и структурные схемы систем радиоавтоматики

3.1 Определения и условные обозначения компонентов функциональных и структурных схем систем

При описании принципа построения системы регулирования и порядка ее работы используется графическое представление в виде функциональной и структурной схем.



.....

Функциональная схема – графическое изображение элемента или системы, описывающее состав системы и поясняющее принцип взаимодействия между собой отдельных составляющих системы.

Структурная схема является условным графическим изображением элемента или системы, позволяющим составить математическое описание поведения системы, при этом отдельные звенья представляются в виде математической операции, которую производит данное звено системы.

.....

В общем случае порядок исследования систем управления и систем РА включает в себя математическое описание системы, исследование ее установившихся режимов и переходных процессов. Математическое описание, т. е. получение математической модели системы, начинается с разбиения ее на типовые радиотехнические звенья и описания этих звеньев.

Структурная схема системы РА представляется в виде соединения ТРЗ с передаточными функциями W (рис. 3.1, *а*), сумматоров (рис. 3.1, *б*, *в*) и узлов отвлечения (рис. 3.1, *г*).

В ряде случаев используется сумматор с заштрихованным сектором, означающий математическую операцию «минус» (рис. 3.1, *б*).

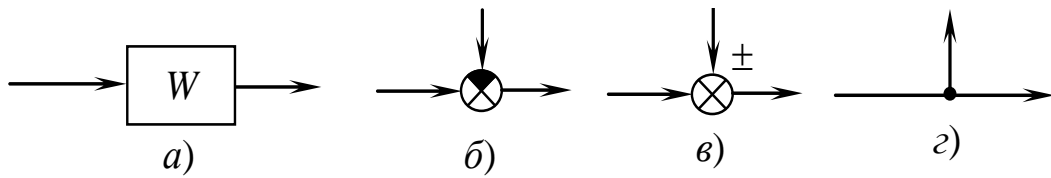
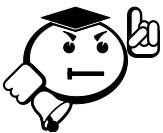


Рис. 3.1 – Основные обозначения компонентов структурной схемы системы РА



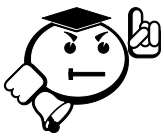
При проведении анализа показателей качества систем радиоавтоматики, математическом описании их свойств на математическую модель ТРЗ накладываются следующие допущения:

- входное воздействие подаётся только на «вход» звена, а выходная (регулируемая) величина снимается только с его «выхода»;
- направление действия сигнала «вход – выход» и не имеет обратных связей;
- свойства и параметры ТРЗ не влияют на «выход» предыдущего и на «вход» последующего звена.



Для радиотехнических устройств и систем характерны следующие системы автоматической регулировки: автоматическая регулировка усиления, автоматическая подстройка частоты, фазовая подстройка частоты (ФАПЧ), автоматическое сопровождение цели бортовой РЛС, измерения дальности РЛС, угломерные следящие системы, системы слежения за временным положением импульсного сигнала и др.

3.2 Система автоматической регулировки усиления



.....

Системы автоматической регулировки усиления (АРУ) широко используются в радиоприёмных устройствах различного назначения.

.....

Системы АРУ предназначены для стабилизации уровня сигнала на выходе усилителей радиоприёмных устройств при большом динамическом диапазоне изменения входного сигнала. В радиовещательных радиоприёмниках динамический диапазон достигает 60...70 дБ, а в радиолокационных приемниках – 70...100 дБ. При таком изменении уровня входного сигнала, при отсутствии системы АРУ, нарушается нормальная работа приёмных устройств, что проявляется в перегрузке последних каскадов приёмника. В системах автоматического сопровождения цели РЛС перегрузка каскадов приёмника приводит к искажению амплитудной модуляции (АМ), снижению коэффициента усиления, срыву сопровождения, а в ряде случаев и к полному отказу. В системах стабилизации частоты перегрузка каскадов вызывает изменение крутизны дискриминационной характеристики, что резко снижает качество работы системы в целом [2–4].



.....

По принципу построения системы АРУ делятся на три основных типа [3]: разомкнутые, без обратной связи (рис. 3.2, 3.4); замкнутые, или с обратной связью, (рис. 3.5) и комбинированные схемы.

.....

Существуют одно- и многопетлевые системы АРУ с непрерывной и цифровой регулировкой. АРУ без обратной связи обеспечивает высокое постоянство амплитуды выходного сигнала при изменении входного сигнала в широких пределах, однако регулируемая величина зависит от стабильности параметров цепи АРУ.

Разомкнутая инерционная система АРУ (рис. 3.2) имеет в своём составе регулируемый усилитель, усилитель системы АРУ, детектор АРУ для получения

управляющего воздействия и фильтр нижних частот, устраняющий составляющую частот модуляции во избежание демодуляции АМ радиосигнала.

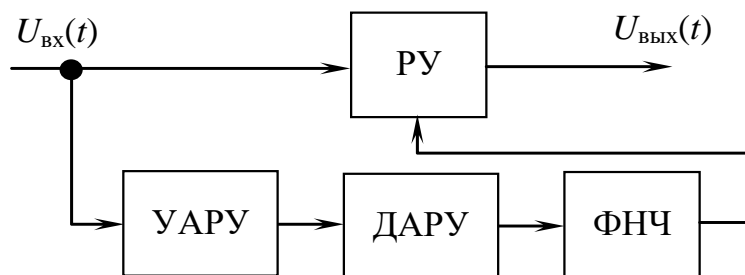


Рис. 3.2 – Структурная схема разомкнутой инерционной системы АРУ

Для обеспечения работы системы во времени используется временная АРУ. Временная система (рис. 3.3) содержит устройство формирования управляющего напряжения ВАРУ, работа которого синхронизируется во времени внешним импульсом [3–5].

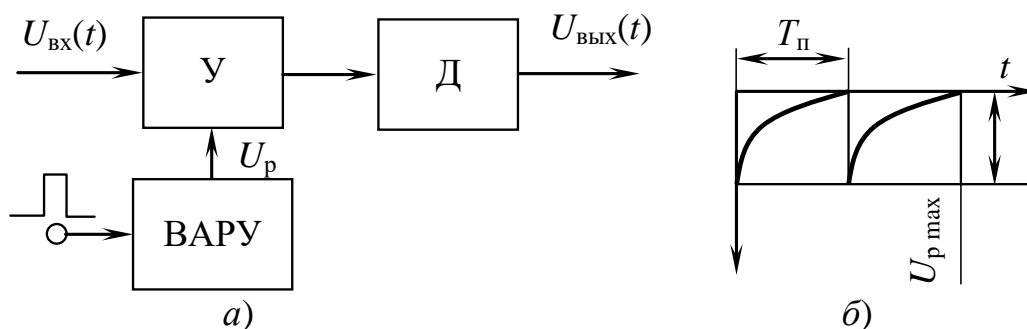


Рис. 3.3 – Структурная схема системы разомкнутой временной АРУ (а) и временная диаграмма, поясняющая принцип ее работы (б)

На практике наибольшее распространение получили инерционные системы АРУ с обратной связью. Они разделяются на системы непрерывного (рис. 3.4) и импульсного действия (рис. 3.3). Все перечисленные системы могут быть задержанными и незадержанными (рис. 3.6).

Принцип работы системы АРУ заключается в следующем. Входное напряжение $U_{\text{вх}}(t)$ поступает на вход усилителя с регулируемым коэффициентом усиления. Выходное напряжение с усилителя поступает на вход детектора, затем протектированный сигнал суммируется с напряжением задержки U_3 . Суммарное напряжение U_c усиливается усилителем постоянного тока (УПТ) и подаётся

на фильтр нижних частот (ФНЧ), ФНЧ формирует управляющее напряжение U_y , изменяющее коэффициент усиления. Зависимость коэффициента усиления усилителя от управляющего напряжения называют регулировочной характеристикой, она может быть аппроксимирована линейной зависимостью [3, 4, 6]:

$$k(U_y) = k_0 - \alpha U_y, \quad (3.1)$$

где k_0 – коэффициент усиления при управляющем напряжении, равном нулю; α – крутизна регулировочной характеристики.

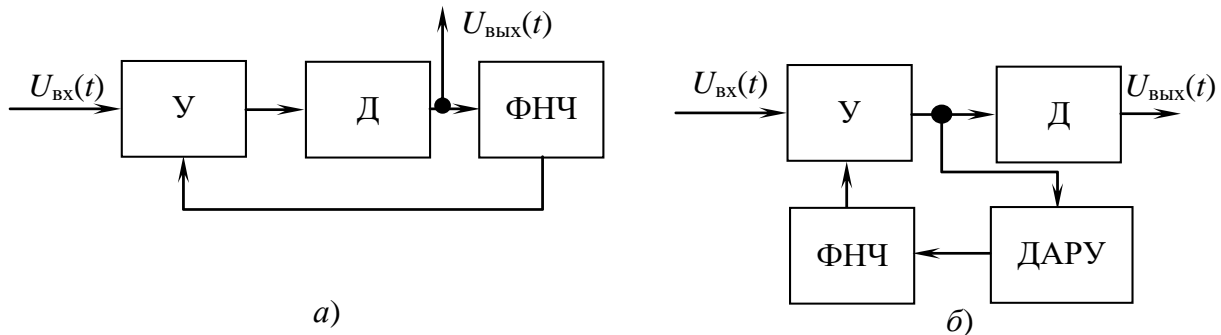


Рис. 3.4 – Структурные схемы систем АРУ непрерывного действия с обратной связью (а) – простая с совмещённым детектированием, (б) – простая с разделённым детектированием

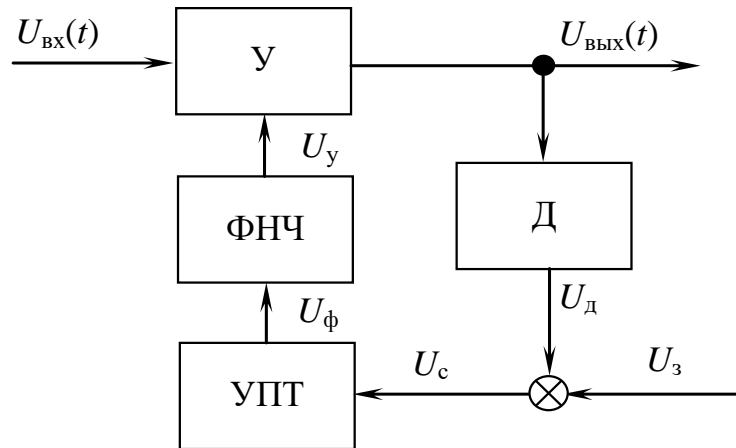


Рис. 3.5 – Структурная схема системы усиленной задержанной АРУ с обратной связью

Эффект стабилизации уровня выходного напряжения $U_{\text{вых}}(t)$ достигается за счет того, что с ростом уровня $U_{\text{вых}}(t)$ увеличивается и управляющее напря-

жение U_y , под действием которого, в соответствии с выражением (3.1), уменьшается коэффициент усиления усилителя, что приводит к снижению уровня входного сигнала.

Для предотвращения снижения уровня выходного сигнала при малых входных воздействиях и обеспечения работы системы АРУ с определённого уровня в систему подают напряжение задержки U_3 . В результате напряжение управления появится только в случае, когда напряжение на выходе амплитудного детектора превысит напряжение задержки U_3 (3.2).

$$\begin{aligned} u_d &= u_{\text{ВЫХ}} K_d - u_3, \text{ если } u_{\text{ВЫХ}} K_d \geq u_3, \\ u_d &= 0, \text{ если } u_{\text{ВЫХ}} K_d < u_3, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где K_d – коэффициент передачи детектора.

Фильтр нижних частот в цепи обратной связи систем АРУ предназначен для передачи управляющего напряжения с частотами изменения уровня выходного напряжения АРУ. При этом ФНЧ должен быть инерционным по отношению к частотам полезной модуляции, иначе произойдёт демодуляция полезного сигнала.

Напряжение на выходе системы АРУ:

$$u_{\text{ВЫХ}} = k(u_y)u_{\text{ВХ}} = (k_0 - \alpha u_y)u_{\text{ВХ}}. \quad (3.3)$$

Уравнениям (3.2)–(3.3) соответствует структурная схема системы АРУ (рис. 3.6). На этой схеме нелинейное звено описывается зависимостью:

$$u_d - u_3 = \begin{cases} u_d - u_3 & \text{при } u_d \geq u_3, \\ 0 & \text{при } u_d < u_3. \end{cases} \quad (3.4)$$

В установившемся режиме (при постоянном уровне напряжения на входе системы АРУ) из (3.2)–(3.4) следует:

$$\begin{aligned} u_{\text{ВЫХ}} &= k_0 u_{\text{ВХ}} \text{ при } u_d < u_3; \\ u_{\text{ВЫХ}} &= \frac{k_0 + \alpha k_{\text{УПТ}} u_3}{1 + \alpha u_{\text{ВХ}} k_d k_{\text{УПТ}}} u_{\text{ВХ}} \text{ при } u_d \geq u_3, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где $k_{\text{УПТ}}$ – коэффициент усиления УПТ.

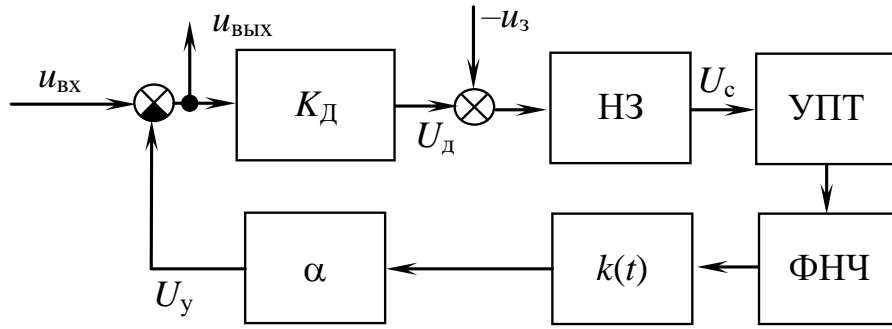


Рис. 3.6 – Структурная схема системы АРУ с обратной связью

Уравнение (3.5) определяет регулировочную характеристику системы АРУ с обратной связью.

Амплитудные характеристики замкнутой системы АРУ (рис. 3.7) представлены для случаев: 1 – без системы АРУ, 2 – простая АРУ, 3 – задержанная АРУ, 4 – усиленная и задержанная АРУ.

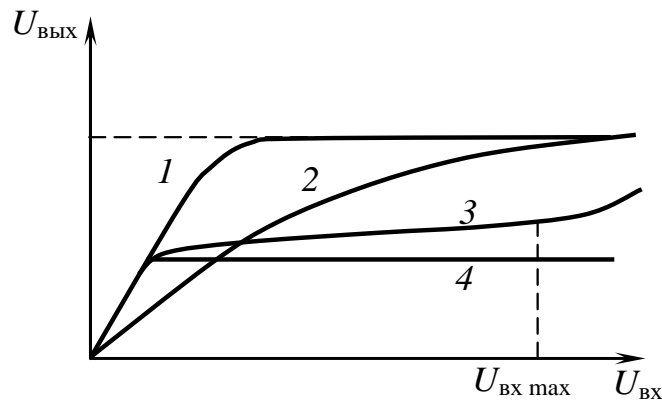


Рис. 3.7 – Амплитудные характеристики системы АРУ



На практике в радиовещательных и телевизионных радиоприёмных устройствах целесообразно использовать инерционную усиленную задержанную систему АРУ с задержкой.

В радиолокационных радиоприёмниках используют комбинированную систему АРУ. Это обусловлено необходимостью обеспечения быстродействия АРУ и достигается использованием принципов разомкнутой и замкнутой систем. Быстродействие определяется постоянной времени цепи фильтра нижних частот.

3.3 Система автоматической подстройки частоты



.....

Системы автоматической подстройки частоты (АПЧ) применяются для стабилизации частоты генерируемых колебаний, слежения за частотой сигнала в радиоприёмных устройствах, в демодуляторах частотно-модулированных колебаний с обратной связью по частоте и др.

.....

Функциональная схема АПЧ супергетеродинного приёмника (рис. 3.8) содержит в своём составе смеситель, усилитель промежуточной частоты, частотный дискриминатор, фильтр низкой частоты и управитель гетеродина. Входной сигнал $U_c(t)$ с частотой ω_c преобразуется в смесителе в напряжение промежуточной частоты $\omega_{пр}$, затем усиливается усилителем промежуточной частоты и подаётся на частотный дискриминатор (ЧД). Если промежуточная частота $\omega_{пр}$ отличается на $\Delta\omega$ от ее номинального значения $\omega_{пр0}$, то на выходе ЧД возникает напряжение, значение и знак которого зависят от значения и знака отклонения промежуточной частоты $\Delta\omega$. Напряжение с ЧД $U_{чд}$ через ФНЧ подаётся на гетеродин, частота которого перестраивается, обеспечивая минимальное рассогласование значения $\omega_{пр}$ от номинальной частоты $\omega_{пр0}$.

Отклонение промежуточной частоты сигнала $\omega_{пр}$ от номинального значения [3, 4]:

$$\Delta\omega = \omega_{пр} - \omega_{пр0} = \Delta\omega_c - \Delta\omega_\Gamma, \quad (3.6)$$

где $\omega_{пр} = \omega_c - \omega_\Gamma$, $\omega_c = \omega_{c0} + \Delta\omega_c$ – частота входного сигнала; $\omega_\Gamma = \omega_{\Gamma0} + \Delta\omega_\Gamma$ – частота гетеродина; $\Delta\omega_c$, $\Delta\omega_\Gamma$ – отклонение частот входного сигнала и гетеродина от номинальных значений ω_{c0} , $\omega_{\Gamma0}$.

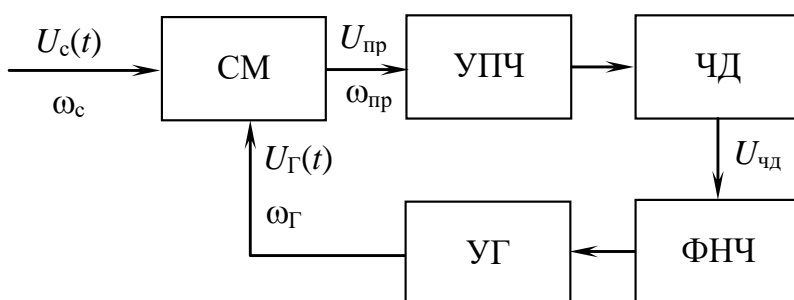


Рис. 3.8 – Функциональная схема системы автоматической подстройки частоты

Напряжение на выходе ЧД является функцией отклонения промежуточной частоты от номинального значения, определяется выражением:

$$u_{\text{чд}} = F(\Delta\omega). \quad (3.7)$$

Зависимость $F(\Delta\omega)$ называют дискриминационной характеристикой (рис. 3.9). При малых значениях $\Delta\omega$ дискриминационная характеристика линейна, и выражение (2.7) принимает вид:

$$u_{\text{чд}} = k_{\text{чд}}\Delta\omega, \quad (3.8)$$

где $k_{\text{чд}}$ – коэффициент передачи ЧД (крутизна дискриминационной характеристики).

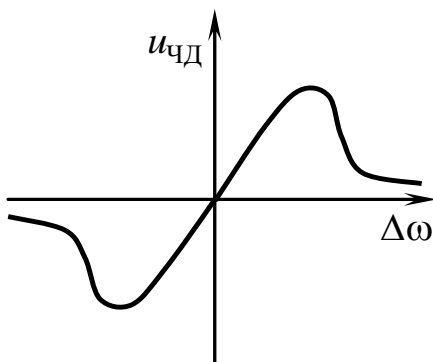


Рис. 3.9 – Дискриминационная характеристика частотного детектора

Под действием напряжения, снимаемого с фильтра $U_{\phi} = K_{\phi}U_{\text{чд}}$, K_{ϕ} – коэффициент передачи ФНЧ, частота гетеродина перестраивается на

$$\Delta\omega_{\Gamma} = K_{\Gamma}u_{\phi}, \quad (3.9)$$

где K_{Γ} – коэффициент передачи управителя гетеродина (УГ).

Из выражений (3.6), (3.8) и (3.9) следует, что ошибка регулирования промежуточной частоты в системе АПЧ может быть определена по выражению:

$$\Delta\omega = \frac{1}{1+K} \Delta\omega_c, \quad (3.10)$$

где $K = K_{\text{ЧД}} K_{\text{ФНЧ}} K_{\text{УГ}}$ – коэффициент передачи системы АПЧ.

Уравнениям (3.6)–(3.10) соответствует структурная схема, представленная на рисунке (рис. 3.10).

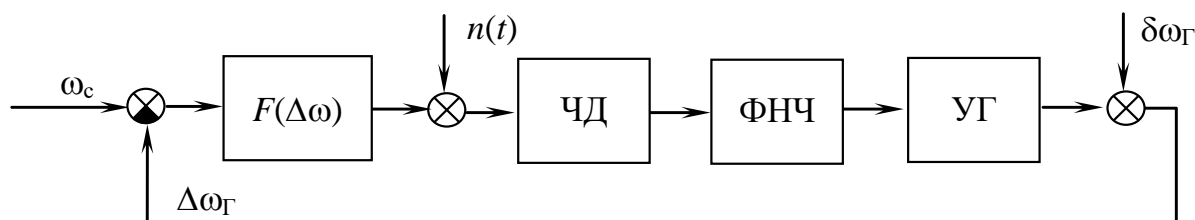


Рис. 3.10 – Структурная схема системы АПЧ

Структурная схема системы АПЧ учитывает дестабилизирующие факторы, влияющие на точность ее работы: $n(t)$ – флуктуационная составляющая напряжения, поступающая с дискриминатора; $\delta\omega_{\Gamma}$ – нестабильность гетеродина.

3.4 Система фазовой автоподстройки частоты



.....

Системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) применяются в радиоприёмных устройствах, перестраиваемых по частоте генераторов высокостабильных колебаний и других устройств.

.....

Функциональная схема системы ФАПЧ предназначена для стабилизации частоты подстраиваемого генератора по сигналу высокостабильного эталонного генератора (рис. 3.11).

Объектом управления в системе ФАПЧ является перестраиваемый генератор (ПГ), частота колебаний (или фаза) напряжения которого изменяется в зависимости от напряжения, вырабатываемого управляющим элементом, при этом

напряжение ПГ остаётся неизменным. Частота напряжения ПГ является выходным сигналом (ЭГ) системы ФАПЧ, на которую действует напряжение от эталонного генератора с частотой $\omega_э$. Этот сигнал является управляющим воздействием. Измерителем рассогласования является фазовый детектор (ФД), выходной сигнал которого является нелинейной периодической функцией разности фаз сигналов, подаваемых от ЭГ и ПГ. Сигнал с ФД через ФНЧ подаётся на управляемый элемент (УЭ), который перестраивает частоту ПГ, приближая ее к частоте ЭГ. В установившемся режиме в системе устанавливается постоянная разность фаз между напряжениями $u_э$ и $u_г$, при этом напряжение на выходе ФД также будет постоянным, в результате чего частота сигнала с ПГ окажется равной частоте сигнала ЭГ.

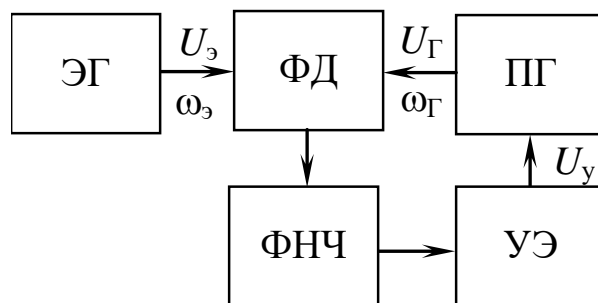


Рис. 3.11 – Функциональная схема системы ФАПЧ

Начальное рассогласование от ЭГ и ПГ определяется как:

$$\Delta\omega_n = \omega_э - \omega_{гн}, \quad (3.11)$$

где $\omega_{гн}$ – начальная частота сигнала ПГ [5].

После включения системы ФАПЧ частота сигнала ПГ будет описываться выражением:

$$\omega_г = \omega_{гн} - \omega_{гу}. \quad (3.12)$$

Частотная составляющая $\omega_{гу}$ возникает из-за перестройки частоты ПГ и определяется выражением:

$$\omega_{гу} = k_г \cdot k_{уэ} \cdot u_{фд} = k_г \cdot k_{уэ} \cdot F(\varphi), \quad (3.13)$$

где k_{Γ} – коэффициент передачи ПГ по частоте; $k_{y_{\text{Э}}}$ – коэффициент передачи УЭ; $k_{\text{д}}$ – коэффициент передачи ФД, равным максимальному напряжению на выходе ФД; φ – разность фаз напряжений ЭГ и ПГ; $F(\varphi)$ – дискриминационная характеристика.

Важным параметром систем ФАПЧ является величина полосы захвата. Под полосой захвата понимается диапазон первоначальных расстроек между частотами сигнала и подстраиваемого генератора, в пределах которого обеспечивается переход к режиму слежения за частотой.

Для оценки максимально допустимого рассогласования используется полоса удержания, определяемая выражением:

$$\dot{\omega}_{\text{уд}} = k_{\Gamma} \cdot k_{y_{\text{Э}}} \cdot k_{\text{д}}, \quad (3.14)$$

результат имеет размерность круговой частоты. С учётом (3.13) и (3.14) частота ПГ может быть определена по следующей формуле:

$$\omega_{\Gamma} = \omega_{\text{ГН}} + \omega_{\text{уд}} \cdot F(\varphi). \quad (3.15)$$

Разность фаз сигналов ЭГ и ПГ определяется выражением:

$$\varphi = \varphi_0 + \int_0^t (\omega_{\text{Э}} - \omega_{\Gamma}) dt, \quad (3.16)$$

Из формулы (3.16) следует, что производная

$$\dot{\varphi} = \omega_{\text{Э}} - \omega_{\Gamma}. \quad (3.17)$$

Уравнение (3.17) является основным дифференциальным уравнением системы ФАПЧ, показывающим, что в любой момент времени алгебраическая сумма разности частот $\omega_{\text{Э}} - \omega_{\Gamma}$ и расстройки является постоянной величиной, равной начальному рассогласованию частот сигналов ЭГ и ПГ.

Отличие структурной схемы системы ФАПЧ, приведённой на рисунке (рис. 3.12), от системы АПЧ (рис. 3.10) состоит в наличии в системе ФАПЧ интегрирующего звена \int , с передаточной функцией $W = 1/p$, производящего математическую операцию интегрирования в соответствии с формулой (3.16).

Интегрирующее звено и возмущающее воздействие $n(t)$ учитывают влияние на качество работы системы флуктуационной составляющей напряжения, а воздействие $\delta\omega_{\Gamma}$ – влияние нестабильности частоты ПГ.

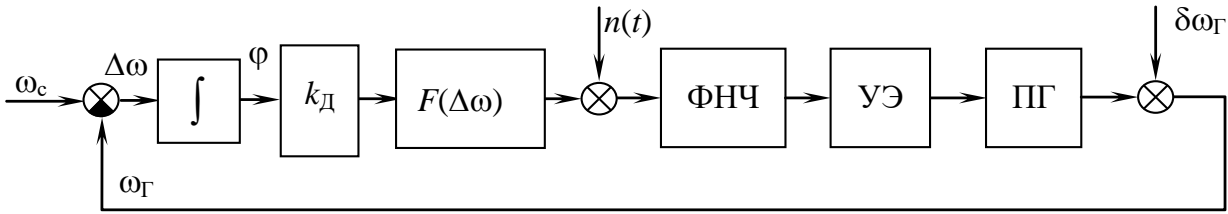


Рис. 3.12 – Структурная схема системы ФАПЧ

3.5 Система автоматического сопровождения цели РЛС



.....

Радиолокационная станция сопровождения (РЛС) предназначена для автоматического измерения составляющих угла отклонения линии визирования в системе координат $Ox_c Y_c Z_c$, связанной с летательным аппаратом (рис. 3.13, а).

.....

Антенное устройство РЛС устанавливается в карданном подвесе, наружная рамка которого вращается в горизонтальной, а внутренняя – в вертикальной плоскостях (рис. 3.13, б). Антенна связана с системой координат $Ox_A Y_A Z_A$, ось Ox_A нормальна к плоскости внутренней рамки карданного подвеса и совпадает с продольной осью антенны. Для измерения углов отклонения линии визирования в горизонтальной φ_y и вертикальной φ_z плоскостях на рамках карданного подвеса используют аналоговые или цифровые датчики.

Радиолокационные станции сопровождения строятся как моноимпульсные (одноимпульсные) системы, в которых измерение угловых координат сопровождаемой цели осуществляется по одному отражённому от цели импульсу [2–4].

Радиолокационные системы – многоканальные устройства. Двухканальные РЛС требуются для измерения составляющей угла отклонения линии визирования в горизонтальной плоскости по одному каналу и измерения в вертикальной плоскости по второму. Для этого в антенне РЛС, в горизонтальной и вертикальной

плоскостях, формируются две остронаправленные перекрещивающиеся диаграммы направленности (рис. 3.14, *a*).

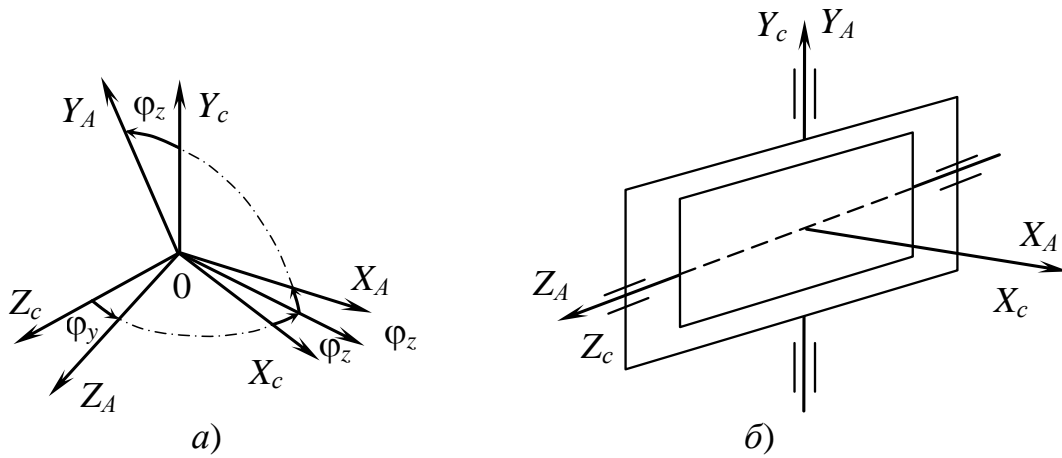


Рис. 3.13 – Диаграмма направленности углов отклонения линии визирования (*a*) и схема карданного подвеса антенны РЛС (*б*)

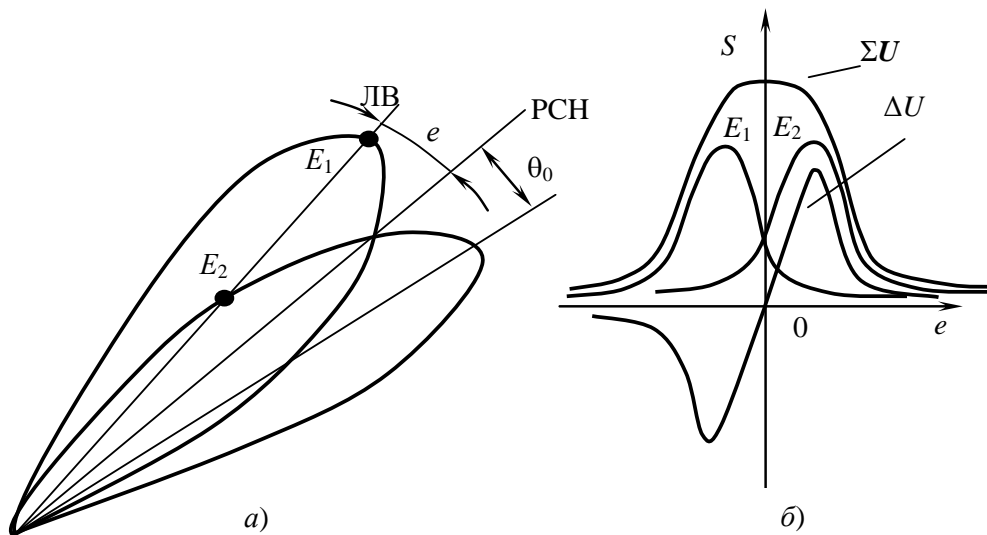


Рис. 3.14 – Диаграмма направленности (*a*) и пеленгационная характеристика РЛС (*б*)

Диаграммы направленности разнесены относительно равносигнального направления (РСН) на постоянный угол θ_0 . Если линия визирования (ЛВ) отклонена от РСН на угол e , который является сигналом рассогласования в системе автосопровождения, то сигналы, принятые по диаграммам направленности, будут различными: сигнал E_1 , принятый по верхней диаграмме направленности, будет больше сигнала E_2 , принятого по нижней диаграмме:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_0 + k_A e E_0; \\ E_2 &= E_0 - k_A e E_0, \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

где E_0 – сигнал, принимаемый по РСН; k_A – постоянный коэффициент; k_A – постоянный коэффициент.

Разность амплитуд принятых сигналов

$$E_p = E_1 - E_2 = 2k_A e E_0 \quad (3.19)$$

пропорциональна углу отклонения линии визирования от РСН. Для того чтобы исключить влияние на измерение напряжения, пропорционального углу отклонения e от абсолютных значений принимаемых сигналов E_1 и E_2 , разностный сигнал (3.19) нормируется суммарным сигналом:

$$E_c = E_1 + E_2 = 2E_0. \quad (3.20)$$

В этом случае отношение амплитуды разностного сигнала (3.19) к амплитуде суммарного сигнала, определённой формулой (3.20), можно записать в виде:

$$\frac{E_p}{E_c} = k_A e = S - \quad (3.21)$$

и пропорционально углу отклонения линии визирования от РСН. Зависимость (3.21) называют пеленгационной характеристикой (рис. 3.14, б). Эта характеристика определяет коэффициент передачи приёмника РЛС, допустимый диапазон угла рассогласования от РСН.

Реализация соотношения (3.21) в моноимпульсном приёмнике системы автосопровождения (рис. 3.15) обеспечивается использованием системы АРУ [3, 4, 1]. Суммарный сигнал (3.20) является также опорным сигналом для фазового детектора системы автосопровождения, напряжение на выходе которого будет

$$u_{\text{фд}} = k_{\text{фд}} k_A e, \quad (3.22)$$

где $k_{\text{фд}}$ – коэффициент передачи фазового детектора.

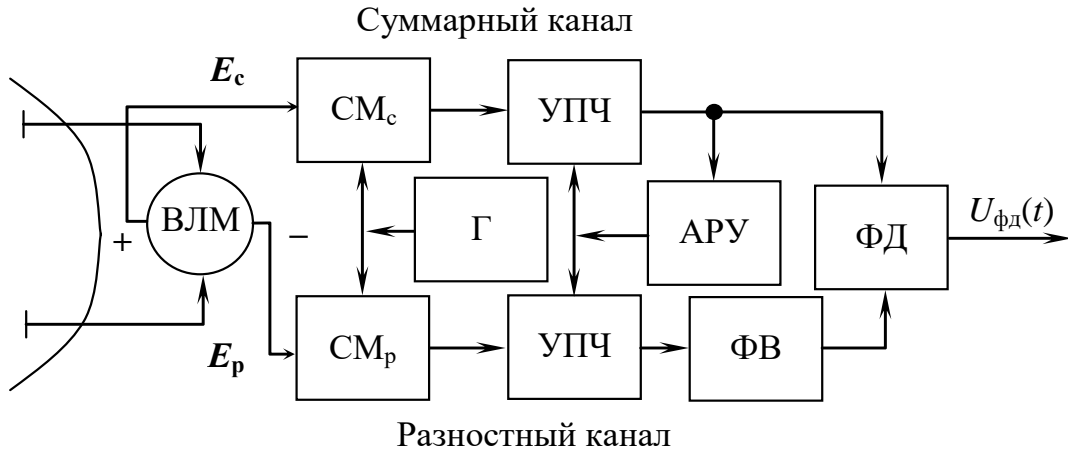


Рис. 3.15 – Функциональная схема моноимпульсного приёмника системы автосопровождения РЛС

Структурная схема системы автосопровождения РЛС представлена на рисунке 3.16, а. Из схемы видно, что напряжение с приёмника через корректирующее устройство подаётся на усилитель мощности, на который поступает и сигнал со схемы местной обратной связи. Усилитель мощности вводится для обеспечения нормальной работы электрического двигателя, который через редуктор поворачивает антенну в направлении уменьшения сигнала рассогласования, не превышающего в режиме сопровождения цели допустимого значения. С помощью корректирующего устройства, включённого после фазового детектора приёмника и местной обратной связи, обеспечиваются устойчивость и необходимые динамические свойства системы автосопровождения цели радиолокационной станции.

Система автосопровождения работает в условиях действия возмущающих воздействий. Основными из них являются следующие: флуктуация отраженного от цели радиолокационного сигнала; угловой шум, обусловленный перемещением по цели центра отражения сигнала (блуждание блестящей точки); шум первых каскадов приёмника. Эти возмущающие воздействия снижают точность работы системы и учтены в модели системы в виде возмущающего воздействия $n(t)$. Регулируемым параметром в системе автосопровождения цели является угол отклонения оси антенны РЛС φ_A от продольной оси летательного аппарата

OX_c , а управляющим воздействием (входным сигналом) – угол отклонения линии визирования $\varphi_{ц}$.

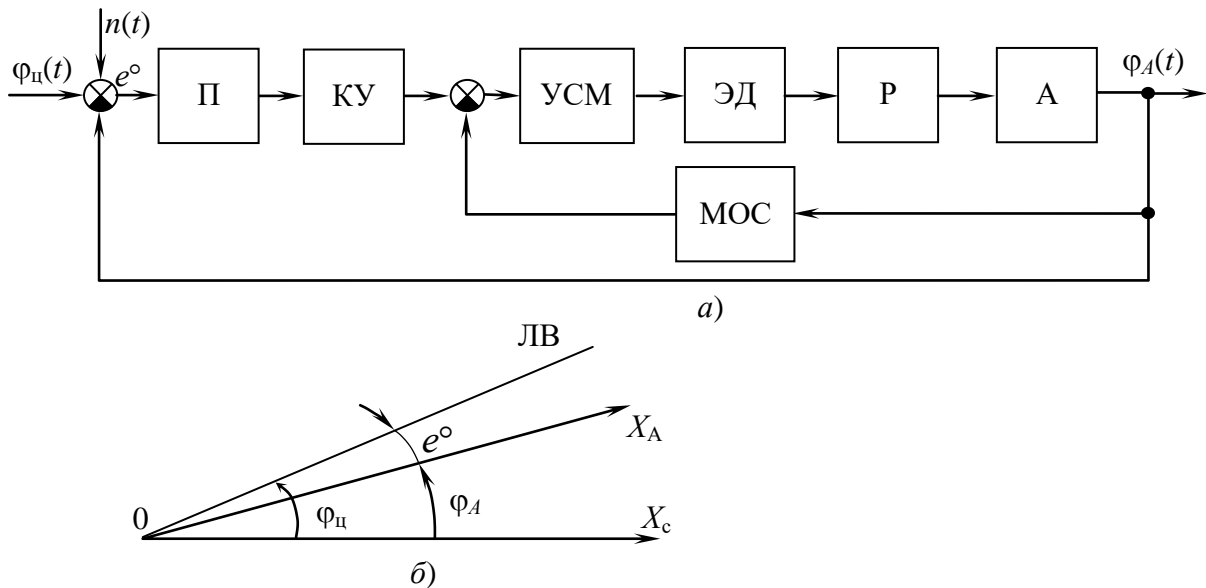


Рис. 3.16 – Структурная схема системы автоматического сопровождения РЛС (а) и отсчёт угла (б)

Объект управления – антенна РЛС, состояние которой (угол отклонения и его производные) должно изменяться так, чтобы продольная ось антенны с необходимой точностью была направлена на сопровождаемую цель, а производные от ее угла отклонения не превышали допустимых значений.

3.6 Система автоматического измерения дальности РЛС



.....

Система измерения дальности (дальномер) РЛС предназначена для измерения дальности до выбранной цели, информация о которой используется в счётно-решающих устройствах систем наведения летательных аппаратов, навигационных комплексах и др.

.....

Принцип работы дальномера базируется на измерении сдвига между зондирующими импульсами, следуемыми через интервал времени T , и импульсами, отражёнными от цели. Отражённые от цели импульсы искажены шумами, поэтому непосредственное измерение дальности по времени задержки связано с

большими ошибками. Для повышения точности измерения в дальномере формируются следящие импульсы, временное положение которых относительно зондирующих импульсов оказывается пропорциональным дальности до цели и незначительно зависит от шумов.

Функциональная схема дальномера (рис. 3.17) содержит временной дискриминатор, экстраполятор, фильтр нижних частот, временной модулятор и генератор импульсов.

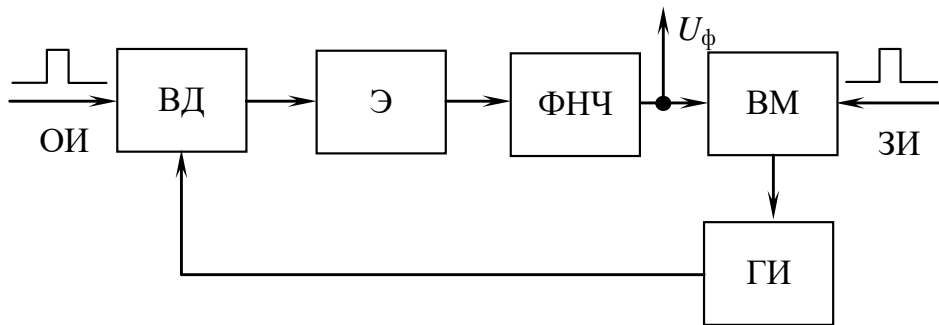


Рис. 3.17 – Функциональная схема дальномера импульсной РЛС

В режиме измерения дальности отражённый от цели импульс через приемник поступает на первый вход временного дискриминатора, на второй – с генератора импульсов подаются два следующих друг за другом следящих импульса. Во временном дискриминаторе вырабатывается напряжение, пропорциональное рассогласованию временного положения отражённого импульса относительно оси симметрии следящих импульсов:

$$u = k_d (t_R - t_n) = k_d \Delta t, \quad (3.23)$$

где Δt – рассогласование по времени между отражённым и следящими импульсами; $t_R = 2R/c$ – время задержки отражённого импульса относительно зондирующего; t_n – время задержки следящих импульсов; R – измеряемая дальность; c – скорость света.

Если временное рассогласование Δt не равно нулю, то во временном дискриминаторе вырабатываются два импульса, длительности которых определяются [3]:

$$\tau_1 = \frac{\tau}{2} - \Delta t;$$

$$\tau_2 = \frac{\tau}{2} + \Delta t.$$
(3.24)

Импульсы эюры напряжений ВД приведены на рисунке 3.18 с длительностями τ_1 и τ_2 детектируются, а разность полученных напряжений является выходным напряжением временного дискриминатора u_d .

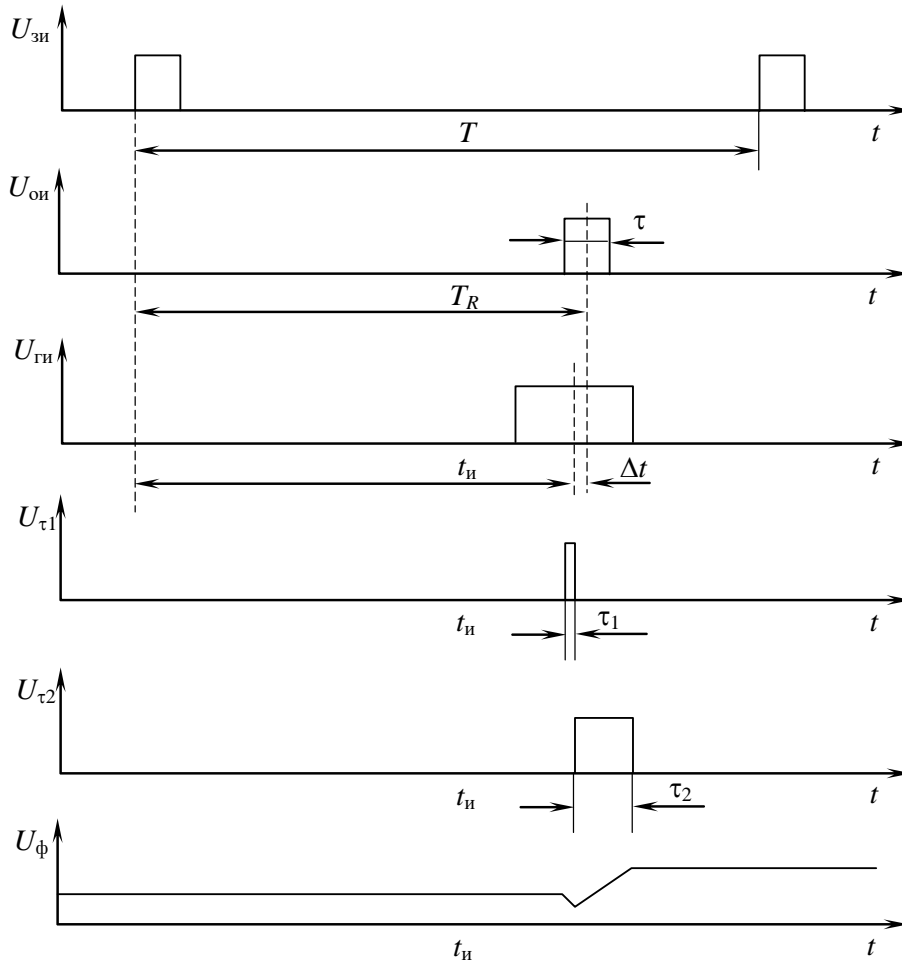


Рис. 3.18 – Эюры напряжений временного дискриминатора

На каждом периоде измерения дальности напряжение с выхода временного дискриминатора фиксируется экстраполятором и сбрасывается до нуля перед приходом следующей пары импульсов. Напряжение с экстраполятора через ФНЧ подаётся на временной модулятор, который зондирующим импульсом, задержанным на время, пропорциональное сигналу с ФНЧ, запускает генератор импульсов

(ГИ), который формирует два следящих импульса. Полученный замкнутый контур рассогласование Δt сводит к минимальному значению, определяющему ошибку измерения дальности.

Для повышения точности измерения дальности включают два интегратора. В такой системе ошибка измерения дальности при измерении расстояния до цели по линейному закону равна нулю. При этом информация об измеряемой дальности может быть получена только в дискретные моменты времени, отстоящие на период повторения, поэтому рассмотренный дальномер относится к классу импульсных систем РА (рис. 3.19).

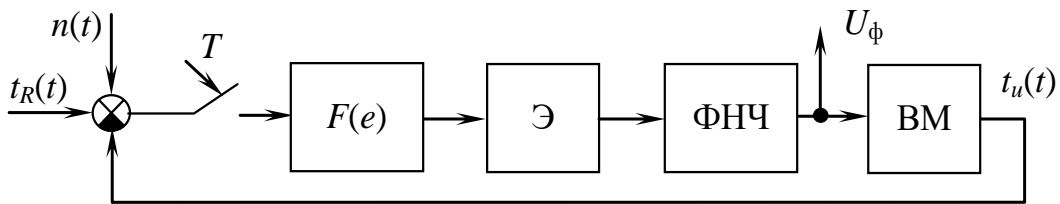


Рис. 3.19 – Структурная схема дальномера

Для обеспечения работы в импульсном режиме в структурную схему дальномера включён дискретизатор (ключ). Звено с характеристикой $F(e)$ соответствует временному дискриминатору (вид этой характеристики зависит от отношения сигнал/шум и длительности импульсов); $n(t)$ – случайная помеха, ухудшающая качество работы дальномера.

3.7 Обобщённая структурная схема системы радиоавтоматики

.....  Выводы

Анализируя все рассмотренные структурные схемы систем радиоавтоматики, можно отметить их сходство. Аналогия структурных схем систем позволяет составить обобщённую структурную схему систем РА (рис. 3.20). На структурной схеме приняты следующие обозначения:

- $x(t)$ – входной сигнал или управляющее воздействие (угол поворота линии визирования в системе автоматического сопровождения цели РЛС, частота эталонного генератора в системе ФАПЧ и т. п.);
 - $y(t)$ – выходной сигнал или регулируемый параметр (угол поворота антенны РЛС, частота перестраиваемого генератора);
 - $e(t)$ – сигнал рассогласования, или сигнал ошибки.
-

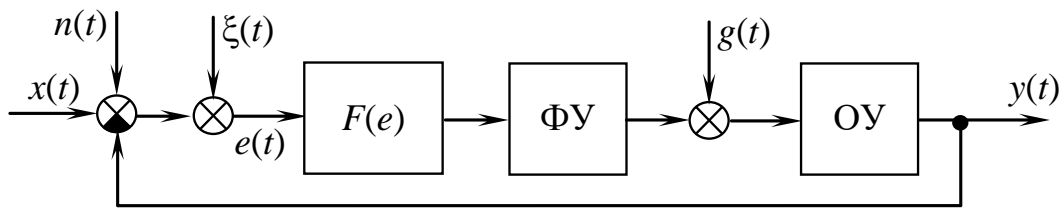
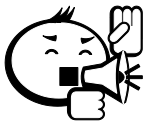


Рис. 3.20 – Обобщённая структурная схема системы РА

.....



Работа систем РА происходит в условиях действия различных помех.

.....

На обобщённой структурной схеме учитывается влияние помех введением возмущающего воздействия $n(t)$. Это воздействие может состоять из нескольких составляющих, например, в системе автоматического сопровождения цели РЛС оно состоит из флуктуаций отражённого от цели сигнала, воздействия, возникающего из-за перемещения центра отражения радиолокационного сигнала от поверхности цели, шумов первых каскадов электронных приборов приёмника и т. д. Возмущающее воздействие $g(t)$ поступает на объект управления системы РА. Это воздействие обусловлено в основном изменением условий окружающей среды (температуры, давления, влажности и т. п.) и флуктуациями источников питания.



Одним из известных недостатков непрерывных систем РА является дрейф нуля их регулировочных характеристик.

В обобщённой структурной схеме влияние дрейфа нуля учитывается сигналом сдвига $\xi(t)$, например, в системах автоматического сопровождения цели РЛС сигнал $\xi(t)$ учитывает дрейф нуля пеленгационной характеристики.

Функциональные устройства систем РА, указанные в обобщённой структурной схеме, включают устройства измерения сигнала ошибки, исполнительные и корректирующие устройства, предназначенные для создания необходимых динамических характеристик (например, фильтр нижних частот). ОУ – объект управления (антенна РЛС, перестраиваемый генератор в системе ФАПЧ и т. д.), $F(e)$ – дискриминатор, который имеет нелинейную характеристику. При малых сигналах ошибки амплитудная характеристика дискриминатора может быть линейной:

$$u_d = k_d e. \quad (3.25)$$

Форма дискриминационной характеристики зависит от амплитуды сигнала ошибки, что приводит к нежелательным изменениям динамических характеристик систем РА. Для исключения такой зависимости проводится нормировка сигнала по амплитуде, что достигается введением АРУ или ограничителя.

Иногда в системах радиоперехвата радиотехнических устройств встречаются системы, структурные схемы которых отличаются от их рассмотренной обобщённой схемы, например системы автоматического сопровождения бортовых РЛС. Они выполняются как комплексные системы, в которых для повышения точности имеется дополнительный канал. Однако в этих случаях введённая обобщённая структурная схема РА является основой для анализа ее качественных и количественных характеристик.



.....
Контрольные вопросы по главе 3
.....

1. Каково назначение автоматической регулировки усиления?
2. По какому принципу делятся системы АРУ?
3. Дайте определение разомкнутой и замкнутой системы АРУ.
4. Каково назначение системы фазовой автоподстройки частоты?
5. Каково назначение системы частотной автоподстройки частоты?
6. В чем отличие систем ФАПЧ и АПЧ?
7. Каково назначение системы автоматического сопровождения цели РЛС?
8. Каково назначение системы автоматического измерения дальности РЛС?
9. Представьте обобщённую структурную схему системы радиоавтоматики.

4 Элементы систем радиоавтоматики и типовые радиотехнические звенья

4.1 Описание элементов систем радиоавтоматики

Исходными уравнениями для анализа систем РА являются дифференциальные уравнения ее элементов, которые составляются на основании принципов их работы. В большинстве случаев эти уравнения оказываются нелинейными, что усложняет анализ систем. Поэтому всегда, когда это можно, стремятся провести линеаризацию характеристик нелинейных устройств. Линеаризацию производят по формуле Тейлора, в соответствии с которой разложение нелинейной функции двух аргументов имеет вид [2–4]:

$$y = F(x, z) = F(x_0, z_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ z=z_0}} \Delta x + \left. \frac{\partial F}{\partial z} \right|_{\substack{x=x_0 \\ z=z_0}} \Delta z + \left. \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right|_{\substack{x=x_0 \\ z=z_0}} \Delta x^2 + \left. \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right|_{\substack{x=x_0 \\ z=z_0}} \Delta z^2 + R_{n+1}, \quad (4.1)$$

где x_0, z_0 – постоянные установившихся значений, входных параметров переменных x и z ; $\Delta x, \Delta z$ – малые отклонения от установившихся значений x и z ; R_{n+1} – остаточный член.

При работе устройств в составе системы РА отклонения Δx и Δz малы, поэтому в выражении (4.1) можно ограничиться только первыми порядками отклонений этих переменных. В этом случае из (4.1) следует, что приращение выходного сигнала определяется как

$$\Delta y = y - F(x_0, z_0) = k_x \Delta x + k_z \Delta z, \quad (4.2)$$

где $k_x = \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ z=z_0}}$; $k_z = \left. \frac{\partial F}{\partial z} \right|_{\substack{x=x_0 \\ z=z_0}}$ – коэффициенты передачи.

Выражение (4.2) и является линеаризованным уравнением элементов систем РА. В общем случае это уравнение содержит не только отклонения переменных, но и их производные, т. е. в результате линеаризации получается дифференциальное уравнение, преобразование Лапласа которого определяет передаточную функцию линеаризованных элементов системы РА.

Далее рассматриваются уравнения основных устройств системы РА и определяются их передаточные функции.

4.2 Элементы систем радиоавтоматики

4.2.1 Фазовые детекторы



.....
Фазовым детектором (ФД) называют устройство, предназначенное для преобразования разности фаз двух синусоидальных колебаний одинаковой частоты в напряжение (рис. 4.1).

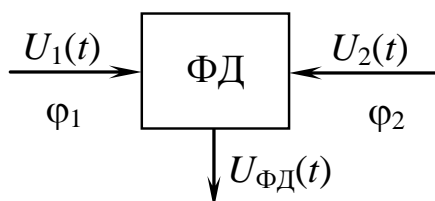


Рис. 4.1 – Функциональная схема фазового детектора

Основной характеристикой ФД является зависимость выходного напряжения от разности фаз $U_{\text{фд}} = F(\varphi)$, где $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ – разность сравниваемых фаз напряжений. Функция F периодическая, так что $U_{\text{фд}} = F(\varphi + k2\pi)$, $k = 0, 1, 2, \dots$

В системах РА применяются ФД двух типов: *балансные* (векторомерные) и *параметрические*. Наиболее часто используют балансные ФД, которые эффективно работают в области низких и высоких частот. Напряжение на выходе балансного ФД образуется из векторной суммы и разности двух напряжений:

- опорного сигнала

$$u_1(t) = u_1 \sin \omega t;$$

- ВХОДНОГО СИГНАЛА

$$u_2(t) = u_2 \sin(\omega t + \varphi). \quad (4.3)$$

Сумма и разность этих напряжений определяется выражениями:

$$u_1(t) + u_2(t) = A_1 \sin(\omega t + \Psi_1);$$

$$u_1(t) - u_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \Psi_2),$$

где

$$A_1 = \sqrt{U_1^2 + 2U_1U_2 \cos \varphi + U_2^2}; \quad A_2 = \sqrt{U_1^2 - 2U_1U_2 \cos \varphi + U_2^2};$$

$$\psi_1 = \operatorname{arctg} \frac{U_2 \sin \varphi}{U_1 + U_2 \cos \varphi}; \quad \psi_2 = -\operatorname{arctg} \frac{U_2 \sin \varphi}{U_1 - U_2 \cos \varphi}.$$

В статическом режиме напряжение на выходе ФД определяется выражением (рис. 4.2):

$$u_{\text{фд}} = V_1 - V_2 = k_{\text{фд}} (A_1 - A_2) \approx 2k_{\text{фд}} \frac{U_1 U_2 \cos \varphi}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2}},$$

где $k_{\text{фд}}$ – коэффициент детектирования.

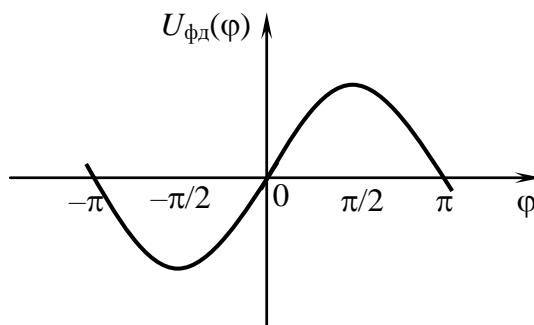


Рис. 4.2 – Дискриминационная характеристика фазового детектора

При $U_1 > U_2$

$$u_{\text{фд}} = k_{\text{фд}} U_2 \cos \varphi = k \cos \varphi. \quad (4.4)$$

Выражение (4.4) приближенное, при $U_1 = 5 \cdot U_2$ максимальная ошибка не превышает двух процентов.

В соответствии с (4.2) линеаризованное нелинейное уравнение (4.4) будет иметь вид:

$$u_{\text{фд}} = k (\cos \varphi - \sin \varphi_0 \Delta \varphi),$$

где φ_0 – значение фазы в установившемся режиме.

При малых отклонениях фазы от φ_0 приращение напряжения на выходе ФД определяется выражением:

$$\Delta u_{\text{фд}} = u_{\text{фд}} - k \cos \varphi_0 = k_{\text{фд}} \Delta \varphi,$$

где $k_{\text{фд}} = -k \sin \varphi_0$ – коэффициент передачи ФД.

Из последнего выражения следует, что передаточная функция ФД $W_{\text{фд}}(p) = k_{\text{фд}}$. Если учесть инерционность детекторов, то передаточная функция ФД будет иметь вид:

$$W_{\text{фд}}(p) = \frac{k_{\text{фд}}}{1 + pT_{\text{фд}}}, \quad (4.5)$$

где $T_{\text{фд}}$ – постоянная времени ФД.

В параметрических ФД зависимость выходного напряжения от сдвига фаз аналогична выражению (4.4).

4.2.2 Частотные дискриминаторы

Дискриминаторы предназначены для измерения сигнала рассогласования и преобразования его в постоянное или переменное напряжение. Различают частотные и временные дискриминаторы.



.....
Частотные дискриминаторы (ЧД) – это устройства, выходные напряжения которых зависят от переходной частоты ω_0 :

$$u_{\text{чд}} = F(\omega - \omega_0).$$

.....

По способу задания переходной частоты ЧД подразделяют на две группы. В дискриминаторах первой группы переходная частота определяется настройкой эталонного фильтра (колебательного контура). В ЧД второй группы переходная частота равна частоте колебаний напряжения с эталонного генератора.

Наиболее часто используют первую группу дискриминаторов с фазовым детектором (рис. 4.3), где фазовращатель сдвигает фазу сигнала на $\pi/2$. В таком ЧД входной сигнал разделяется на две составляющие u_1 и u_2 , сдвиг фаз между которыми при точной настройке контура на переходную частоту равен $\pi/2$. При отклонении частоты входного сигнала от переходной частоты сдвиг фаз изменяется в соответствии с фазовой характеристикой резонансного контура. В результате чего изменяется напряжение на выходе ЧД.

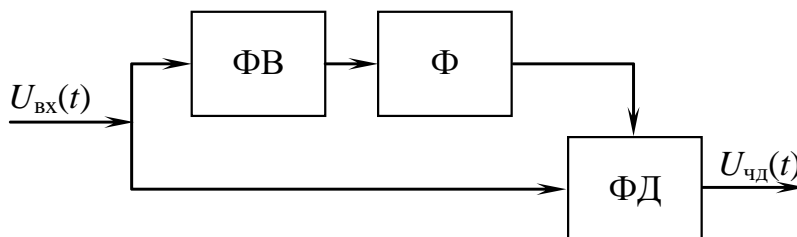


Рис. 4.3 – Функциональная схема частотного дискриминатора

Непосредственно из схемы (рис. 4.3) следует, что на ФД подаются напряжения:

$$u_1(t) = u(t) = U_c \cdot \cos[(\omega_0 + \Delta\omega)t + \varphi];$$

$$u_2(t) = U_c \cdot |W_\phi(j\Delta\omega)| \cdot \sin\left[(\omega_0 + \Delta\omega)t + \varphi + \frac{\pi}{2} + \varphi_\phi(\Delta\omega)\right],$$

где $\Delta\omega$ – отклонение частоты напряжения от переходной частоты; $\varphi_\phi(\Delta\omega)$ – фазовый сдвиг, создаваемый фильтром; $|W_\phi(j\Delta\omega)|$ – амплитудно-частотная характеристика фильтра по модулю.

В соответствии с выражением (4.4) напряжение на выходе ЧД будет иметь вид:

$$u_{\text{чд}}(t) = 2k_{\text{фд}} \cdot U_c \cdot |W_\phi(j\Delta\omega)| \cdot \sin[\varphi_\phi(\Delta\omega)] = 2k_{\text{фд}} \cdot U_c \cdot \text{Im}W_\phi(j\Delta\omega), \quad (4.6)$$

где $\text{Im}W_\phi(j\Delta\omega)$ – мнимая частотная характеристика фильтра.

Выражение (4.6) определяет дискриминационную характеристику ЧД. Обычно используется нормированная характеристика:

$$F(\varphi) = \frac{u_{\text{чд}}}{u_c} \cdot 2k_{\text{фд}} \cdot \text{Im}W_\phi(j\Delta\omega).$$

На дискриминационной характеристике (рис. 4.4) видно, что при малых значениях частотной расстройки характеристику можно считать линейной и ее можно представить в виде:

$$F(\varphi) = k_{\text{ЧД}} \Delta\omega,$$

где $k_{\text{ЧД}}$ – коэффициент передачи частотного дискриминатора. Из этого выражения следует, что передаточная функция ЧД равна

$$W_{\text{ЧД}}(p) = k_{\text{ЧД}}.$$

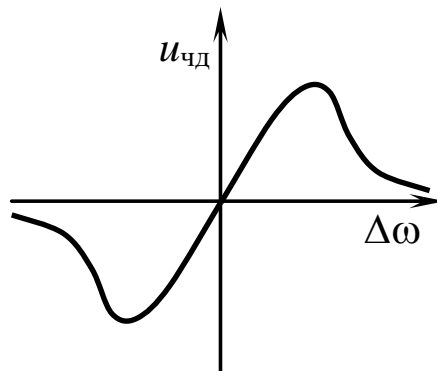


Рис. 4.4 – Дискриминационная характеристика частотного дискриминатора

Выражение для передаточной функции справедливо для линейного участка детекторной характеристики, т. е. когда полоса пропускания частотного дискриминатора больше эффективной ширины спектра его входного сигнала, в противном случае необходимо учитывать инерционность ЧД, которая определяется постоянной времени детектора.

4.2.3 Угловые дискриминаторы



Угловые дискриминаторы (пеленгаторы) используются в системах автоматического сопровождения по направлению для измерения рассогласования между продольной осью антенны РЛС и направлением на движущуюся цель и преобразования этого рассогласования в электрическое напряжение.

В дискриминаторе с коническим сканированием антенной РЛС формируется одна сканирующая (вращающаяся) диаграмма направленности, максимум которой смещён от продольной оси антенны (рис. 4.5). Если направление на цель совпадает с продольной осью OX_A , то цель облучается импульсами одной и той же мощности, поэтому амплитуда отражённых от нее импульсов будет постоянной. Если направление на цель не совпадает с продольной осью антенны, то в моменты времени, разделённые интервалом времени, равным половине периода сканирования, отражённые от цели импульсы будут иметь различные амплитуды, т. е. будет осуществляться модуляция отражённого сигнала по амплитуде с частотой сканирования. При небольших отклонениях направления на цель от продольной оси антенны модуляция будет линейной [3, 4]:

$$E(t) = E_0 [1 + k_s \cdot e \cdot \cos(\omega_{\text{ск}} t + \varphi)],$$

где $E(t)$ – амплитуда отражённого от цели сигнала и принятого в момент времени t ; E_0 – средняя амплитуда импульсов за период сканирования; k_s – постоянный коэффициент; $\omega_{\text{ск}}$ – частота сканирования; e – угловое рассогласование (значение e характеризует отклонение направления на цель); φ – знак отклонения направления на цель.

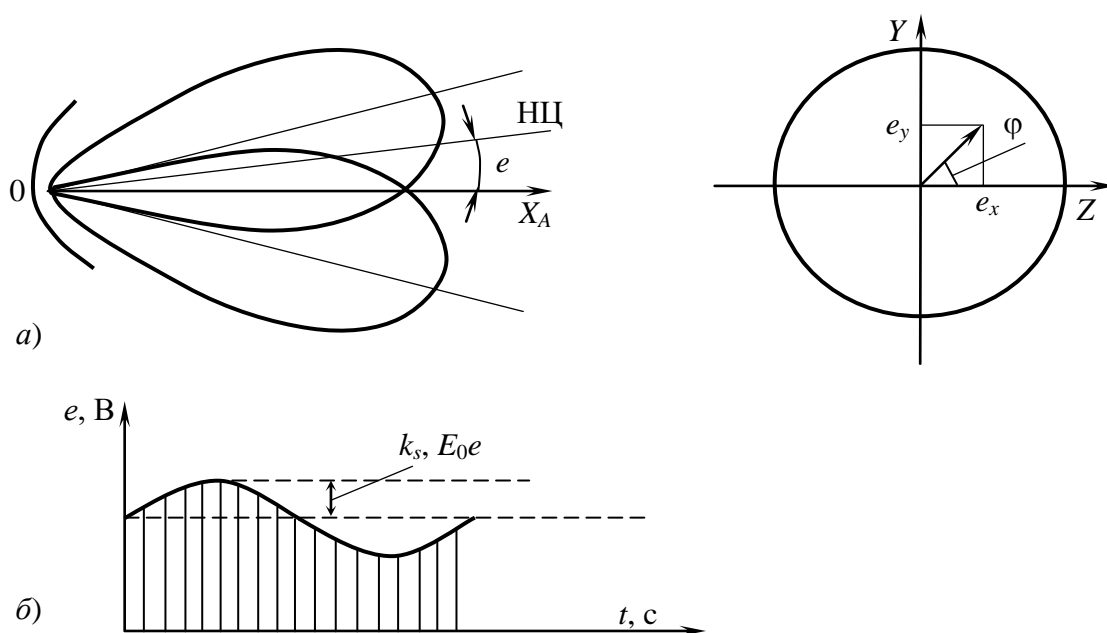


Рис. 4.5 – Принцип конического сканирования с определением составляющих ошибок (а) и выделением сигнала ошибок (б)

Если $\varphi = 0$ при $t = 0$ (рис. 4.5, б), то можно записать, что

$$E(t) = E_0 \left[1 + k_s e \cos(\varphi) \cos(\omega_{\text{СК}} t) + k_s e \sin(\varphi) \sin(\omega_{\text{СК}} t) \right].$$

Сигнал $E(t)$ подаётся на два фазовых детектора. Опорными напряжениями являются два синусоидальных напряжения, сдвинутых относительно друг друга на 90° . Опорные напряжения снимаются с генератора, кинематически связанного с устройством вращения диаграммы направленности так, что частота вращения диаграммы направленности и генератора опорных напряжений одна и та же.

На выходе одного из фазовых детекторов возникает напряжение $u_{\text{фд1}} = k_{\text{фд}} k_s e \cos \varphi = k_{\text{уд}} e_x$, на выходе другого – $u_{\text{фд2}} = k_{\text{фд}} k_s e \sin \varphi = k_{\text{уд}} e_y$, где $k_{\text{уд}}$ – коэффициент передачи углового дискриминатора.

Зависимость напряжения на выходе фазового детектора от сигнала рассогласования называется пеленгационной характеристикой дискриминатора.

Передающая функция углового дискриминатора с учётом инерционности фазового детектора имеет вид:

$$W_{\text{уд}}(p) = \frac{k_{\text{уд}}}{1 + pT_{\text{фд}}}. \quad (4.7)$$

В угловом дискриминаторе с коническим сканированием приём отражённых импульсов происходит последовательно через промежутки времени, равными периоду сканирования. За этот промежуток времени сигнал из-за отражающих свойств цели изменяется, что приводит к снижению точности измерения угла рассогласования.

В *моноимпульсных угловых дискриминаторах* приём отражённых от цели сигналов осуществляется одновременно четырьмя антеннами, две из которых предназначены для пеленгации цели в одной плоскости, а две другие – в другой. Так как в каждой плоскости используется по два независимых канала, то амплитудные флуктуации отражённого сигнала не влияют на точность измерения угла рассогласования.

В зависимости от способа обработки принятых сигналов моноимпульсные дискриминаторы подразделяются на фазовые, амплитудные и суммарно-разностные дискриминаторы. Рассмотрим работу моноимпульсного углового дискриминатора на примере суммарно-разностного способа обработки. В таком дискриминаторе направление на цель определяется путём сравнения фаз сигналов, принимаемых одновременно двумя антеннами (рис. 4.6).

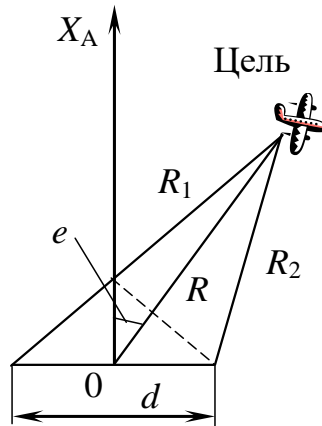


Рис. 4.6 – Метод фазовой пеленгации

Метод сравнения фаз заключается в оценке:

$$R_1 = R + \frac{d}{2} \sin e, \quad R_2 = R - \frac{d}{2} \sin e,$$

где R_1, R_2 – расстояния от антенн до цели; d – расстояние между центрами антенн.

Разность расстояний $\Delta R = R_1 - R_2 = d \cdot \sin e$ позволяет найти разность фаз:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta R = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin e, \quad (4.8)$$

где λ – длина волны в открытом пространстве.

Согласно (4.8), угловое рассогласование определяется через разность фаз принятых сигналов:

$$e = \arcsin\left(\frac{1}{2\pi} \frac{\lambda \Delta\varphi}{a}\right). \quad (4.9)$$

Выражение (4.9) неоднозначно, однако это не является серьёзным недостатком, если расстояние между центрами антенн выбрать не больше диаметра антенны.

Принцип работы суммарно-разностного фазового моноимпульсного дискриминатора рассмотрим на примере моноимпульсного приёмника системы автосопровождения (рис. 3.15). Сигналы, принятые антеннами, подаются на волноводный мост, с одного из выходов которого снимается суммарный сигнал, с другого – разностный. Эти сигналы поступают на преобразователи частоты, состоящие из смесителей $СМ_c$, $СМ_p$ и гетеродина. На выходах смесителей образуются суммарный и разностный сигналы промежуточной частоты, которые усиливаются усилителями промежуточной частоты. Для стабилизации уровней сигналов суммарного и разностного каналов в дискриминатор введено устройство автоматической регулировки усиления. Разностное напряжение поступает на фазовый детектор, опорным сигналом которого является суммарное напряжение. Для обеспечения нормальной работы ФД в разностный канал включён фазовращатель. Напряжение на выходе ФД:

$$u_{\text{фд}} = k_{\text{фд}} \frac{k_p}{k_c} \frac{\sin \Delta\varphi}{1 + \cos \Delta\varphi} = k_{\text{фд}} \frac{k_p}{k_c} \operatorname{tg} \frac{\Delta\varphi}{2}, \quad (4.10)$$

где k_p , k_c – коэффициенты усиления разностного и суммарного каналов.

С учетом выражения (4.8) по (4.10) получим:

$$u_{\text{фд}}(e) = k_{\text{фд}} \cdot \frac{k_p}{k_c} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \sin e \right). \quad (4.11)$$

На практике угловые дискриминаторы применяются для формирования систем: с *коническим сканированием диаграммы направленности* (с последовательным сравнением сигналов) и *моноимпульсных* (с мгновенным сравнением сигналов).

4.2.4 Временные дискриминаторы

Временные дискриминаторы предназначены для измерения временных рассогласований между отражёнными от цели и зондирующими импульсами и преобразования рассогласования в пропорциональное значение напряжения. Связь выходного сигнала дискриминатора с входным сигналом определяется

временным рассогласованием Δt (рис. 3.18). Временное рассогласование равно разности времени задержки следящих импульсов $\Delta t_{и}$.

Во временном дискриминаторе вырабатываются два импульса, длительности которых определяются выражениями (3.24). После сглаживания этих импульсов образуется усреднённая разность напряжений [2–4]:

$$u_{вд} = U_0 \frac{(\tau_1 - \tau_2)}{T}, \quad (4.12)$$

где U_0 – амплитуда импульсов.

Выражение (4.12) справедливо, если выполняется условие, что $|\Delta t| \leq \frac{\tau}{2}$.

При $|\Delta t| \geq \frac{\tau}{2}$ напряжение $u_{вд}$ уменьшается и при $\Delta t = 1.5 \cdot \tau$ становится равным нулю (рис. 4.7).

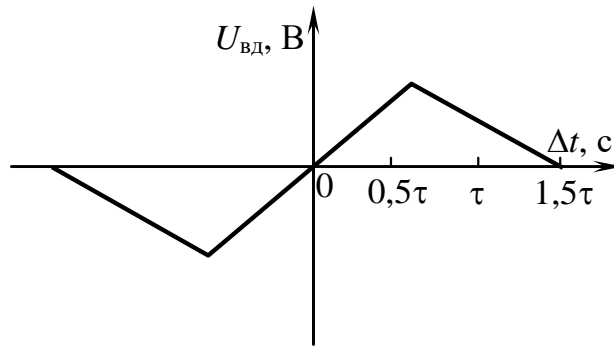


Рис. 4.7 – Дискриминационная характеристика временного дискриминатора

Системы РА, использующие временные дискриминаторы, работают в условиях действия помех, поэтому при анализе влияния на качественные показатели необходимо учитывать их нелинейную характеристику.

4.2.5 Исполнительные устройства

В системах РА используются различные исполнительные устройства, предназначенные для регулирования электрических сигналов, в качестве исполнительных устройств в системах РА используются электронные приборы. Для

управления механическими устройствами используются электрические двигатели постоянного или переменного тока.

Качество работы исполнительного устройства определяется его регулировочной характеристикой. Регулировочная характеристика (РХ) – это зависимость управляемого параметра исполнительного устройства от управляющего воздействия.

В системах АРУ устройством управления являются усилители с изменяемым коэффициентом усиления, а управляемым параметром – коэффициент усиления (рис. 4.8, а). В системах ФАПЧ исполнительным устройством является генератор, а управляемый параметр – частота генерации (рис. 4.8, б).

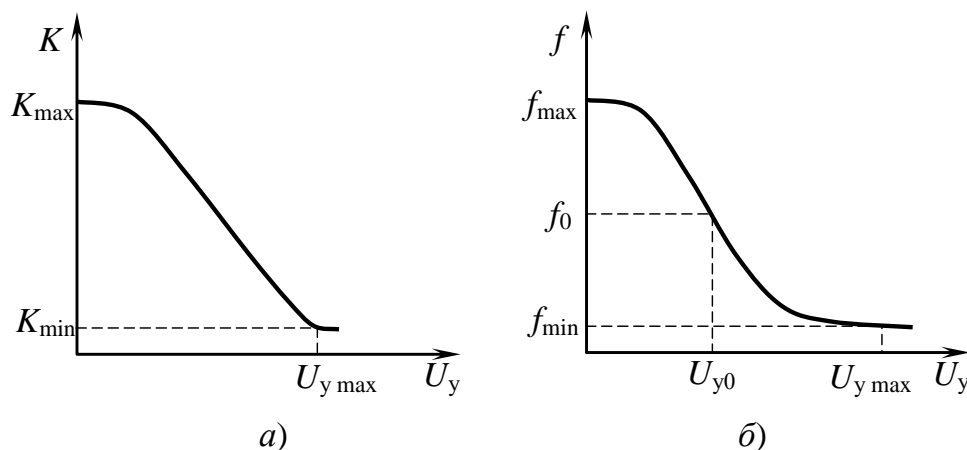


Рис. 4.8 – Регулировочные характеристики регулируемых усилителей (а) и генераторов (б)

Аналитически РХ регулируемых усилителей и генераторов в пределах $U_y \leq U_{y\max}$ представляется в виде [5, 6]:

$$K = K_{\max} - S_y U_y, \quad (4.13)$$

$$f = f_{\max} - S_y U_y, \quad (4.14)$$

где S_y – крутизна РХ, определяемая на середине линейного участка ($U_y = U_{y0}$).

Таким образом, основными параметрами РХ электронных приборов являются:

- 1) крутизна регулирования S_y ;
- 2) диапазон управляющих воздействий $U_{y\max}$;

3) глубина регулирования q .

В регулируемых усилителях глубина регулирования оценивается отношением:

$$q = \frac{K_{\max}}{K_{\min}},$$

а в перестраиваемых генераторах отношением:

$$q = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_0}.$$

В системах управления антеннами РЛС используются электрические двигатели постоянного и переменного тока (рис. 4.9, а), электромагнитные порошковые муфты и другие устройства. При использовании двигателя постоянного тока, работающего на некоторую нагрузку (Н), на обмотку возбуждения подается постоянное напряжение с источника постоянного тока и на обмотку якоря подается управляющее напряжение с усилителя мощности. Напряжение на обмотке якоря является входным сигналом двигателя, а угол поворота якоря – выходным сигналом двигателя. Зависимость частоты вращения якоря Ω двигателя от входного напряжения и называют регулировочной характеристикой (рис. 4.9).

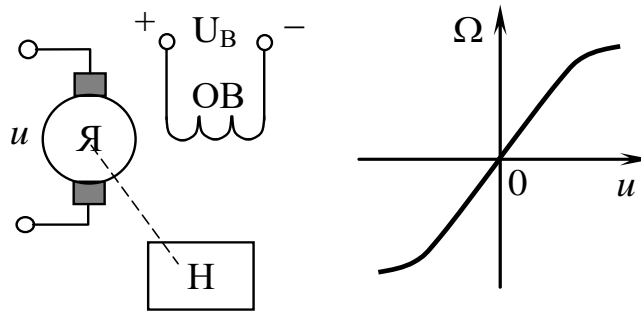


Рис. 4.9 – Схема включения (а) и регулировочная характеристика (б) электрического двигателя постоянного тока

Передаточная функция двигателя определяется выражением:

$$W_{\text{дв}}(p) = \frac{\varphi(p)}{U(p)} = \frac{k_{\text{дв}}}{p(1 + pT_{\text{м}})}, \quad (4.15)$$

где $\varphi(p)$ – преобразование Лапласа для угла отклонения якоря; $U(p)$ – преобразование Лапласа для отклонения напряжения на обмотке якоря от установившегося значения.

Коэффициент передачи $k_{дв}$ и электромеханическая постоянная времени T_m двигателя определяются опытным путём. Для нахождения коэффициента передачи необходимо снять регулировочную характеристику, угол наклона касательной к которой, проведённой в точке, соответствующей установившемуся режиму работы двигателя, позволяет найти коэффициент передачи.

Для измерения электромеханической постоянной времени T_m необходимо снять осциллограмму изменения частоты вращения двигателя при скачкообразном изменении напряжения на обмотке якоря. Для этого нужно зарегистрировать напряжение с какого-либо датчика частоты вращения, механически соединённого с якорем двигателя. Время, в течение которого частота вращения двигателя изменится на значение, равное 0.63 от установившегося значения, равно электромеханической постоянной времени.

Передаточные функции электрических двигателей переменного тока также описываются выражением (4.15). Исполнительные устройства с электромагнитными муфтами рассмотрены в [6].

4.3 Типовые радиотехнические звенья

Устройства систем РА, имеющие различное конструктивное исполнение и принципы работы, могут описываться одинаковыми дифференциальными уравнениями. Устройства систем РА, классифицируемые по виду передаточных функций, называют типовыми радиотехническими звеньями. При моделировании типовых радиотехнических звеньев принимаются следующие допущения:

- система разбивается на возможно простые звенья;
- звенья обладают направленностью действия «вход – выход»;
- звенья имеют один «вход» и один «выход» и описываются одной передаточной функцией;
- типовые звенья не имеют обратной связи с «выхода» на «вход»;

- состояние звена не влияет на состояние предшествующего и последующего звеньев.

Передаточная функция типового радиотехнического звена в общем виде представляется как произведение сомножителей следующего вида [3]:

$$\left. \begin{array}{l} k; \quad p^\nu; \quad \frac{1}{1+Tp}; \quad \frac{1}{T^2p^2 + 2T\xi p + 1}; \\ 1 + \tau p \quad \text{и} \quad \tau^2 p^2 + 2T\zeta p + 1, \end{array} \right\} \quad (4.16)$$

где k , ν , T , ξ , τ , ζ – постоянные величины, причём $k > 0$, где ν может быть положительным и отрицательным целым числом, $T > 0$, $0 \leq \xi < 1$, $\tau > 0$, $0 \leq \zeta < 1$.

В соответствии с видом сомножителей (4.16) в таблице 4.1 приведены типовые радиотехнические звенья. В ней даны дифференциальные уравнения и передаточные функции этих звеньев и показано их деление по основным свойствам на три группы: *позиционные, интегрирующие и дифференцирующие* [2].

Таблица 4.1 – Типовые звенья радиоавтоматики

Тип звена		Дифференциальное уравнение	Передаточная функция
Позиционные звенья	Идеальное усилительное (безынерционное)	$y = kx$	$W = k$
	Апериодическое (инерционное)	$(1 + pT)y = kx$	$W = \frac{k}{1 + pT}$
	Апериодическое (инерционное) второго порядка	$(p^2T_2^2 + pT_1 + 1)y = kx,$ где $T_1 \geq 2T_2$	$W = \frac{k}{p^2T_2^2 + pT_1 + 1} =$ $= \frac{k}{(1 + pT_3)(1 + pT_4)},$ где $T_{3,4} = \frac{T_1 \pm \sqrt{T_1^2 + 4T_2^2}}{2}$
	Колебательное	$(p^2T_2^2 + 2p\xi T_1 + 1)y = kx,$ где $0 < \xi < 1$	$W = \frac{k}{p^2T_2^2 + 2p\xi T_1 + 1}$

Тип звена		Дифференциальное уравнение	Передаточная функция
	Консервативное	$(p^2 T_2^2 + 1)y = kx$	$W = \frac{k}{p^2 T_2^2 + 1}$
Интегрирующее	Интегрирующее идеальное	$py = kx$	$W = \frac{k}{p}$
	Интегрирующее инерционное	$p(1 + pT)y = kx$	$W = \frac{k}{p(1 + pT)}$
	Изодромное	$py = k(1 + p\tau)x$	$W = \frac{k(1 + p\tau)}{p} = k_1 + \frac{k}{p}$, где $k_1 = k\tau$
	Изодромное второго порядка	$p^2 y =$ $= k(p^2 \tau^2 + 2p\xi\tau + 1)x$, где $0 < \xi < 1$	$W = \frac{k(p^2 \tau^2 + 2p\xi\tau + 1)}{p^2} =$ $= k_2 + \frac{k_1}{p} + \frac{k}{p^2}$, где $k_1 = 2k\xi\tau$, $k_2 = k\tau^2$
Дифференцирующее	Дифференцирующее идеальное	$y = kpx$	$W = kp$
	Дифференцирующее инерционное	$(1 + pT)y = kpx$	$W = \frac{kp}{1 + pT}$
	Форсирующее идеальное	$y = k(1 + p\tau)x$	$W = k(1 + p\tau)$
	Форсирующее идеальное второго порядка	$y = k(p^2 \tau^2 + 2p\xi\tau + 1)x$, где $\xi < 1$	$W = k(p^2 \tau^2 + 2p\xi\tau + 1)$
		$y = k(1 + p\tau)x$	$W = k(1 + p\tau)$

Примечание. Обозначения, принятые в таблице 4.1: k – коэффициент усиления; T , τ – постоянные времени; ξ – коэффициент демпфирования (относительный коэффициент затухания); p – оператор Лапласа и дифференцирования; x – входное воздействие; y – выходная (регулируемая) величина.



.....

Позиционные звенья, кроме консервативного звена, характеризуются тем, что в каждом из них при подаче на вход постоянной величины с течением времени устанавливается постоянное значение выходной величины. Отношение установившихся значений выходной и входной величин называют передаточным коэффициентом k звена.

.....

В *безынерционном* (идеальном) звене при скачкообразном изменении входной величины мгновенно без какого-либо запаздывания изменяется и выходная величина – переходного процесса нет. В *апериодическом* звене выходная величина нарастает монотонно. Продолжительность переходного процесса зависит от второго параметра звена, называемого постоянной времени T . Чем больше постоянная времени, тем медленнее протекает переходной процесс.

В *апериодическом* звене второго порядка переходной процесс также монотонный, но его продолжительность зависит от двух постоянных времени T_1, T_2 .

Выходная величина *колебательного* звена в переходном процессе совершает колебания около того значения, которое должно установиться. Затухание колебаний зависит от значения третьего параметра звена, называемого коэффициентом демпфирования ξ , который лежит в пределах от нуля до единицы. Чем больше ξ , тем меньше отклонения и тем быстрее заканчивается переходной процесс.

Консервативное звено есть вырожденный случай колебательного звена ($\xi = 0$). Возникшие в нем колебания не затухают. Передаточный коэффициент k указывает отношение амплитуды гармонических колебаний выходной величины к постоянной входной величине.

Интегрирующие звенья характеризуются тем, что при постоянном входном воздействии выходная величина неограниченно растет. У идеального инте-

грирующего звена передаточный коэффициент k определяет скорость этого роста. У реального интегрирующего звена такой режим устанавливается позднее и зависит от постоянной времени T .

В *изодромных* звеньях имеет место некоторый начальный скачок выходной величины и затем его неограниченное нарастание. Передаточный коэффициент k изодромного звена первого порядка определяет скорость последующего нарастания выходной величины, а изодромного звена второго порядка – постоянное ускорение, с которым нарастает выходная величина.

Дифференцирующие звенья реагируют лишь на изменения входной величины. Например, если входная величина идеального дифференцирующего звена нарастает с постоянной скоростью, то выходная величина удерживается на постоянном уровне, пропорциональном этой скорости.

В природе *идеальных дифференцирующих* звеньев нет – они всегда имеют некоторую (хотя бы и очень малую) инерционность. При линейном нарастании входной величины реального дифференцирующего звена постоянное значение его выходной величины устанавливается не сразу, а тем позже, чем больше постоянная времени T .

Форсирующие звенья сочетают в себе свойства позиционного и дифференцирующего звеньев.

В инженерной практике при анализе и исследовании систем РА используют семь видов типовых звеньев: *безынерционные, инерционные, интегрирующие, колебательные, идеальные дифференцирующие, реальные дифференцирующие первого порядка и звенья запаздывания*. Рассмотрим их основные передаточные свойства.

Безынерционное (пропорциональное) звено



К числу таких звеньев относятся устройства с передаточной функцией $W(p) = k$, где k – коэффициент передачи звена.

Амплитудная и фазочастотная характеристики звена: $|W(j\omega)| = k$, $\varphi(\omega) = 0$; переходная функция $h(t) = k \cdot 1(t)$. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) и фазовая частотная характеристика звена не зависят от частоты (рис. 4.10).

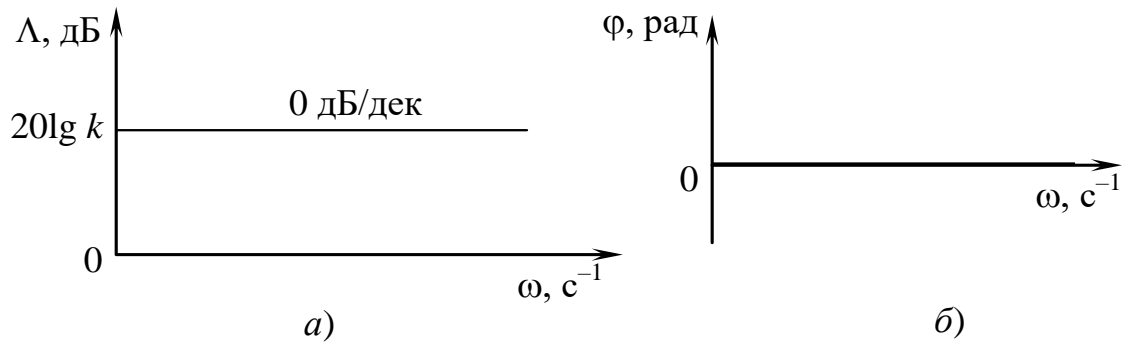
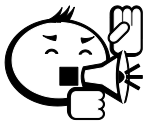


Рис. 4.10 – Логарифмические амплитудная (а) и фазовая (б) частотные характеристики безынерционного звена

Примерами таких звеньев являются потенциометр, полупроводниковый усилитель, операционный усилитель, зубчатая передача и т. п.

Инерционное (апериодическое) звено



К подобным звеньям относятся устройства с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{k}{1 + pT}. \quad (4.17)$$

Пример инерционного звена – RC -цепочка (рис. 4.11, а). Частотная характеристика инерционного звена имеет вид:

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T}.$$

Вещественная и мнимая частотные характеристики:

$$P(\omega) = \frac{k}{1 + \omega^2 T^2}; \quad Q(\omega) = -\frac{k\omega T}{1 + \omega^2 T^2};$$

амплитудная и фазовая характеристики:

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}; \quad \varphi(\omega) = -\arctg \omega T. \quad (4.18)$$

Годограф инерционного звена (рис. 4.11, б) имеет сопрягающую частоту $\omega_c = 1/T$.

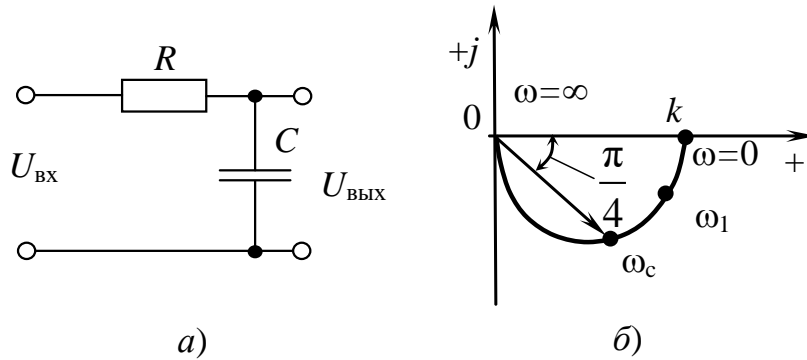


Рис. 4.11 – Схема (а) и годограф (б) RC -цепи инерционного звена

Переходная функция звена находится по формуле (5.10) и имеет вид:

$$h(t) = k \left[1(t) - e^{-\frac{t}{T}} \right].$$

Импульсная переходная функция находится по формуле (4.16).

Логарифмическая частотная характеристика инерционного звена в соответствии с выражением (5.16) и (4.18) имеет вид:

$$\Lambda(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}. \quad (4.19)$$

Предварительно построим приближенную характеристику в диапазоне частот от 0 до сопрягающей частоты $\omega_c = 1/T$, пренебрегая в (4.19) слагаемым, зависящим от частоты (оно меньше единицы), получим $\Lambda_1(\omega) = 20 \lg k$. Этому выражению соответствует прямая линия, параллельная оси частот (рис. 4.12, а). На частотах, больших сопрягающей частоты ω_c , пренебрежём единицей. Тогда (4.19) будет иметь вид: $\Lambda_2(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega T$. Так как частота по оси абсцисс откладывается в логарифмическом масштабе, то этому выражению соответствует прямая линия с наклоном -20 дБ/дек.

Характеристику, составленную из прямых отрезков Λ_1 и Λ_2 , называют асимптотической. Наибольшее отклонение асимптотической характеристики от точной получается на сопрягающей частоте; оно равно 3 дБ. На частотах, отличающихся от сопрягающей на одну октаву, отклонение – 1 дБ.

Логарифмическую фазочастотную характеристику (рис. 4.12, б) строят в соответствии с выражением (4.18).

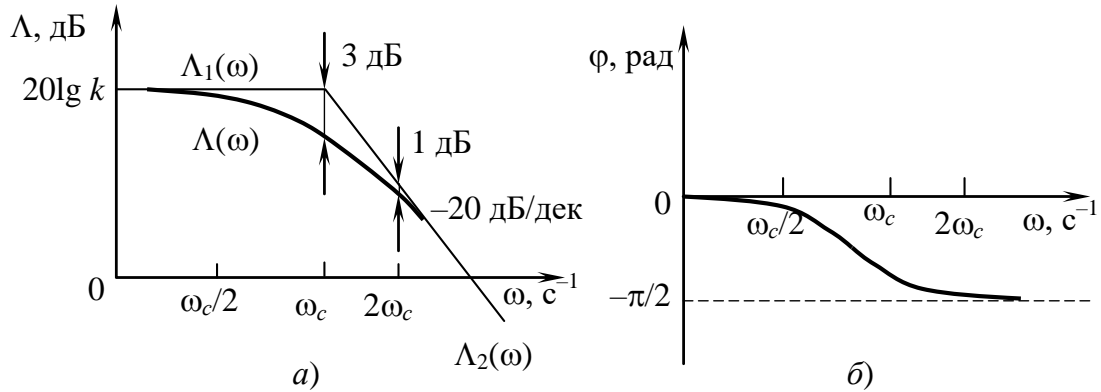


Рис. 4.12 – Логарифмическая амплитудно-частотная (а) и фазочастотная (б) характеристики инерционного звена

Интегрирующее звено



К числу таких звеньев относятся устройства с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{k}{p}. \quad (4.20)$$

Годограф интегрирующего звена приведён на рисунке (рис. 4.13).

Примеры интегрирующего звена: электрический двигатель с передаточной функцией (4.15), если в ней пренебречь электромеханической постоянной времени; усилитель постоянного тока с большим коэффициентом усиления, в цепь обратной связи которого включён конденсатор.

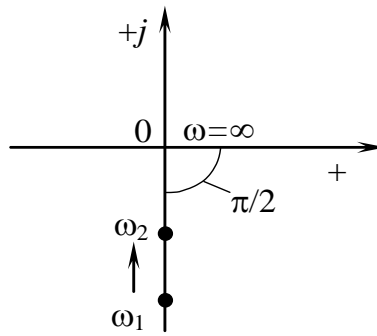


Рис. 4.13 – Годограф частотной характеристики интегрирующего звена

Вещественная, мнимая и частотные характеристики интегрирующего звена имеют вид:

$$P(\omega) = 0; \quad Q(\omega) = -\frac{k}{\omega},$$

амплитудная и фазовая характеристики:

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\omega}; \quad \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}. \quad (4.21)$$

Логарифмическая АЧХ звена определяется выражением:

$$\Lambda(\omega) = 20 \cdot \lg k - 20 \cdot \lg \omega.$$

Этому уравнению соответствует прямая линия с наклоном -20 дБ/дек (рис. 4.14, а). Логарифмическая ФЧХ (4.21) не зависит от частоты и равна $-\pi/2$ (рис. 4.14, б).

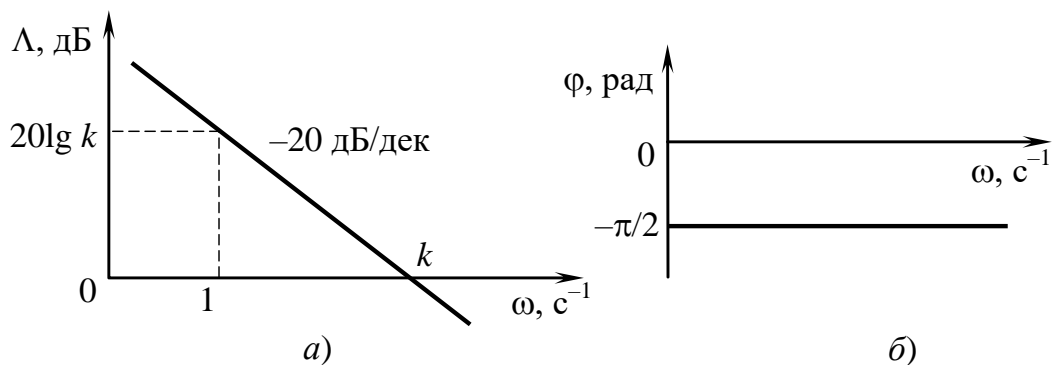


Рис. 4.14 – Логарифмическая (а) и фазовая (б) частотная характеристики интегрирующего звена

Колебательное звено



Передаточная функция звена имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{p^2 T^2 + 2p\xi T + 1}, \quad (4.22)$$

где ξ – относительный коэффициент затухания.

Примером колебательного звена является контур, состоящий из индуктивной катушки, резистора и конденсатора (рис. 4.15, а).

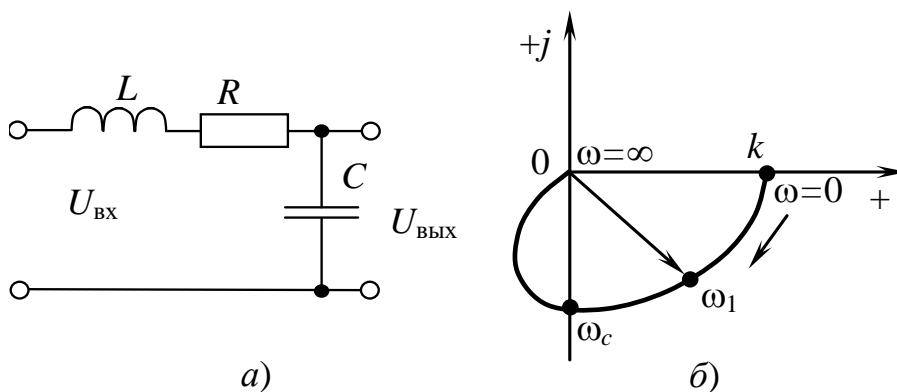


Рис. 4.15 – Схема (а) и годограф частотной характеристики (б) колебательного звена

Амплитудная и фазовая частотные характеристики колебательного звена соответственно имеют вид:

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\omega^2 \xi^2 T^2 + 1}}, \quad \varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{2\xi\omega T}{1 - \omega^2 T^2}. \quad (4.23)$$

Переходная функция звена в соответствии имеет вид:

$$h(t) = k \left[1(t) - e^{-\xi t/T} \left(\frac{\xi}{b} \sin \frac{b}{T} t + \cos \frac{b}{T} t \right) \right],$$

где $b = \sqrt{1 - \xi^2}$.

Если $\xi > 1$, то полюсы передаточной функции (4.22) – отрицательные действительные числа, поэтому передаточную функцию звена можно представить в виде:

$$W(p) = \frac{k}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)},$$

где $T_1 = 1/\lambda_1$; $T_2 = 1/\lambda_2$.

С учётом (4.23) ЛАЧХ колебательного звена будет определяться выражением:

$$\Lambda(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}.$$

Приближенная характеристика звена состоит из двух участков. На участке до сопряжённой частоты $\Lambda_1(\omega) = 20 \lg k$ с наклоном 0 дБ/дек, в диапазоне частот больше сопряжённой $\Lambda_2(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega T$ с наклоном -40 дБ/дек (рис. 4.16, а).

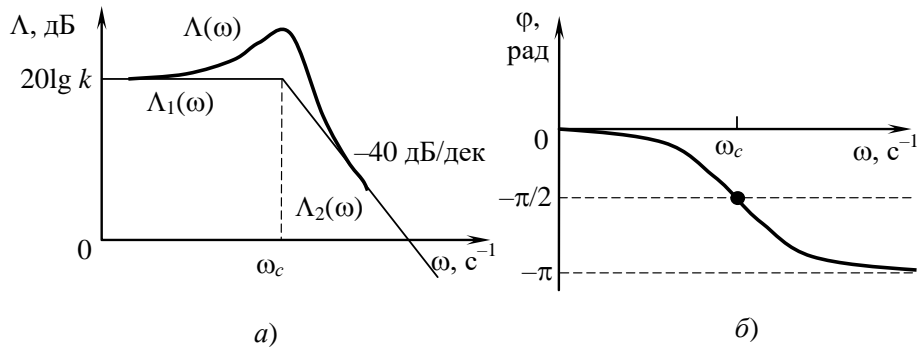
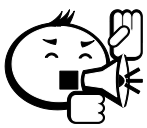


Рис. 4.16 – Логарифмическая (а) и фазовая (б) частотная характеристики колебательного звена

Максимальное отклонение точной характеристики от приближенной получается на сопряжённой частоте и равно $-20 \lg \xi$. Уточнение приближенной характеристики производится расчётным путём. Логарифмическую ФЧХ строят в соответствии с выражением (4.23).

Идеальное дифференцирующее звено



.....
 Передаточная функция звена $W(p) = kp$ не удовлетворяет условию физической реализуемости, поэтому звено называют идеальным.

Годограф звена изображён на (рис. 4.17). Частотные характеристики звена имеют вид:

$$|W(j\omega)| = k\omega; \quad \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}. \quad (4.24)$$

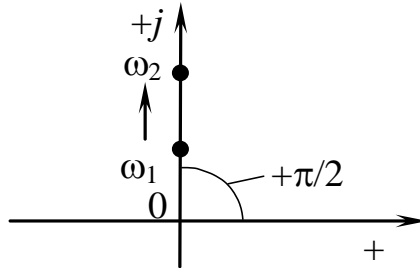


Рис. 4.17 – Годограф частотной характеристики идеального дифференцирующего звена

Переходная функция звена имеет вид: $h(t) = k\delta(t)$, где $\delta(t)$ – дельта-функция.

Логарифмическая АЧХ звена в соответствии с (4.24) и (5.29) определяется как

$$\Lambda(\omega) = 20 \cdot \lg k + 20 \cdot \lg \omega.$$

Этому уравнению соответствует прямая линия с наклоном +20 дБ/дек (рис. 4.18, а). Логарифмическая ФЧХ (4.21) не зависит от частоты и равна $+\pi/2$ (рис. 4.18, б).

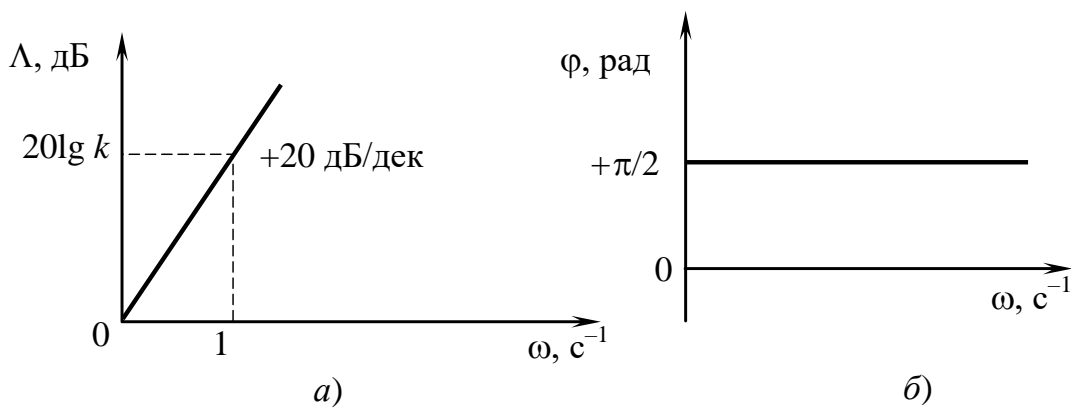
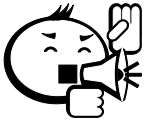


Рис. 4.18 – Логарифмическая (а) и фазовая (б) частотная характеристики идеального дифференцирующего звена

Дифференцирующее звено первого порядка



.....

Передачная функция звена дифференцирующего (форсирующего) звена имеет вид: $W(p) = k(1 + pT)$ (рис. 4.19), а частотная и фазовая характеристики соответственно:

$$|W(j\omega)| = k\sqrt{1 + \omega^2 T^2}; \quad \varphi(\omega) = \arctg \omega T. \quad (4.25)$$

.....

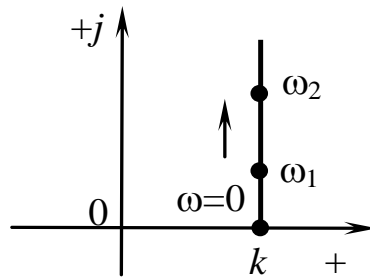


Рис. 4.19 – Годограф частотной характеристики дифференцирующего звена первого порядка

Переходная функция звена имеет вид: $h(t) = k[1(t) + T\delta(t)]$, где $\delta(t)$ – дельта-функция.

Логарифмическая частотная характеристика форсирующего звена в соответствии с выражением имеет вид:

$$\Lambda(\omega) = 20\lg k + 20\lg\sqrt{1 + \omega^2 T^2}. \quad (4.26)$$

Приближенная характеристика форсирующего звена в диапазоне частот от 0 до сопряженной частоты $\omega_c = 1/T$ имеет вид: $\Lambda_1(\omega) = 20\lg k$. Этому выражению соответствует прямая линия, параллельная оси частот (рис. 4.20, а). В соответствии с выражением (4.25) строится логарифмическая ФЧХ (рис. 4.20, б).

На частотах больших сопряженной частоты ω_c , пренебрегая единицей, характеристика (4.26) будет иметь вид: $\Lambda_2(\omega) = 20\lg k + 20\lg \omega T$. Так как частота по оси абсцисс откладывается в логарифмическом масштабе, то этому выражению соответствует прямая линия с наклоном +20 дБ/дек.

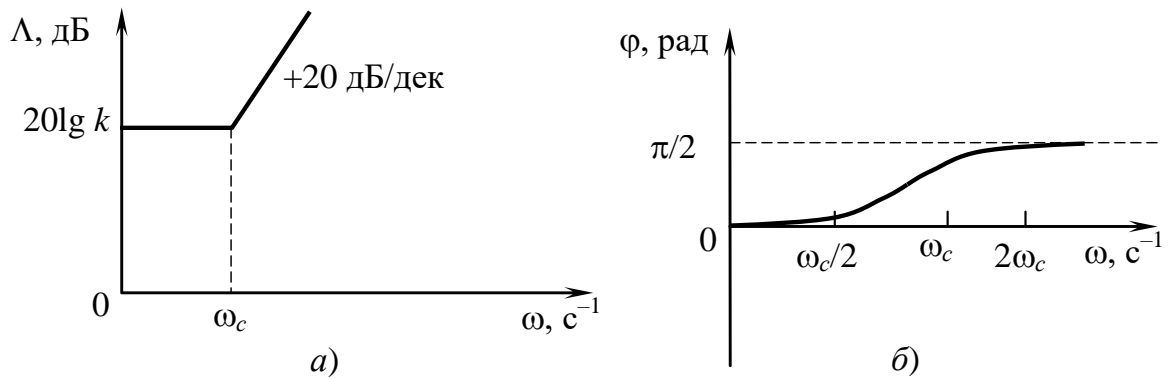
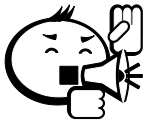


Рис. 4.20 – Логарифмическая (а) и фазовая (б) частотная характеристики дифференцирующего звена первого порядка

Звено запаздывания



.....

Это звено используется для моделирования сдвига входного сигнала во времени, не искажая его ЛАЧХ и ФЧХ. Передаточная функция звена имеет вид: $W(p) = e^{-pT}$, где T – время запаздывания.

Частотные характеристики имеют вид:

$$|W(j\omega)| = 1; \quad \varphi(\omega) = -\omega T.$$

.....

Годограф звена запаздывания имеет вид окружности с единичным радиусом (рис. 4.21).

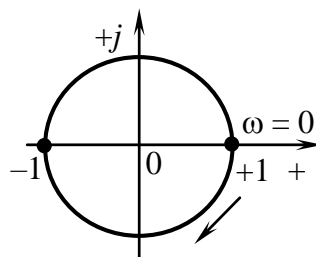


Рис. 4.21 – Годограф частотной характеристики звена запаздывания

Переходная функция, ЛАЧХ и фазочастотная характеристика звена запаздывания, как отмечалось ранее, не искажают характеристики системы РА в целом.

4.4 Виды соединения типовых радиотехнических звеньев и структурные преобразования сложных схем систем радиоавтоматики

Структурная схема системы РА, состоящая из типовых радиотехнических звеньев, позволяет без сложных математических вычислений определить передаточные функции различных систем РА.

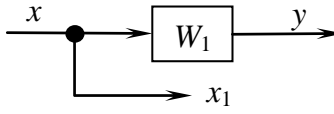
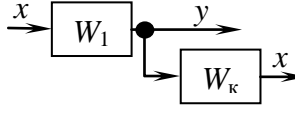
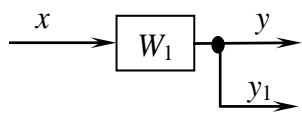
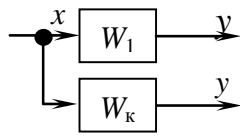
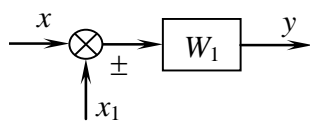
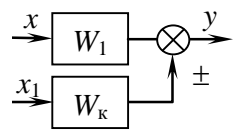
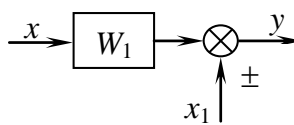
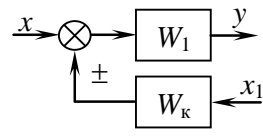
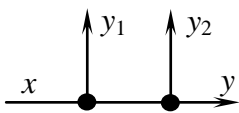
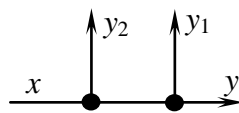
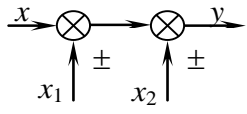
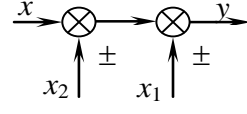
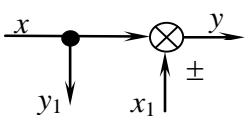
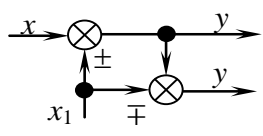
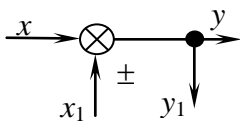
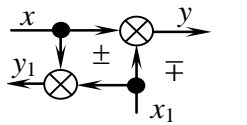


В системах РА используются три вида соединений звеньев: параллельное, последовательное и соединение звеньев по схеме с обратной связью.

Основные правила структурного преобразования различных видов соединений звеньев в эквивалентную структурную схему с результирующей передаточной функцией приведены в таблице 4.2 [2].

Таблица 4.2 – Правила структурных преобразований
в системах радиоавтоматики

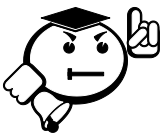
п/п	Тип преобразования	Исходная структурная схема	Эквивалентная структурная схема
1	Свёртывание последовательного соединения звеньев		 $W_{\text{Э}} = W_1 W_2 \dots W_n$
2	Свертывание параллельного соединения звеньев		 $W_{\text{Э}} = W_1 + W_2 + \dots + W_n$
3	Свертывание встречно-параллельного соединения звеньев		 $W_{\text{Э}} = \frac{W_1}{1 \mp W_1 W_2}$

п/п	Тип преобразования		Исходная структурная схема	Эквивалентная структурная схема
4	Перенос узла разветвления через звено	По направлению передачи сигнала		 $W_k = \frac{1}{W_1}$
		Против направления передачи сигнала		 $W_k = W_1$
5	Перенос сумматора через звено	По направлению передачи сигнала		 $W_k = \pm W_1$
		Против направления передачи сигнала		 $W_k = 1/W_1$
6	Перестановка узлов разветвления			
7	Перестановка сумматоров			
8	Перенос узла разветвления через сумматор	По направлению передачи сигнала		
		Против направления передачи сигнала		

Для построения логарифмических частотных характеристик необходимо найти амплитудную и фазовую частотные характеристики преобразованной эквивалентной структурной схемы соединённых типовых радиотехнических звеньев.

4.5 Передаточные функции сложных многоконтурных систем

При анализе и синтезе систем РА на примере обобщённой структурной схемы (рис. 3.20) используют следующие передаточные функции.



.....
Передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W_p(p) = \frac{Y(p)}{E(p)}. \quad (4.27)$$

.....

Для более сложной системы (рис. 4.22) передаточная функция будет иметь вид [3, 4]:

$$W_p(p) = W_1(p) \cdot W_2(p). \quad (4.28)$$

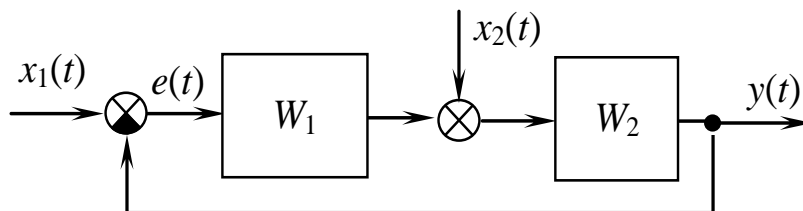


Рис. 4.22 – Структурная схема системы РА

Передаточная функция замкнутой системы имеет вид:

$$W_3(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}. \quad (4.29)$$

Передаточную функцию можно выразить через передаточную функцию разомкнутой системы в соответствии с правилами структурного преобразования (табл. 4.2), при условии передаточной функции, равной единице. В результате получают:

$$W_3(p) = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)}. \quad (4.30)$$

Передаточная функция замкнутой системы зависит от места приложения сигнала. Так, передаточная функция относительно сигнала $x_1(t)$ (рис. 4.22) определяется выражением (4.30), а относительно $x_2(t)$ – выражением

$$W_{32}(p) = \frac{Y(p)}{X_2(p)} = \frac{W_2(p)}{1 + W(p)}. \quad (4.31)$$

Передаточная функция ошибки имеет вид:

$$W_e(p) = \frac{E(p)}{X(p)}. \quad (4.32)$$

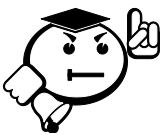
Из уравнения замкнутой системы $E(p) = X(p) - Y(p)$ и (4.29) следует:
 $E(p) = [1 - W_3(p)]X(p)$.

Таким образом, передаточную функцию ошибки найдём с помощью передаточной функции замкнутой системы:

$$W_e(p) = 1 - W_3(p). \quad (4.33)$$

Подставив в (4.33) формулу (4.30), получим:

$$W_e(p) = \frac{1}{1 + W_p(p)}. \quad (4.34)$$



.....

В системах РА помимо замкнутого контура с главной обратной связью имеются контуры, образованные стабилизирующими обратными связями, введёнными для придания необходимых динамических характеристик. Передаточные функции таких систем находят путём последовательного сведения многоконтурной системы к эквивалентной одноконтурной.

.....

Для сведения, например, двухконтурной системы РА (рис. 4.23) к эквивалентной одноконтурной находят передаточную функцию внутреннего контура, которая в соответствии с правилами преобразованиями (табл. 4.2) имеет вид:

$$W_{\text{БК}}(p) = \frac{W_2(p)}{1 + W_2(p)W_0(p)}.$$

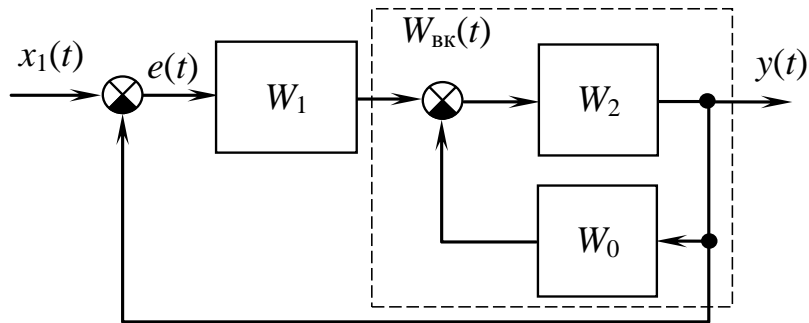


Рис. 4.23 – Структурная схема двухконтурной системы РА

Структурная схема представляется как одноконтурная, для которой передаточная функция определяется как

$$W_{\text{П}}(p) = W_1(p)W_{\text{БК}}(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_2(p)W_0(p)}.$$

Для структурных схем систем, имеющих многоконтурные перекрёстные связи (рис. 4.24, а), на первом этапе производится операция преобразования в систему без перекрёстных связей. Операция преобразования проводится в соответствии с правилами преобразования (табл. 4.2) путём переноса сумматоров или узлов ответвления. После преобразований передаточные функции находят по методу свёртывания двух-, многоконтурной системы к одноконтурной.

Передаточная функция преобразованной разомкнутой системы (рис. 4.24, б) имеет вид:

$$W_{\text{П}}(p) = W_1(p)W_{\text{БК}}(p) = \frac{W_1(p)W_{\text{БК}}(p)}{1 + W_1(p)W_{\text{БК}}(p)W_3^{-1}(p)W_{02}(p)},$$

где $W_{\text{БК}}(p) = \frac{W_2(p)W_3(p)}{1 + W_2(p)W_{\text{БК}}(p)W_3(p)W_{01}(p)}.$

На этом операция нахождения передаточной функции считается законченной.

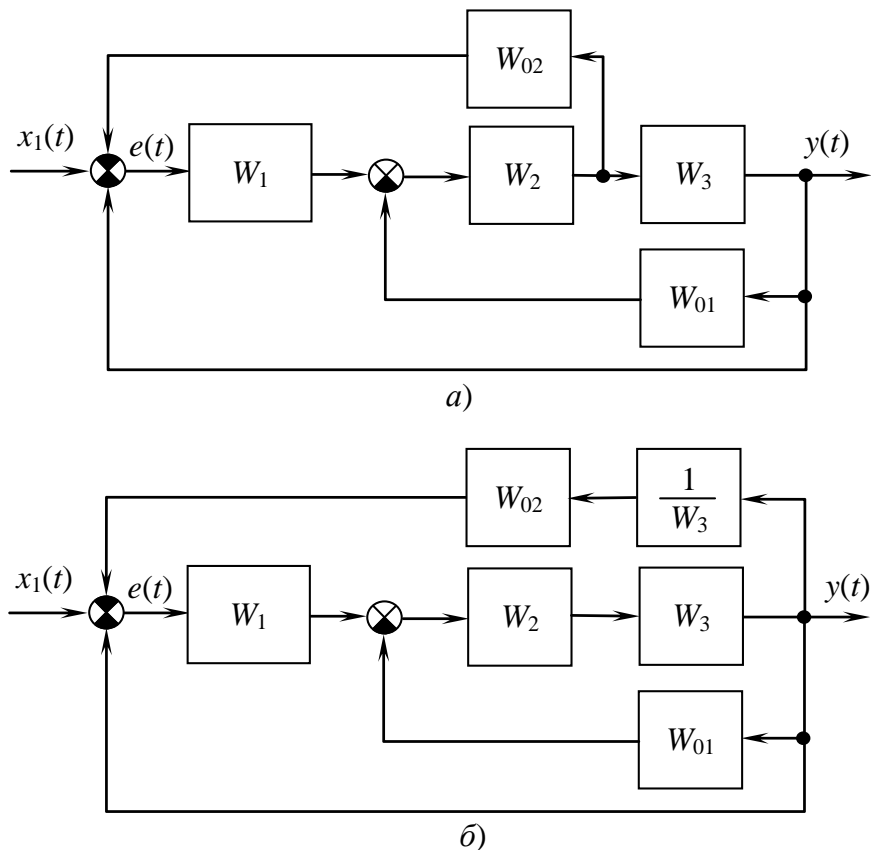
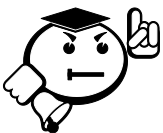


Рис. 4.24 – Структурная схема многоконтурной системы РА с перекрёстными обратными связями (а) и неперекрёстными обратными связями (б)

4.6 Определение параметров элементов систем



В ряде случаев передаточные функции и параметры устройств системы РА из-за сложности не могут быть определены расчётным путём, поэтому используются различные экспериментальные методы.

Определение характеристик как отдельных устройств, так и всей системы в целом по экспериментальным данным, называют *задачей идентификации*. Известно большое число методов решения задачи идентификации. Выбор того или иного метода зависит от конкретных условий работы и априорных сведений о системе. В системах РА для идентификации параметров устройств и систем РА широко используются следующие методы: *частотные, по переходным функциям и статистические*.

Частотный метод идентификации базируется на ЛАЧХ, построенной по экспериментальным данным. В соответствии с этим методом АЧХ аппроксимируется прямыми отрезками с наклонами, кратными ± 20 дБ/дек.

Построение ломанной ЛАЧХ разомкнутой системы РА, при условии, что известен состав системы РА, проводится в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Определяется общий коэффициент передачи системы РА в соответствии с выражением

$$K[\text{дБ}] = 20 \cdot [\lg(k_1) + \lg(k_2) + \dots + \lg(k_n)],$$

где k_1, k_2, k_n – коэффициенты передачи типовых радиотехнических звеньев.

2. По оси ординат откладывают значение K в децибелах, а по оси абсцисс – сопряжённые частоты соответствующих типовых радиотехнических звеньев в логарифмическом масштабе и определяемые через постоянные времени отдельных типовых звеньев.

Через точку с координатами $[1, K]$ провести прямую линию с наклоном:

$$\Lambda_1(\omega) = 20(m - n) \text{ дБ/дек},$$

где m – число идеальных дифференцирующих звеньев; n – число интегрирующих звеньев. Прямая линия проводится до ближайшей (минимальной) сопрягающей частоты.

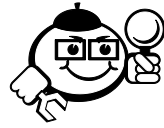
3. Через точку с координатами соответствующей ближайшей сопряжённой частоте проводится следующая прямая линия с наклоном:

$$\Lambda_2(\omega) = \Lambda_1(\omega) + \Lambda_2 \text{ дБ/дек},$$

где Λ_2 – наклон ЛАЧХ соответствующего типового радиотехнического звена. Прямая линия проводится до пересечения со следующей сопрягающей частотой.

4. Через точки, соответствующие каждой следующей сопрягающей частоте, проводится прямая линия, наклон которой равен сумме результирующего наклона предыдущих и последующего звеньев.

5. Построение ЛАЧХ продолжается, пока не будут рассмотрены все типовые радиотехнические звенья, входящие в состав исследуемой разомкнутой системы РА.



Пример

В качестве примера построим ЛАЧХ системы фазовой автоподстройки частоты (рис. 4.25), имеющей в своём составе интегратор, фазовый детектор, фильтр нижних частот и управитель с передаточными функциями:

$$W_{\text{инт}}(p) = \frac{1}{p}, \quad W_{\text{фд}}(p) = \frac{k_{\text{фд}}}{1 + pT_{\text{фд}}},$$

$$W_{\text{фнч}}(p) = \frac{k_{\text{фнч}}}{1 + pT_{\text{фнч}}}, \quad W_{\text{упр}}(p) = k_{\text{упр}}(1 + pT_{\text{упр}}),$$

где $T_{\text{фд}} = \frac{1}{\omega_1}$, $T_{\text{фнч}} = \frac{1}{\omega_2}$, $T_{\text{упр}} = \frac{1}{\omega_3}$.

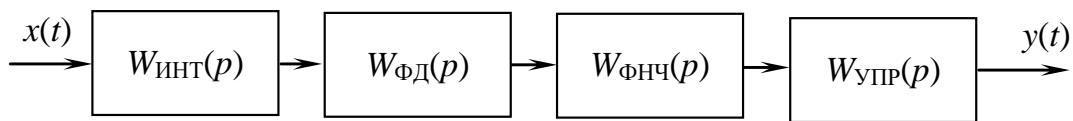


Рис. 4.25 – Структурная схема системы фазовой автоподстройки частоты

В соответствии с методикой построения ЛАЧХ определим коэффициент передачи разомкнутой системы ФАПЧ $K = 20 \lg(k_{\text{фд}} k_{\text{фнч}} k_{\text{упр}})$ [дБ] и отложим его значения на оси ординат. На оси абсцисс отложим значения сопрягающих частот, равных $1, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ (рис. 4.26). Проведём аппроксимирующие прямые линии с наклоном, кратным ± 20 дБ/дек и в соответствии характеристикой типовых радиотехнических звеньев системы.

Задача идентификации является обратной задачи построения ЛАЧХ, т. е. из экспериментальной ЛАЧХ определяется передаточная функция исследуемой системы РА.

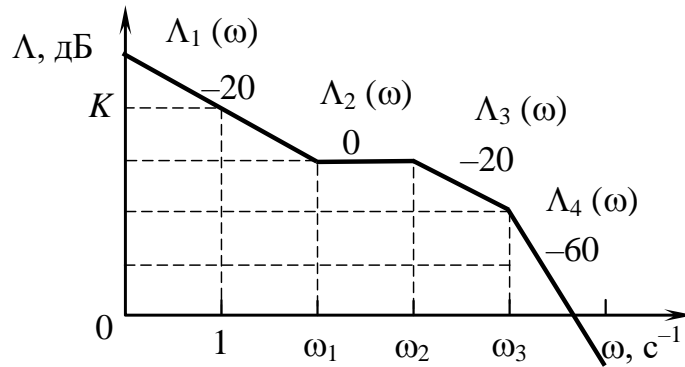


Рис. 4.26 – Логарифмическая АЧХ системы ФАПЧ

Для идентификации параметров можно использовать *переходную функцию* исследуемого устройства. Для этого необходимо зарегистрировать выходной сигнал устройства при скачкообразном входном сигнале. Далее следует найти передаточную функцию устройства. Это сложная задача, так как в устройствах с различными передаточными функциями могут быть сходные переходные процессы. Поэтому данный метод целесообразно применять в тех случаях, когда передаточная функция известна, и нужно только по экспериментальным данным найти параметры передаточной функции.

Статистические методы идентификации основываются на определении взаимной корреляционной функции выходного сигнала исследуемого устройства с его входным сигналом:

$$R_{yx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} y(t)x(t-\tau) dt,$$

где $x(t)$ – стационарный случайный сигнал; $y(t)$ – выходной сигнал.



Контрольные вопросы по главе 4

1. В чем суть линеаризации при описании элементов систем РА?
2. Перечислите основные элементы систем радиоавтоматики. Дайте краткую характеристику перечисленным элементам. Каково их назначение?

3. Каковы допущения, предъявляемые к типовым радиотехническим звеньям?
4. Перечислите типовые звенья, наиболее часто используемые при анализе систем РА, и дайте им краткую характеристику.
5. Перечислите основные виды соединений типовых радиотехнических звеньев. Какие правила используются при структурном преобразовании системы РА с перекрещивающимися связями между собой.
6. Перечислите методы определения параметров элементов системы и дайте их краткую характеристику.

5 Дифференциальные уравнения и передаточные функции систем радиоавтоматики

5.1 Дифференциальные уравнения систем радиоавтоматики

Процессы, происходящие в системах РА, описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, которые решаются лишь в отдельных случаях. Однако уравнения большого числа систем могут быть линеаризованы и описываются линейными дифференциальными уравнениями вида [3]:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_0 y(t) = b_m y^{(m)}(t) + b_{m-1} y^{(m-1)}(t) + \dots + b_0 y(t). \quad (5.1)$$

В стационарных системах коэффициенты дифференциального уравнения (5.1) являются постоянными, в нестационарных – переменными величинами. Методы анализа линейных систем основываются на принципе суперпозиции, который заключается в следующем.

Если на систему поступает управляющее воздействие, представляемое в виде суммы простых воздействий вида:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + \dots + x_k(t), \quad (5.2)$$

то выходной сигнал будет определяться как сумма реакций на каждое слагаемое (5.2).

Решение дифференциального уравнения (5.1) связано с вычислительными трудностями, а в некоторых случаях, например в следящих системах, не может быть осуществлено, так как управляющее воздействие неизвестно. По этим причинам исследование систем ведётся косвенными методами, базирующимися на операционном методе Лапласа и преобразовании Фурье. В этом случае в теории систем РА используют следующие основные характеристики: *передаточная функция, переходная и импульсная переходная функции, комплексный коэффициент передачи или частотная характеристика.*

5.2 Передаточная функция систем радиоавтоматики

Применив к дифференциальному уравнению (5.1) преобразование Лапласа, получим:

$$D(p)Y(p) = N(p)X(p) + M_{\text{н}}(p), \quad (5.3)$$

где $D(p) = a_n p^{(n)} + a_{n-1} p^{(n-1)} + \dots + a_0$; $N(p) = b_m p^{(m)} + b_{m-1} p^{(m-1)} + \dots + b_0$; $Y(p)$ – преобразование Лапласа для выходного сигнала; $X(p)$ – преобразование Лапласа для входного сигнала системы; $M_{\text{н}}$ – многочлен, отображающий начальные условия.

Введя следующие обозначения, получим:

$$W(p) = \frac{N(p)}{D(p)}; \quad W_{\text{н}}(p) = \frac{M_{\text{н}}(p)}{D(p)}, \quad (5.4)$$

тогда выражение (5.3) примет вид:

$$Y(p) = W(p)X(p) + M_{\text{н}}(p). \quad (5.5)$$

Это уравнение связывает изображение выходного сигнала системы. Функция $W(p)$ характеризует динамические свойства системы РА, она не зависит от управляющего воздействия и полностью определяется параметрами системы a_i и b_i . Эту функцию называют передаточной, а $W_{\text{н}}(p)$ – передаточной функцией относительно начального состояния системы РА.

При нулевых начальных условиях передаточная функция (ПФ) системы РА равна отношению изображения по Лапласу выходного сигнала к преобразованию Лапласа входного сигнала. Передаточная функция является дробно рациональной функцией относительно оператора преобразования Лапласа:

$$W(p) = \frac{b_m p^{(m)} + b_{m-1} p^{(m-1)} + \dots + b_0}{a_n p^{(n)} + a_{n-1} p^{(n-1)} + \dots + a_0}. \quad (5.6)$$

Степень полинома знаменателя передаточной функции определяет порядок системы РА. В реальных системах степень полинома числителя передаточной функции не превышает степени полинома знаменателя, определяет физическую реализуемость системы РА и означает, что нельзя создать систему, у которой ПФ не удовлетворяет этому условию.

Корни полинома числителя передаточной функции β_i называются *нулями*, а корни знаменателя λ_i – *полюсами* системы радиоавтоматики. Коэффициенты ПФ – действительные числа, а не вещественные нули и полюсы – только комплексно-сопряжённые величины в виде точек на плоскости комплексного переменного p (рис. 5.1).

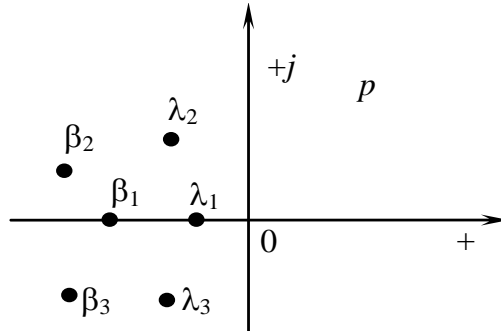


Рис. 5.1 – Расположение нулей и полюсов ПФ на плоскости комплексного переменного

Если передаточная функция системы не содержит особенностей в правой части плоскости p , то систему называют минимально-фазовой, в противном случае считают неминимально-фазовой.

5.3 Переходная и импульсная функции системы РА

При исследовании переходного процесса, происходящего в системах РА, используют единичный сигнал вида:

$$x(t) = 1(t), \quad (5.7)$$

где $1(t)$ – единичная функция, удовлетворяющая условию

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

Преобразование Лапласа для выходного сигнала системы в соответствии с выражением (5.5) при нулевых начальных условиях имеет вид:

$$Y(p) = \frac{W(p)}{p}. \quad (5.8)$$

Переходной процесс в системе РА, вызванный входным сигналом в виде единичной функции, называют переходной функцией:

$$h(t) = L^{-1} \frac{W(p)}{p}, \quad (5.9)$$

где $1/p$ – преобразование Лапласа для единичной функции.

Переходная функция вычисляется по формуле обращения:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{W(p)}{p} e^{pt} dp = \sum_{i=0}^n \operatorname{Res} \frac{W(p)}{p} e^{pt} \Big|_{p=\lambda_i}, \quad (5.10)$$

где λ_i – полюсы подынтегрального выражения; n – число полюсов.

Напомним, что вычет в простом полюсе вычисляется по формуле:

$$\operatorname{Res} \frac{W(p)}{p} e^{pt} \Big|_{p=\lambda_i} = \lim_{p \rightarrow \lambda_i} (p - \lambda_i) \frac{W(p)}{p} e^{pt}, \quad (5.11)$$

а в полюсе кратности k :

$$\operatorname{Res} \frac{W(p)}{p} e^{pt} \Big|_{p=\lambda_i^k} = \frac{1}{(k-1)!} \lim_{p \rightarrow \lambda_i} \frac{d^{k-1}}{dp^{k-1}} (p - \lambda_i)^k \frac{W(p)}{p} e^{pt}. \quad (5.12)$$

При исследовании реакции на импульсный сигнал на вход систем РА подают единичный мгновенный импульс в виде δ -функции:

$$x(t) = \delta(t), \quad (5.13)$$

который удовлетворяет следующим условиям:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(-\tau t) dt = x(\tau). \quad (5.14)$$

Так как преобразование Лапласа для δ -функции равно единице, то для выходного сигнала

$$Y(p) = W(p) L[\delta(t)] = W(p). \quad (5.15)$$

Переходной процесс, возникающий в системе РА при воздействии единичного импульса, называют *импульсной переходной функцией*. Из выражения (5.15) следует, что

$$\varpi(t) = L^{-1}[W(p)] = \sum_{i=1}^n \operatorname{Res} W(p) e^{pt} \Big|_{p=\lambda_i}. \quad (5.16)$$

Импульсная переходная функция системы РА удовлетворяет следующим условиям:

$$\varpi(t) = 0 \quad \text{при } t < 0, \quad \int_0^{\infty} |\varpi(t)| dt < \infty. \quad (5.17)$$

Первое условие называют условием физической реализуемости системы; оно показывает, что в реальной системе переходной процесс не может возникнуть раньше подачи на вход системы единичного импульса. Второе условие является условием устойчивости системы РА.

Согласно (5.9) и (5.15),

$$\varpi(t) = \frac{d}{dt} h(t). \quad (5.18)$$

Интервал времени, на котором импульсная переходная функция отлична от нуля, называют памятью или инерционностью системы (рис. 5.2, а).

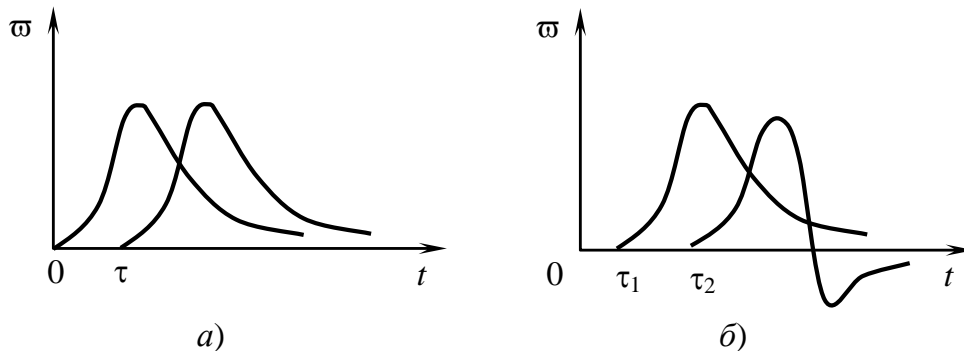


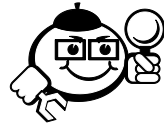
Рис. 5.2 – Импульсные переходные функции стационарной (а) и нестационарной системы (б)

Импульсная переходная функция стационарной системы РА зависит только от разности времени наблюдения выходного сигнала и времени приложения к входу системы сигнала δ -функции. В нестационарных системах РА импульсная переходная функция зависит не только от времени наблюдения, но и от времени возникновения входного сигнала (это происходит из-за изменения во времени параметров системы). Если на вход нестационарной системы подать в

момент времени $\tau_2 > \tau_1$ сигнал вида δ -функции, то импульсная переходная функция не только сдвинется по времени, как в случае стационарных систем (рис. 5.2, а), но и изменится по форме (рис. 5.2, б).

Условие физической реализуемости для нестационарных систем РА имеет вид:

$$\varpi(t\tau) = 0 \text{ при } t < \tau. \quad (5.19)$$



Пример

В качестве примера определим переходную и импульсную переходную функцию системы РА с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{1}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)}.$$

Решение

Преобразование Лапласа для переходной функции находится по формуле (5.8):

$$H(p) = \frac{b_0}{(p - \lambda_1)(p - \lambda_2)},$$

где λ_1, λ_2 – полюсы системы; b_0 – постоянный коэффициент.

В соответствии с выражением (5.10),

$$h(t) = 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}}.$$

Импульсная переходная функция, в соответствии с (5.16),

$$\varpi(t) = \frac{1}{T_1 - T_2} \left[e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right].$$

Импульсная переходная функция может быть получена и из (5.18).

5.4 Выходной сигнал системы радиоавтоматики при произвольном воздействии

Из определения передаточной функции системы РА следует, что преобразования Лапласа для выходного сигнала при нулевых начальных условиях $Y(p) = W(p) X(p)$.

На основании теоремы свёртки сигнал на выходе будет иметь вид [3]:

$$y(t) = \int_0^{\infty} x(t - \tau) \varpi(\tau) d\tau. \quad (5.20)$$

В нестационарных системах РА сигнал на выходе определяется как

$$y(t) = \int_{t_0}^t x(\tau) \varpi(t, \tau) d\tau, \quad (5.21)$$

где t_0 – время подачи входного сигнала.

Выражения (5.20) и (5.21) позволяют определить выходной сигнал системы РА при произвольном виде входных сигналов.

5.5 Комплексный коэффициент передачи и частотные характеристики

Рассмотрим случай, когда на вход системы РА действует гармонический сигнал с амплитудой X_m и частотой ω :

$$x(t) = X_m \sin \omega t. \quad (5.22)$$

Сигнал на выходе системы при нулевых начальных условиях в соответствии с выражением (5.5) имеет вид:

$$Y(p) = W(p) X(p) = \frac{N(p)}{D(p)} \frac{X_m}{p^2 + \omega^2}, \quad (5.23)$$

изображению (5.23) соответствует оригинал:

$$y(t) = W(p) X(p) = X_m \frac{N(i\omega)}{D(i\omega)} \sin \omega t + X_m \sum_{i=1}^n \operatorname{Res} Y(p) e^{pt} \Big|_{p=\lambda_i}. \quad (5.24)$$

В устойчивой системе все полюсы имеют отрицательные вещественные части, поэтому в установившемся режиме выходной сигнал имеет вид:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = W(j\omega) X_m \sin \omega t = W(j\omega) x(t), \quad (5.25)$$

т. е. на выходе системы также получается гармонический сигнал, частота которого равна частоте входного сигнала.

Отношение гармонического сигнала на выходе в установившемся режиме к гармоническому сигналу на входе называют комплексным коэффициентом передачи или частотной характеристикой системы РА. Из выражения (5.25) следует, что

$$W(j\omega) = W(p) \Big|_{p=j\omega}. \quad (5.26)$$

Частотная характеристика системы РА может быть представлена в виде:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (5.27)$$

где $P(\omega)$ – вещественная частотная характеристика; $Q(\omega)$ – мнимая частотная характеристика.

Частотная характеристика системы РА в показательной форме имеет вид:

$$W(j\omega) = |W(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}, \quad (5.28)$$

где $|W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$ – амплитудно-частотная характеристика;

$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$ – фазочастотная характеристика.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) определяет зависимость от частоты отношения амплитуды сигнала на выходе системы к амплитуде сигнала на входе. Фазочастотная характеристика (ФЧХ) устанавливает зависимость сдвига фаз между входным и выходным сигналами.

На плоскости комплексного переменного частотная характеристика изображается в виде вектора (рис. 5.3), который при изменении частоты от нуля до бесконечности описывает кривую, называемую амплитудно-фазовой характеристикой или годографом частотной характеристики системы РА.

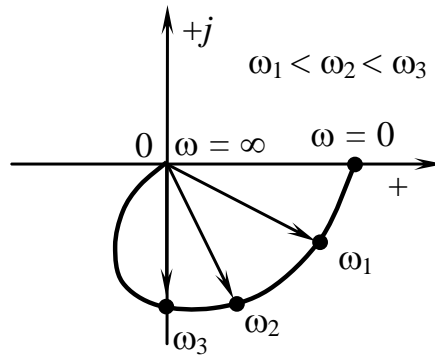


Рис. 5.3 – Годограф частотной характеристики системы РА

В инженерной практике применяют логарифмические амплитудно-частотные характеристики. Логарифмическая АЧХ имеет зависимость:

$$\Lambda(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|. \quad (5.29)$$

При построении ЛАЧХ (рис. 5.4) по оси ординат откладывают значение (5.29) в децибелах, а по оси абсцисс – частота ω в логарифмическом масштабе.

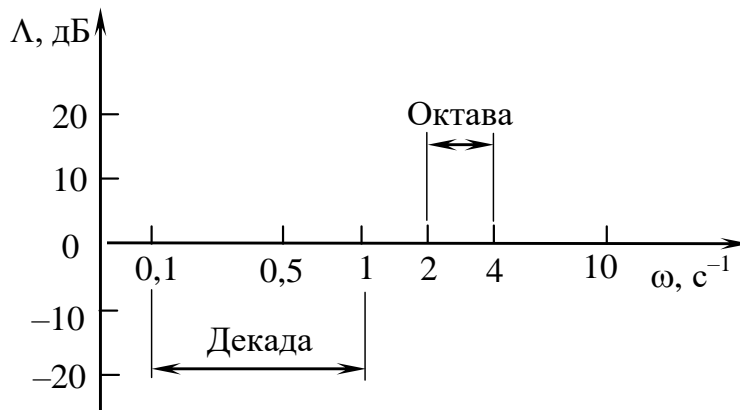


Рис. 5.4 – К описанию логарифмической частотной характеристики

При построении логарифмической ФЧХ по оси ординат откладывают ее значение в радианах, используя десятикратное изменение частоты, называемое изменением на декаду, а двукратное – изменением на октаву. В ряде случаев возможно пренебрежение кривизной ЛАЧХ на небольших участках частот, поэтому построение ЛАЧХ производится отрезками прямых линий – асимптотами. Основным достоинством ЛАЧХ является возможность их построения без вычислений.

Наиболее характерный вид имеют ЛАЧХ при следующих значениях модуля $\Lambda(\omega)$ частотной передаточной функции:

а) $\Lambda = k$. В этом случае $\Lambda = 20\lg k$ есть постоянная величина и ЛАЧХ представляет собой прямую, параллельную оси абсцисс (рис. 5.5, а);

б) $\Lambda = \frac{k}{\omega}$. В этом случае $\Lambda = 20\lg k - 20\lg \omega$. При $\omega = 1$ имеем $\Lambda = 20\lg k$ и на протяжении одной декады (с увеличением ω в 10 раз) L уменьшается на 20 дБ. ЛАЧХ представляет собой прямую с наклоном -20 дБ/дек, проходящую через точку B с координатами $[1; 20\lg k]$ (рис. 5.5, б);

в) $\Lambda = k\omega$. В этом случае $\Lambda = 20\lg k + 20\lg \omega$. При $\omega = 1$ имеем $\Lambda = 20\lg k$ и на протяжении одной декады (с увеличением ω в 10 раз) L увеличивается на 20 дБ. ЛАЧХ представляет собой прямую с наклоном $+20$ дБ/дек, проходящую через точку B с координатами $[1; 20\lg k]$ (рис. 5.5, в);

г) $\Lambda = \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$. В этом случае $\Lambda = 20\lg k - 10\lg(1 + \omega^2 T^2)$. При малых ча-

стотах $\omega^2 T^2 \ll 1$ и $\Lambda \approx 20\lg k$. Это низкочастотная асимптота, параллельная оси абсцисс. При больших частотах $\omega^2 T^2 \gg 1$ и $\Lambda \approx 20\lg k - 10\lg \omega T$. Это высокочастотная асимптота с отрицательным наклоном 20 дБ/дек. Следовательно, асимптотическая ЛАЧХ образуется двумя асимптотами, которые сопрягаются при частоте $\omega_c = \frac{1}{T}$

(рис. 5.5, з), так как при этой частоте удовлетворяются уравнения обеих асимптот;

д) $\Lambda = k \left[1 + (\omega \tau)^2 \right]$. В этом случае $\Lambda = 20\lg k + 10\lg(1 + \omega^2 \tau^2)$. ЛАЧХ образу-

ется двумя асимптотами, которые сопрягаются на частоте $\omega_c = \frac{1}{\tau}$, но высокочастотная асимптота имеет наклон $+20$ дБ/дек (рис. 5.5, д);

$$е) \Lambda = \frac{k}{\sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\omega \xi T)^2}} = \frac{k}{\sqrt{1 + 2\omega^2 T^2 (2\xi^2 - 1) + \omega^4 T^4}}, \text{ где } \xi < 1. \text{ В дан-}$$

ном случае $\Lambda = 20 \lg k - 10 \lg [1 + 2\omega^2 T^2 (2\xi^2 - 1) + \omega^4 T^4]$. На малых частотах $\Lambda \approx 20 \lg k$ и на высоких частотах $\Lambda \approx 20 \lg k - 40 \lg \omega T$. Асимптотическая ЛАЧХ, как и в двух предыдущих случаях, составляется двумя асимптотами, которые сопрягаются при частоте $\omega_c = 1/T$. Низкочастотная асимптота параллельна оси абсцисс, а высокочастотная имеет наклон -40 дБ/дек (рис. 5.5, е);

$$ж) \Lambda = k \sqrt{(1 - \omega^2 \tau^2)^2 + (2\omega \xi \tau)^2} = k \sqrt{1 + 2\omega^2 \tau^2 (2\xi^2 - 1) + \omega^4 \tau^4}, \text{ где } \xi < 1. \text{ В}$$

этом случае $\Lambda = 20 \lg k + 10 \lg [1 + 2\omega^2 \tau^2 (2\xi^2 - 1) + \omega^4 \tau^4]$. Асимптотическая ЛАЧХ составляется двумя асимптотами, которые сопрягаются при частоте $\omega_c = 1/\tau$. Низкочастотная асимптота $\Lambda \approx 20 \lg k$ параллельна оси абсцисс, а высокочастотная имеет наклон $+40$ дБ/дек (рис. 5.5, ж).

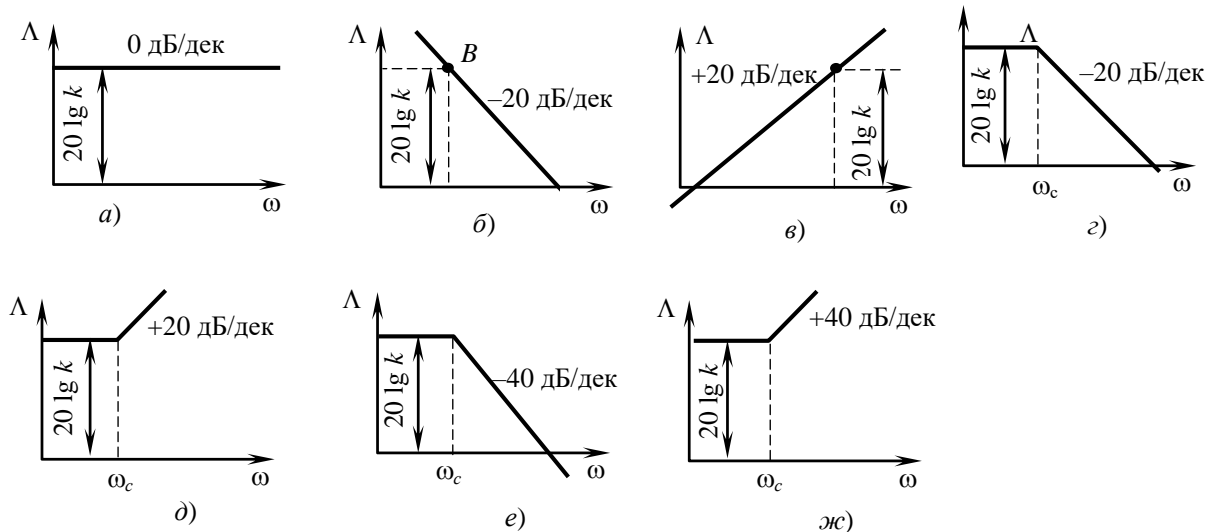


Рис. 5.5 – Типовые асимптотические ЛАЧХ



.....
Контрольные вопросы по главе 5
.....

1. Перечислите основные характеристики, описывающие процессы, происходящие в системах РА.
2. Что характеризуют корни числителя и знаменателя передаточной функции, описывающей свойства системы радиоавтоматики?
3. Дайте определение свойств минимально-фазовой системы РА.
4. В каком случае система РА обладает неминимально-фазовыми свойствами?
5. Какие свойства системы РА описывают переходная и импульсная функции?
6. Какие свойства системы РА характеризует комплексный коэффициент передачи?
7. Дайте определение понятию изменения частоты на октаву и декаду.

6 Устойчивость линейных систем радиоавтоматики

6.1 Основные понятия и определения устойчивости систем

Устойчивость – это основное качественное свойство системы автоматического управления, без которого она неработоспособна. Физически понятие *устойчивости* системы означает, что процессы в системе с течением времени ($t \rightarrow \infty$) стремятся к определённой величине при любых начальных условиях (рис. 6.1) [2–7].

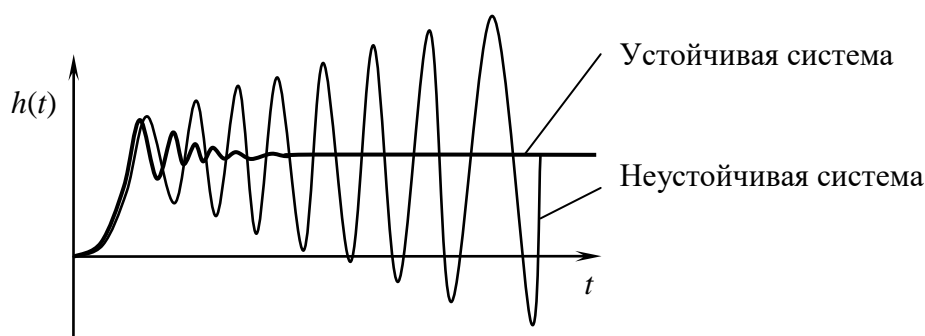


Рис. 6.1 – Переходные характеристики системы

Для устойчивой системы справедливо равенство: $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = k$.

Также об устойчивости можно судить и по импульсным переходным характеристикам, которые для устойчивой системы удовлетворяют условию: $\lim_{t \rightarrow \infty} \varpi(t) = 0$ (рис. 6.2).

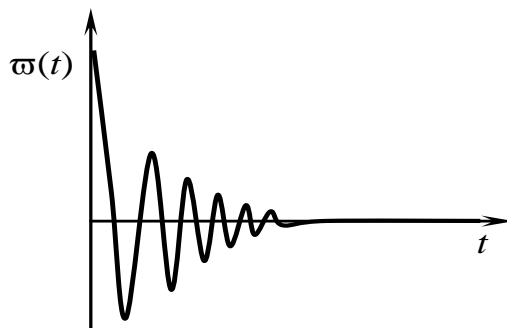


Рис. 6.2 – Импульсная переходная характеристика



.....

Система устойчива, если после прекращения внешнего воздействия она по истечении некоторого времени возвращается к тому состоянию равновесия или вынужденного колебания, в котором находилась до начала воздействия.

Оценка устойчивости системы – оценка принципиальной способности осуществлять регулирование системы автоматических систем, в том числе и систем РА, по заданным критериям показателей качества и с заданной точностью.

.....

6.2 Условие устойчивости линейных систем

В случае стационарной линейной или линеаризованной системы устойчивость определяется только ее структурой и параметрами и не зависит от внешних воздействий. Если к системе РА приложено задающее воздействие – $z(t) = g(t)$ и возмущающее воздействие (возмущение) – $x(t) = f(t)$, то система уравнений в общем случае будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} Q_{11}y_1 + Q_{12}y_2 + \dots + Q_{1k}y_k &= R_{11}g + R_{12}f; \\ Q_{21}y_1 + Q_{22}y_2 + \dots + Q_{2k}y_k &= R_{21}g + R_{22}f; \\ &\dots; \\ Q_{k1}y_1 + Q_{k2}y_2 + \dots + Q_{kk}y_k &= R_{k1}g + R_{k2}f, \end{aligned} \quad (6.1)$$

где $Q_{ij} = Q_{ij}(p)$; $R_{ij} = R_{ij}(p)$ – линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами, некоторые из них могут равняться нулю, $y_i = y_i(p)$ – выходные величины элементов системы РА (параметры напряжений управления).

Система уравнений для стационарной системы может быть сведена к одному уравнению относительно одной из координат (чаще всего рассматривают уравнение САР для управляющего напряжения):

$$\begin{aligned} (a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0) y &= (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0) g + \\ &+ (c_l p^l + c_{l-1} p^{l-1} + \dots + c_1 p + c_0) f, \end{aligned} \quad (6.2)$$

где $y = y(t)$ – регулируемая величина; $g = g(t)$ – задающее воздействие; $f = f(t)$ – возмущающее воздействие; a, b, c – постоянные коэффициенты; $n \geq m$ и $n \geq l$; p – оператор Лапласа.

Для оценки устойчивости необходимо исследовать свободную составляющую решения уравнения (6.2) или решение однородного уравнения:

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0) y = 0. \quad (6.3)$$

Общим решением однородного уравнения (6.3) является сумма частных решений, которые определяются значениями корней характеристического уравнения:

$$\mathcal{D} = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0. \quad (6.4)$$

Коэффициенты уравнения (6.4) зависят только от параметров системы, способа соединения и параметров составляющих систему звеньев.

Каждому вещественному корню α_i соответствует частное решение вида

$$A_i e^{\alpha_i t}. \quad (6.5)$$

Каждому вещественному корню α_i кратности k соответствует k частных решений вида

$$(A_{i+k-1} t^{k-1} + A_{i+k-2} t^{k-2} + \dots + A_{i+1} t + A_i) e^{\alpha_i t}. \quad (6.6)$$

Каждой паре комплексных сопряжённых корней $\alpha_i + j\beta_i$ и $\alpha_i - j\beta_i$ соответствует два частных решения вида

$$(A_i \sin \beta_i t + B_i \cos \beta_i t) e^{\alpha_i t} = C_i e^{\alpha_i t} \sin(\beta_i t + \psi_i) \quad (6.7)$$

(в частном случае α_i может быть равно нулю).

Каждой паре комплексных сопряжённых корней кратности k $\alpha_i + j\beta_i$ и $\alpha_i - j\beta_i$ соответствует $2k$ частных решений вида

$$\begin{aligned} (A_k t^{k-1} \sin \beta_i t + A_{k-1} t^{k-2} \sin \beta_i t + \dots + A_1 \sin \beta_i t + B_k t^{k-1} \cos \beta_i t + B_{k-1} t^{k-2} \cos \beta_i t + \dots + \\ + B_1 t \cos \beta_i t) e^{\alpha_i t} = (C_k t^{k-1} \sin(\beta_i t + \psi_k) + C_{k-1} t^{k-2} \sin(\beta_i t + \psi_{k-1}) + \dots + \\ + C_1 \sin(\beta_i t + \psi_1)) e^{\alpha_i t}, \end{aligned} \quad (6.8)$$

где α_i, β_i – постоянные величины, а A, B, C, Ψ – постоянные интегрирования – всегда ограничены по абсолютной величине и зависят только от параметров системы, способа соединения и параметров, составляющих систему звеньев (аналогично коэффициентам характеристического уравнения), и определяются из системы алгебраических уравнений, составленных на основании начальных условий.

Если характеристическое уравнение системы радиоавтоматики не имеет кратных корней (что весьма вероятно), тогда корни вычисляются приближённо и решение характеристического уравнения (6.4) согласно (6.5), (6.7) будет иметь только слагаемые вида

$$A_i e^{\alpha_i t} \quad \text{и} \quad C_i e^{\alpha_i t} \sin(\beta_i t + \psi_i). \quad (6.9)$$



Пример

Пусть корни характеристического уравнения α_1, α_2 – кратности 2, $\alpha_3 + j\beta_3, \alpha_3 - j\beta_3, (\alpha_4 + j\beta_4 \text{ и } \alpha_4 - j\beta_4)$ – кратности 3. Тогда свободная составляющая регулируемой величины:

$$y = A_1 e^{\alpha_1 t} + (A_2 + A_3 t) e^{\alpha_2 t} + C_3 \sin(\beta_3 t + \psi_3) e^{\alpha_3 t} + \\ + [C_4 \sin(\beta_4 t + \psi_4) + C_5 t \sin(\beta_5 t + \psi_5) + C_6 t^2 \sin(\beta_6 t + \psi_6)] e^{\alpha_4 t}.$$

Из решения уравнения (6.4) видно, что при неограниченном возрастании одного из слагаемых неограниченно возрастает по абсолютной величине и вся сумма, независимо от наличия членов с разными знаками (6.6). Поэтому присутствие одного положительного вещественного корня $\alpha_i > 0$ достаточно для того, чтобы соответствующее ему слагаемое в решении уравнения (6.4) неограниченно возрастало по абсолютной величине. При наличии пары сопряжённых комплексных корней с положительной вещественной частью в решении уравнений (6.3) и (6.4) появляется гармоническое слагаемое (6.7) с неограниченно возрастающей амплитудой. В обоих случаях система оказывается неустойчивой.

Следовательно, для того чтобы линейная или линеаризованная система PA была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все корни ее характеристического уравнения имели отрицательную вещественную часть.



.....

Система PA будет неустойчива, если решение характеристического уравнения системы PA имеет хотя бы один корень с положительной вещественной частью.

.....

Если при решении характеристического уравнения будет хотя бы один нулевой корень $\alpha_i = 0$ либо пара чисто мнимых корней $(j\beta_i)(-j\beta_i)$, и при этом все остальные корни будут иметь отрицательную вещественную часть, значит система находится на границе устойчивости, и решение уравнения (6.4) будет иметь постоянную величину A_i или гармоническую составляющую с постоянной амплитудой.

В случае линеаризованной системы при наличии нулевых или чисто мнимых корней об устойчивости системы можно судить только после исследования ее нелинейных уравнений.

Как и любое комплексное число, корни характеристического уравнения можно представить в виде точек на комплексной плоскости (рис. 6.3).

По виду графика корней характеристического уравнения легко судить об устойчивости системы. Для устойчивости линейной или линеаризованной системы необходимо и достаточно, чтобы все точки (корни характеристического уравнения) лежали в левой полуплоскости (рис. 6.3, а). В данном случае мнимая ось является границей устойчивости, если на мнимой оси находится один или несколько корней, то система находится на границе устойчивости (рис. 6.3, в, г), первый случай будет иметь место при $a_0 = 0$. Если один или несколько корней находятся в правой полуплоскости графика, то система неустойчива (рис. 6.3, б).

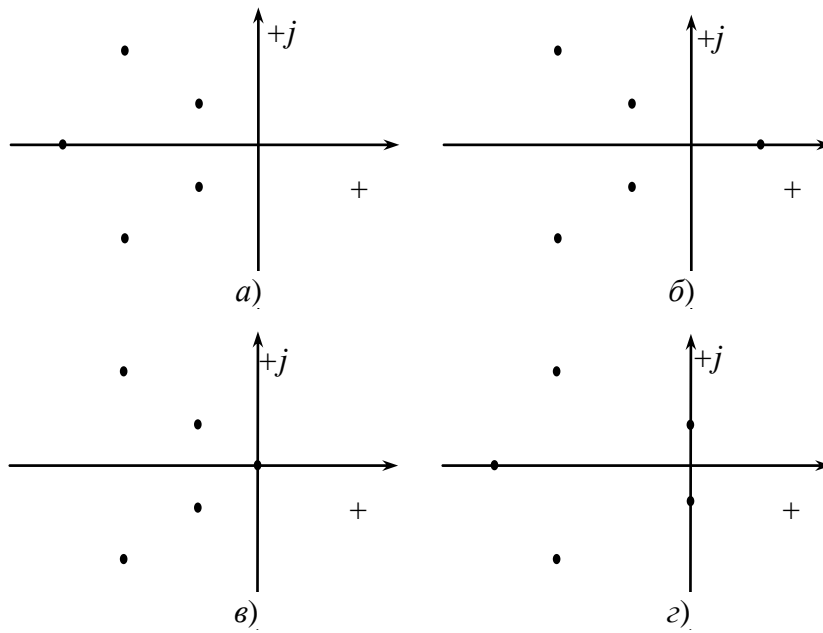


Рис. 6.3 – Расположение корней характеристического уравнения пятого порядка для устойчивой (а) и неустойчивой (б) систем; систем, находящихся на границе устойчивости (г); систем, находящихся на границе устойчивости при $a_0 = 0$ (в)

Вычисление корней характеристического уравнения реальной системы большого порядка весьма проблематично, поэтому были разработаны некие правила, основанные на приведённых выше вычислениях и называемые *критериями устойчивости*, которые позволяют оценивать устойчивость системы, не вычисляя корней характеристического уравнения.

Системы первого и второго порядка устойчивы, если все коэффициенты a_0, a_1, \dots, a_n характеристического уравнения (6.4) положительны. Для систем более высокого порядка положительность коэффициентов является необходимым, но не достаточным условием устойчивости. Если все коэффициенты характеристического уравнения положительные, то все его вещественные корни будут отрицательными, но среди комплексных корней могут быть и корни с положительной вещественной частью. Если хотя бы один из коэффициентов отрицательный, система заведомо неустойчива. При равенстве нулю коэффициента a_0 система находится на границе устойчивости, при равенстве нулю коэффициента a_i при $i \neq 0$ система находится на границе устойчивости или неустойчива.



Пример

Оценить устойчивость системы первого порядка, передаточная функция которой имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}.$$

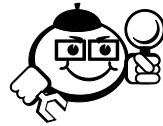
Решение

Характеристическое уравнение $Tp+1=0$ имеет только один корень $\lambda = \frac{1}{T}$, который будет отрицательным при $T > 0$.

.....

Следовательно, положительность коэффициентов характеристического уравнения для системы первого порядка является необходимым и достаточным условием устойчивости.

.....



Пример

.....

Получить условия устойчивости для системы второго порядка:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}.$$

Решение

Запишем ее характеристическое уравнение:

$$T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1 = 0 -$$

и определим корни:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\xi}{T} \pm \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T}.$$

Они будут иметь отрицательную вещественную часть, когда знаки коэффициентов ξ и T совпадают.

.....

Таким образом, положительность коэффициентов характеристического уравнения для системы второго порядка также является необходимым и достаточным условием устойчивости.

6.3 Критерии устойчивости

Точно вычислить корни можно лишь для систем не выше четвёртого порядка, поэтому были разработаны критерии, которые позволяют оценить устойчивость (то есть отрицательность вещественной части корней) по виду характеристического уравнения системы или её частотной характеристике. Их называют *критериями устойчивости*.

6.3.1 Критерий устойчивости Гурвица

Критерий устойчивости Гурвица находит широкое применение при анализе систем третьего и четвертого порядков, когда известны параметры системы. Кроме того, он позволяет получить аналитическое выражение (выражения) для границ области возможных значений какого-либо параметра (параметров) системы, при которых сохраняется устойчивое состояние системы.

Это алгебраический критерий, который предполагает рассмотрение характеристического уравнения (6.4) в стандартной форме:

$$D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0.$$

Из его коэффициентов по следующему *правилу* составляется **матрица Гурвица**: на главной диагонали сверху вниз вписываются коэффициенты характеристического уравнения от a_{n-1} до a_0 включительно. В каждом столбце вниз от диагонали записывают коэффициенты при возрастающих степенях оператора Лапласа p , вверх – при убывающих степенях p . Недостающие элементы в столбце заполняются нулями. Либо в каждой строке справа от главной диагонали располагаются коэффициенты при убывающих через одну степенях p , слева от главной диагонали располагаются коэффициенты при возрастающих через одну степень оператора Лапласа $p - (a_{n-1}, a_{n-3}, a_{n-5} \dots)$.

$$H = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & a_2 & a_0 \end{vmatrix}. \quad (6.10)$$

$\dim H = n \times n$. Приведём без доказательства критерий Гурвица.

Формулировка критерия. Для устойчивости линейной системы необходимо и достаточно, чтобы при $a_n > 0$ все n определителей, получаемых из матрицы Гурвица H , были положительны, где

$$\Delta_1 = a_{n-1} > 0; \quad \Delta_2 = \det \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0; \quad \Delta_3 = \det \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} > 0; \quad (6.11)$$

$$\Delta_n \det H = a_0 \Delta_{n-1} > 0.$$

Условие границы устойчивости согласно критерию Гурвица имеет вид:

$$\begin{cases} \Delta_n = \det H = a_0 \Delta_{n-1} = 0; \\ \Delta_i > 0, \quad i = \overline{1, n-1}. \end{cases} \quad (6.12)$$



Пример

Оценить устойчивость системы третьего порядка, передаточная функция которой имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}.$$

Запишем характеристическое уравнение согласно (6.4):

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 =$$

и составим матрицу Гурвица для этой системы третьего порядка (6.10):

$$H = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 + k \end{vmatrix}.$$

Условия устойчивости системы в соответствии с критерием Гурвица и (6.11) следующие:

- 1) $\Delta_1 = a_2 > 0$;
- 2) $\Delta_2 = a_1 a_2 > a_3(a_0 + k)$;
- 3) $\Delta_3 = \det H = (a_0 + k)\Delta_2 > 0$ или $(a_0 + k) > 0$.

Поскольку положительность всех коэффициентов характеристического уравнения следует из необходимого условия, то условие устойчивости системы третьего порядка принимает вид: $a_1 a_2 > a_3(a_0 + k)$.

6.3.2 Критерий устойчивости Михайлова

Частотный, графоаналитический критерий Михайлова применяется при исследовании замкнутых, линейных систем с постоянными параметрами. Он был сформулирован А. В. Михайловым в 1936 г. и базируется на принципе аргумента. При этом для анализа устойчивости рассматривается характеристический комплекс системы $F(j\omega)$, который получается из характеристического полинома (6.4) [2–4]:

$$F(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 \quad (6.13)$$

заменой p на $j\omega$ и имеет вид:

$$F(j\omega) = a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0, \quad (6.14)$$

где можно выделить вещественную и мнимую части, а также амплитуду и фазу:

$$F(j\omega) = R_F(\omega) + jI_F(\omega) = A_F(\omega)e^{j\varphi_F(\omega)}. \quad (6.15)$$

Для конкретного численного значения $\omega = \omega_1$ характеристический комплекс представляет собой комплексное число $F(j\omega_1)$, которое можно изобразить на плоскости в виде вектора, соединяющего начало координат с точкой $\{R_F(\omega); jI_F(\omega)\}$.

При изменении ω от 0 до ∞ конец вектора $F(j\omega)$ выписывает на комплексной плоскости некоторую кривую, которую называют *годографом Михайлова*.

Причем начинается годограф, как следует из соотношения (6.14), в точке с координатами $\{a_0; j_0\}$ (рис. 6.4).

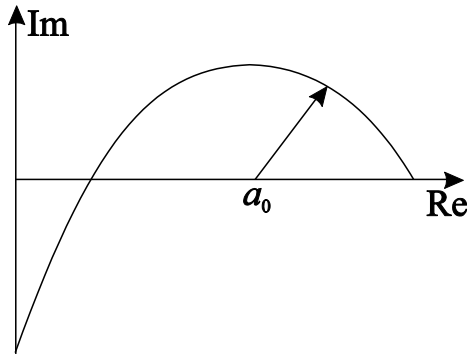


Рис. 6.4 – Годограф Михайлова

Формулировка критерия. Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова при изменении ω от 0 до ∞ начинался на вещественной оси в точке a_0 и проходил последовательно против часовой стрелки n квадрантов, не обращаясь в ноль и стремясь к ∞ в n -м квадранте.

Доказательство. Утверждение основано на расположении годографа Михайлова на комплексной плоскости, поэтому проанализируем, как связаны корни характеристического уравнения λ_i с видом функции $F(j\omega)$. Поскольку полином (6.13) можно представить как произведение простейших сомножителей:

$$F(p) = (p - \lambda_1) \cdot \dots \cdot (p - \lambda_n), \quad (6.16)$$

характеристический комплекс (6.14) также принимает вид:

$$F(j\omega) = (j\omega - \lambda_1) \cdot \dots \cdot (j\omega - \lambda_n). \quad (6.17)$$

Его можно представить в форме:

$$F(j\omega) = A_1(\omega)l^{j\varphi_1(\omega)} \cdot \dots \cdot A_n(\omega)l^{j\varphi_n(\omega)}. \quad (6.18)$$

Из выражений (6.15) и (6.18) следует, что

$$A_F(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega); \quad (6.19)$$

$$\Phi_F(\omega) = \sum_{i=1}^n \Phi_i(\omega). \quad (6.20)$$

Если характеристическое уравнение системы содержит чисто мнимые корни, то, как следует из (6.19), $A_F(\omega) = 0$ при определённом значении частоты

$\omega = \omega_0$, так как при этом один из сомножителей обратится в ноль. В случае устойчивой системы корни расположены только в левой полуплоскости плоскости корней и не могут быть чисто мнимыми, следовательно, в ноль годограф Михайлова устойчивой системы не обращается.

Определим теперь угол поворота вектора $F(\omega)$ при изменении частоты от 0 до ω . Поскольку $\varphi_F(\omega)$ в соответствии с (6.20) есть сумма отдельных $\varphi_i(\omega)$, то рассмотрим угол поворота каждого сомножителя выражения (6.17).

Корень характеристического уравнения вещественный и отрицательный ($\lambda_i = -\alpha_i$, $\alpha_i > 0$). Соответствующий сомножитель в (6.17) имеет вид $(j\omega + \alpha_i)$. Изобразим этот элементарный вектор на комплексной плоскости; при изменении ω от 0 до ∞ его вещественная часть остается неизменной и равна α_i , а его мнимая часть возрастает до бесконечности (рис. 6.5).

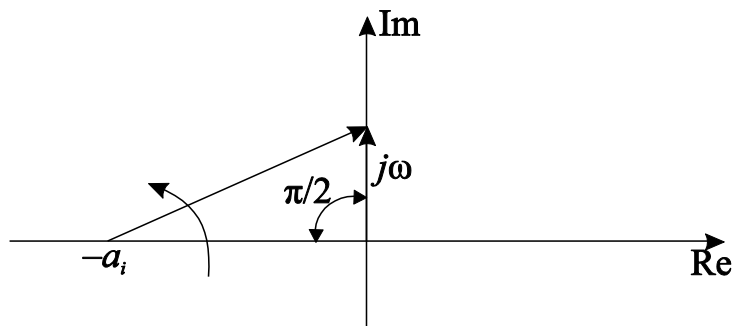


Рис. 6.5 – Элементарный вектор, соответствующий параметрам устойчивого вещественного корня

Как видим, угол поворота элементарного вектора, соответствующего устойчивому вещественному корню, равен $\varphi_i = +\pi/2$.

Если корень характеристического уравнения вещественный положительный ($\lambda_i = +\alpha_i$), то угол поворота элементарного вектора $(j\omega - \alpha_i)$ равен $-\pi/2$.

Рассмотрим теперь пару устойчивых комплексно-сопряжённых корней ($\lambda_{i,i+1} = -\alpha_i \pm j\beta_i$) и соответствующий им угол поворота произведения $(\alpha_i + j\beta_i + j\omega)(\alpha_i - j\beta_i + j\omega)$ (рис. 6.6).

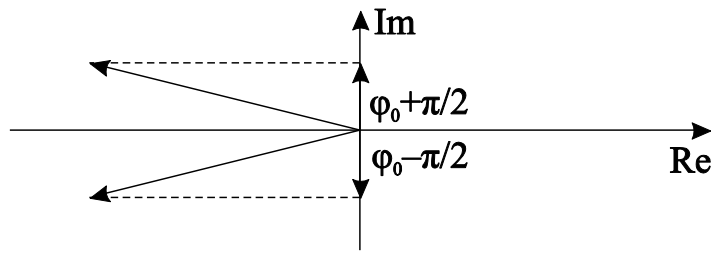


Рис. 6.6 – Векторы, соответствующие устойчивым комплексно-сопряженным корням

У этих двух векторов начальные фазы одинаковы по модулю φ_0 , но имеют противоположные знаки. При изменении ω от 0 до ∞ один вектор поворачивается на угол, равный $\varphi_{i+1} = \varphi_0 + \pi/2$, а второй – на угол $\varphi_{i+1} = -\varphi_0 - \pi/2$.

Суммарный угол поворота для пары устойчивых комплексно-сопряженных корней равен $+\pi$.

Если комплексно-сопряженные корни имеют положительную вещественную часть, то суммарный угол поворота равен $-\pi$.

Таким образом, в устойчивой системе каждый из n корней даст приращение фазы $\varphi_i = +\pi/2$, а общий угол поворота $F(\omega)$ согласно (6.20) равен $+(\pi/2)n$, что и требовалось доказать. Вид годографа Михайлова для устойчивых и неустойчивых систем третьего порядка показан на (рис. 6.7).

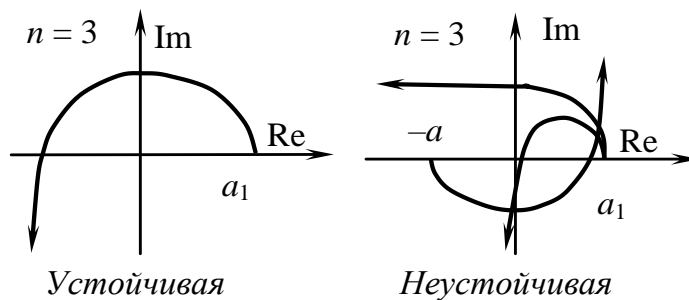
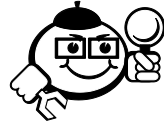


Рис. 6.7 – Годограф Михайлова для устойчивых и неустойчивых систем третьего порядка

Система будет находиться на границе устойчивости, если годограф Михайлова при некотором значении частоты $\omega = \omega_0$ обращается в ноль, т. е. при выполнении условия

$$\begin{cases} R_F(\omega_0) = 0; \\ I_F(\omega_0) = 0. \end{cases} \quad (6.21)$$

Здесь частота ω_0 – есть частота незатухающих колебаний системы.



Пример

Оценить устойчивость системы, структурная схема которой имеет вид (рис. 6.8).

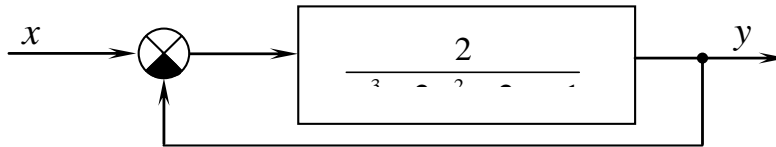


Рис. 6.8 – Структурная схема системы

Решение

Определим передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{2}{p^3 + 2 \cdot p^2 + 2 \cdot p + 3}$$

и запишем ее характеристический полином:

$$F(p) = p^3 + 2 \cdot p^2 + 2 \cdot p + 3.$$

Заменой p на $j\omega$ перейдем к выражению для годографа Михайлова:

$$F(j\omega) = -j\omega^3 - 2\omega^2 + 2j\omega + 3,$$

которое представим в форме:

$$F(j\omega) = R_F(\omega) + jI_F(\omega) = (3 - 2\omega^2) + j(2\omega - \omega^3).$$

Для построения годографа Михайлова вычислим значения вещественной и мнимой части при конкретных значениях частоты и занесём их в таблицу:

ω	0	1	1,22	1,41	...	∞
$R_F(\omega)$	3	1	0	-1	...	$-\infty$
$I_F(\omega)$	0	1	0,61	0	...	$-\infty$

По данным таблицы построим годограф Михайлова (рис. 6.9).

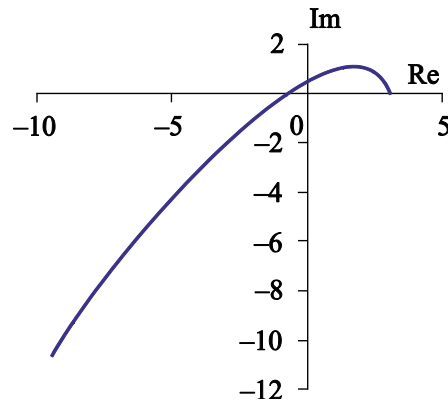


Рис. 6.9 – Годограф системы РА по критерию Михайлова

Как видим, годограф проходит последовательно три квадранта, не обращаясь в ноль, и стремится к бесконечности в третьем квадранте. Следовательно, исследуемая система устойчива.

.....

6.3.3 Критерий устойчивости Найквиста

Этот критерий был получен Н. Найквистом в 1932 г. для проверки усилителей с отрицательной обратной связью, а затем обобщен на системы автоматического управления.

Критерий Найквиста позволяет определить устойчивость системы с обратной связью (замкнутой системы) по экспериментально снятой или полученной на основе передаточной функции амплитудно-фазовой частотной характеристике разомкнутой системы (рис. 6.10).

Будем полагать, что известна передаточная функция *разомкнутой системы*:

$$W(p) = \frac{B_0(p)}{A_0(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}, \quad m \leq n. \quad (6.22)$$

Здесь $A_0(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0$ – ее характеристический полином.

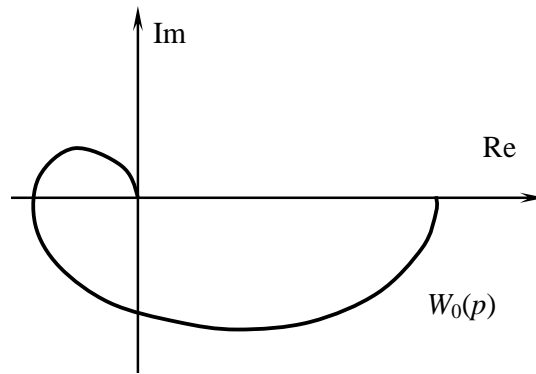


Рис. 6.10 – АФХ разомкнутой системы

Структурная схема замкнутой системы имеет вид (рис. 6.11).

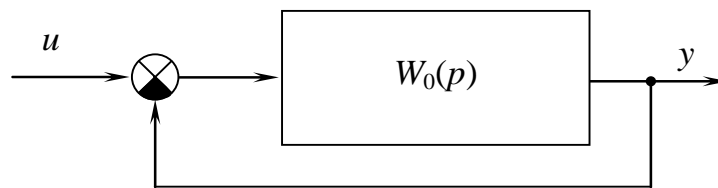


Рис. 6.11 – Структурная схема замкнутой системы

Передаточная функция замкнутой системы следующая:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{W_0(p)}{1 + W_0(p)} = \frac{B_0(p)}{A_0(p) + B_0(p)}, \quad (6.23)$$

где $A(p) = A_0(p) + B_0(p)$ – характеристический полином замкнутой системы.

Для получения критерия устойчивости вводится вспомогательная функция:

$$\tilde{W}(p) = 1 + W_0(p) = \frac{A_0(p) + B_0(p)}{A_0(p)} = \frac{A(p)}{A_0(p)}. \quad (6.24)$$

Как видим, числитель вспомогательной передаточной функции представляет собой характеристический полином замкнутой системы, а знаменатель – характеристический полином разомкнутой системы. Так как $\dim B_0(p) \leq \dim A_0(p)$, то в выражении для $A(p)$ порядок суммы полиномов равен $\dim A_0(p) = n$. Следовательно, во вспомогательной передаточной функции $\tilde{W}(p)$ полиномы числителя и знаменателя имеют один порядок (n).

В выражении (6.24) заменим p на $j\omega$ и получим:

$$\tilde{W}(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{A_0(j\omega)}. \quad (6.25)$$

Рассмотрим результирующий угол поворота вектора $\tilde{W}(j\omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ , используя те же соотношения, что и при доказательстве критерия Михайлова.

Если замкнутая система устойчивая, то общее приращение фазы числителя (6.25) определяется как

$$\varphi(\omega) = n(\pi/2). \quad (6.26)$$

При устойчивой разомкнутой системе фаза в знаменателе будет иметь вид

$$\varphi_0(\omega) = n(\pi/2). \quad (6.27)$$

Результирующий угол поворота вектора $\tilde{W}(j\omega)$ равен разности (6.26) и (6.27).

$$\tilde{\varphi}(\omega) = \varphi(\omega) - \varphi_0(\omega) = 0. \quad (6.28)$$

Таким образом, для устойчивости замкнутой системы (при устойчивой разомкнутой) должно выполняться соотношение (6.28). Это свойство имеет простую геометрическую интерпретацию: вспомогательная частотная характеристика не должна охватывать начало координат. Так как $\tilde{W}(j\omega)$ отличается от $W_0(j\omega)$ на единицу, то можно строить амплитудно-фазовую характеристику разомкнутой системы, что значительно проще.

Формулировка критерия Найквиста. Для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы амплитудно-фазовая характеристика устойчивой разомкнутой системы при изменении ω от 0 до ∞ не охватывала точку с координатами $\{-1; j0\}$.

Разомкнутая система может быть неустойчива, но это не означает, что неустойчивой будет и замкнутая система. В этом случае меняется **формулировка критерия Найквиста**. Для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы амплитудно-фазовая характеристика неустойчивой разомкнутой системы при изменении ω от 0 до ∞ охватывала точку с координатами

$\{-1; j0\}$ в положительном направлении $r/2$ раз, где r – число корней характеристического уравнения разомкнутой системы с положительной вещественной частью (рис. 6.12).

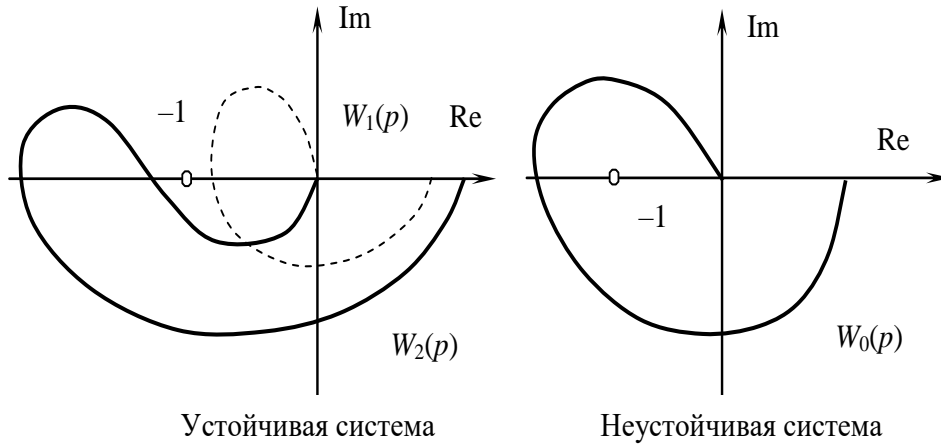


Рис. 6.12 – Частотные характеристики системы для критерия Найквиста

Критерий Найквиста можно применять, если разомкнутая система имеет в своем составе интегратор, т. е. ее передаточная функция следующая:

$$W_0(p) = \frac{B_0(p)}{pA_0(p)}. \quad (6.29)$$

Полученная в результате замены p на $j\omega$ в выражении (6.29) амплитудно-фазовая характеристика будет иметь неопределённость в точке $\omega = 0$. Поэтому при ее построении делают аппроксимацию: характеристику дополняют полуокружностью бесконечно большого радиуса так, чтобы она начиналась на положительной вещественной полуоси (рис. 6.13).

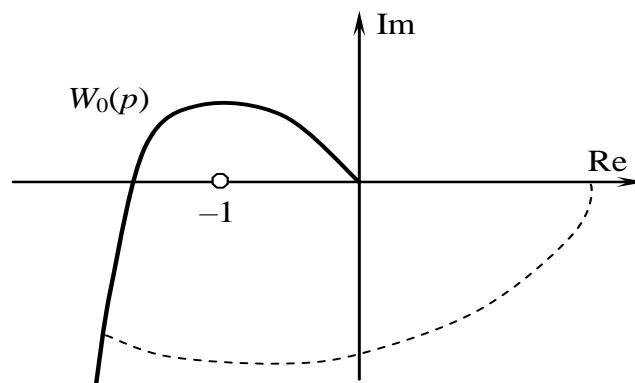


Рис. 6.13 – АФХ разомкнутой системы с интегратором

Замкнутая система будет находиться на границе устойчивости, если при некоторой частоте $\omega = \omega_0$ АФХ разомкнутой системы пересекает точку с координатами $\{-1; j0\}$. Аналитически условие границы устойчивости записывается в виде:

$$1 + W_0(j\omega_0) = 0. \quad (6.30)$$

6.3.4 Логарифмическая форма критерия Найквиста

Для проверки устойчивости замкнутой системы можно использовать логарифмические частотные характеристики разомкнутой, которые строятся почти без вычислений. Правила построения ЛАЧХ рассмотрены в п. 4.3 настоящего пособия.

Формулировка критерия Найквиста. Для замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы на частотах, где ЛАЧХ положительна (т. е. $\Lambda(\omega) > 0$), фазовая частотная характеристика разомкнутой системы не пересекала ось 180° или пересекала ее четное число раз.

Замкнутая система будет находиться на границе устойчивости, если на той же частоте, где $\Lambda(\omega) = 0$, фазовая частотная характеристика разомкнутой системы пересекает ось 180° (рис. 6.14).

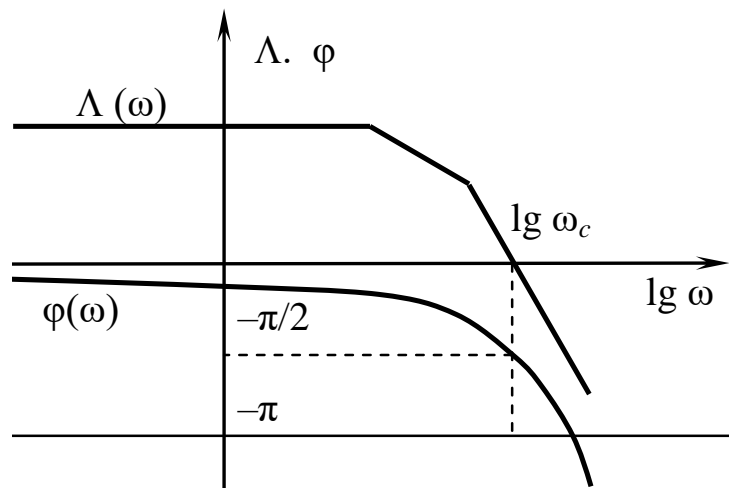


Рис. 6.14 – Логарифмические частотные и фазовые характеристики, иллюстрирующие критерий Найквиста

6.4 Области и запасы устойчивости

6.4.1 Основные понятия и определения

Поскольку при составлении математической модели делается ряд допущений, то параметры реальной системы несколько отличаются от расчетных (номинальных). Кроме того, с течением времени они могут изменяться в некотором диапазоне, но при этом свойство устойчивости должно сохраняться. Поэтому для нормальной работы система должна обладать определенным запасом устойчивости.

Рассмотрим линейную стационарную систему общего вида, описываемую системой уравнений (6.1), и соответствующее ей характеристическое уравнение (6.4), которое имеет n корней $a_i = a_i(A)$.



.....

Областью устойчивости по параметрам будем называть множество матриц A , для которых выполняется общее условие устойчивости: $\operatorname{Re} a_i(A) < 0$ (рис. 6.15).

.....

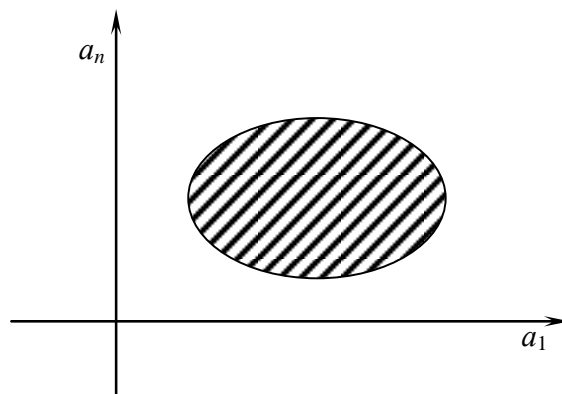


Рис. 6.15 – Область устойчивости системы

На практике обычно речь идёт об изменении одного-двух параметров системы.



.....

Критическими (граничными) будем называть такие значения матриц A , при которых система находится на границе устойчивости: $\operatorname{Re} \lambda(A) = 0$.

Запасом устойчивости называется диапазон значений параметра от номинального до граничного.

.....

6.4.2 Частотные оценки запасов устойчивости

Частотные запасы устойчивости определяют в соответствии с критерием Найквиста амплитудно-фазовой характеристики разомкнутой системы от критической точки с координатами $\{-1; j0\}$ (рис. 6.16).

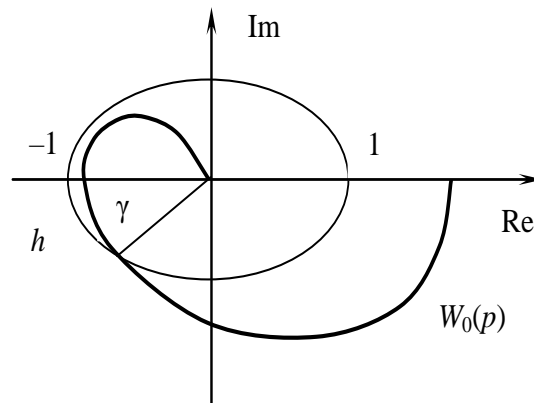


Рис. 6.16 – Определение запасов устойчивости по АФХ

Запас устойчивости по амплитуде (h) показывает, насколько можно увеличить амплитуду без потери устойчивости системы.

Запас устойчивости по фазе (γ) показывает, насколько можно изменить фазу системы без потери ею устойчивости.

Опытным путём установлено, что для нормальной работы система должна обладать следующими запасами устойчивости:

$$H = 50 - 80\%, \quad \gamma = 50 - 80\%. \quad (6.31)$$

Аналогичные запасы устойчивости можно определить по логарифмическим характеристикам системы.

Здесь запас устойчивости по модулю обозначают как ΔL и измеряют в децибелах [дБ]. Он определяется на частоте $\omega_{\text{КР}}$, на которой фазовая частотная характеристика достигает значения $-\pi$. Запас устойчивости по фазе обозначают как $\Delta\varphi$, он определяется на частоте среза $\omega_{\text{СР}}$, где $\Delta L = 0$ (рис. 6.17).

$$\Delta\varphi(\omega_c) = \pi - \varphi(\omega_c). \quad (6.32)$$

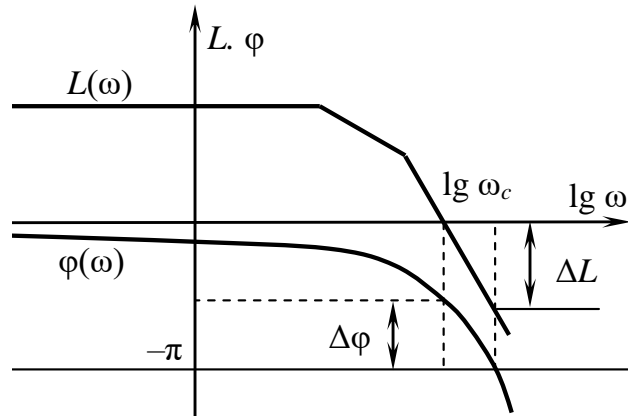


Рис. 6.17 – Определение запасов устойчивости по ЛАЧХ

Экспериментально установлено, что если запас устойчивости

$$\Delta L \geq (10 - 15) \text{ дБ}, \quad \Delta\varphi \geq (30 - 60)^\circ, \quad (6.33)$$

система будет работать удовлетворительно.

6.4.3 Корневые оценки запасов устойчивости

Склонность системы к неустойчивой работе выражается в большой колебательности процессов в ней, следовательно, процесс 2 соответствует системе с меньшим запасом устойчивости (рис. 6.18).

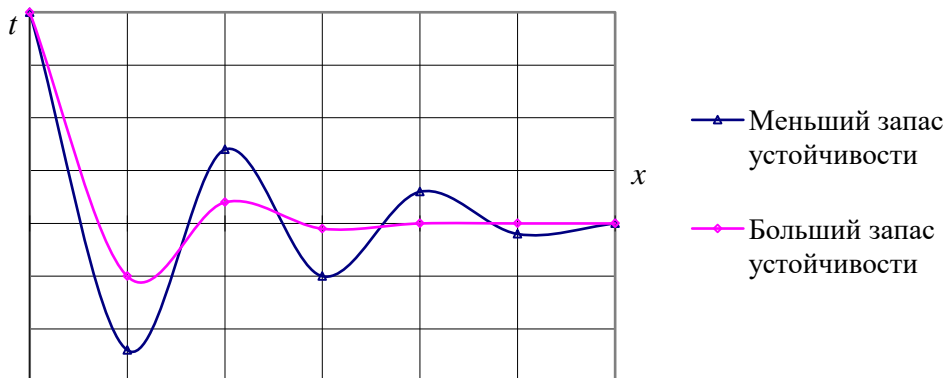


Рис. 6.18 – Процессы в системе с разным запасом устойчивости

Вид процессов в системе определяется корнями характеристического уравнения (6.4) (рис. 6.19), причем колебательный характер придают комплексно-сопряженные корни $\lambda_{i,i+1} = -\alpha_i \pm j\beta_i$, где вещественная часть (α_i) определяет скорость затухания, а мнимая часть корней (β_i) – частоту колебаний.

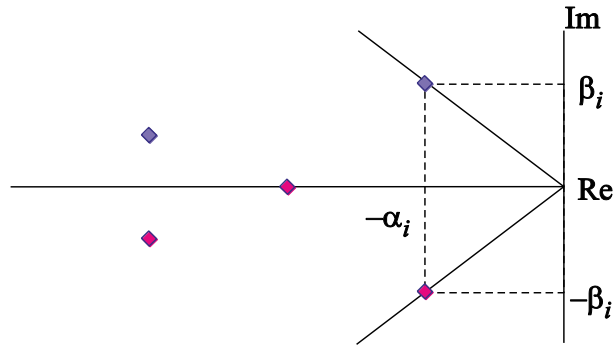


Рис. 6.19 – Распределение корней в системе

Пара корней с самым широким сектором будет давать составляющую процесса с наибольшими колебаниями, поэтому в качестве оценки устойчивости используем величину:

$$\gamma = \frac{\alpha_i}{\beta_i}, \quad (6.34)$$

которая может изменяться в диапазоне $\gamma \in [0, \infty]$. Чем меньше γ (т. е. больше мнимая часть корня), тем ближе система к границе устойчивости. При $\gamma = 0$ она находится на границе устойчивости, если же $\gamma = \infty$, система будет абсолютно устойчива.

Таким образом, корневая оценка запаса устойчивости γ характеризует, насколько можно изменять корни характеристического уравнения без потери устойчивости системой.

Обычно такая оценка используется на этапе проектирования, так как α трудно связать с параметрами реальной системы (коэффициентом усиления, постоянными времени, коэффициентом демпфирования).

6.4.4 Метод D -разбиения

На практике бывает необходимо знать не только запас, который можно оценить с помощью какого-либо критерия устойчивости, но и всю область устойчивости по параметрам. Этой цели служит метод D -разбиения, позволяющий построить такую область в плоскости одного или двух параметров.

Рассмотрим сначала этот метод для одного параметра D , который входит в характеристическое уравнение системы линейно:

$$A(p) = N(p) + DM(p) = 0. \quad (6.35)$$

В (6.35) заменим p на $j\omega$ и получим уравнение:

$$A(j\omega) = N(j\omega) + DM(j\omega) = 0, \quad (6.36)$$

соответствующее границе устойчивости согласно критерию Михайлова (6.24).

Разрешим его относительно D (6.37):

$$D(j\omega) = -\frac{N(j\omega)}{M(j\omega)} = R_D(\omega) + jI_D(\omega). \quad (6.37)$$

Полученное комплексное представление параметра D позволяет изобразить его в виде вектора на плоскости $\{R_D(\omega); I_D(\omega)\}$. Конкретное численное значение $D(j\omega)$ зависит от частоты и при изменении ω в диапазоне от $-\infty$ до $+\infty$ конец вектора описывает на комплексной плоскости кривую D -разбиения, представляющую собой границу устойчивости (ее можно рассматривать так же, как отображение мнимой оси плоскости корней). На рисунке 6.20 показано, что кривая D -разбиения делит плоскость на три части.

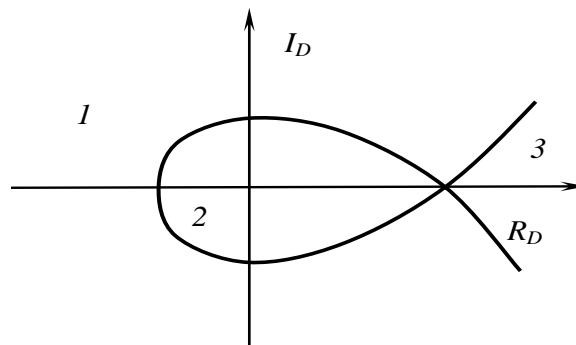


Рис. 6.20 – Иллюстрация построения кривой D -разбиения

Эта кривая симметрична относительно вещественной оси, поэтому достаточно построить ее часть, соответствующую положительным значениям частоты, а вторую часть получить зеркальным отображением относительно вещественной оси.

Кривая D разбивает плоскость параметра на несколько областей с различным условием устойчивости, для определения которого необходимо выбрать по одному значению D в каждой из них и проверить устойчивость с помощью какого-либо критерия. Если система устойчива при выбранном D , то она будет устойчива и при других значениях из этой области.

Обычно в качестве параметра D фигурирует реальный параметр системы (коэффициент усиления, постоянная времени, момент инерции и так далее), который может иметь только вещественные значения. Представление его комплексным выражением $D(j\omega)$ носит формальный характер, а область устойчивости ограничивается отрезком вещественной оси.

Метод D -разбиения применим и в случае построения области устойчивости для двух параметров D_1 и D_2 , которые входят линейно в характеристическое уравнение (6.35):

$$A(p, D_1, D_2) = 0. \quad (6.38)$$

В этом случае уравнение границы устойчивости:

$$A(j\omega, D_1, D_2) = 0 \quad (6.39)$$

распадается на два независимых уравнения, соответствующих равенству нулю вещественной и мнимой части (6.39):

$$\begin{cases} R(\omega, D_1, D_2) = 0; \\ I(\omega, D_1, D_2) = 0. \end{cases} \quad (6.40)$$

Эти два уравнения параметрически задают кривую D -разбиения. Область устойчивости определяется аналогично случаю одного параметра D .



Пример

Определить область устойчивости системы по коэффициенту усиления (рис. 6.21).

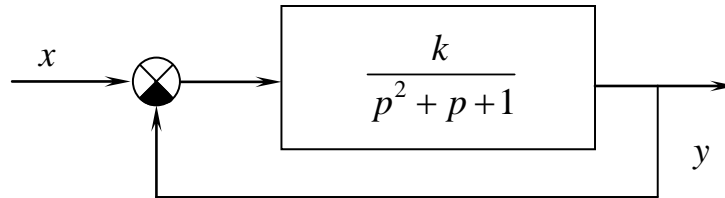


Рис. 6.21 – Структурная схема системы

Решение

Определим передаточную функцию замкнутой системы:

$$W(p) = \frac{k}{p^2 + p + (1+k)}$$

и запишем ее характеристическое уравнение:

$$F(p) = p^2 + p + (1+k) = 0.$$

Здесь k – параметр, по которому строится область устойчивости, поэтому обозначим его через D . Разрешим характеристическое уравнение относительно D и сделаем замену p на $j\omega$.

В результате получим уравнение для кривой D -разбиения:

$$D(j\omega) = \omega^2 - j\omega - 1 = (\omega^2 - 1) - j\omega.$$

Вычислим значения вещественной и мнимой части $D(j\omega)$ при конкретных положительных значениях частоты и занесем их в таблицу:

ω	0	1	2	...	∞
$R_D(\omega)$	-1	0	3	...	∞
$I_D(\omega)$	0	1	2	...	∞

Для построения кривой D -разбиения при отрицательных значениях частоты полученную половину $D(j\omega)$ зеркально отобразим относительно оси абсцисс.

Как видим, кривая D -разбиения разделила плоскость параметра на две области (рис. 6.22). Выбираем по одному вещественному значению D в каждой из них и оцениваем устойчивость системы второго порядка, необходимым и достаточным условием устойчивости которой является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения. Следовательно, первая область – есть область устойчивости ($-1 < k < \infty$).

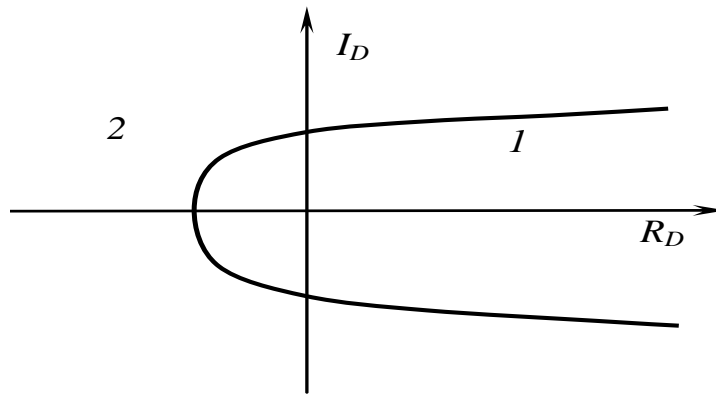


Рис. 6.22 – Кривая D -разбиения для исследуемой системы



Контрольные вопросы по главе 6

1. Как и чем характеризуется устойчивость системы радиоавтоматики?
2. Какое условие устойчивости системы радиоавтоматики необходимо обеспечить при использовании импульсной переходной характеристики?
3. Сформулируйте условие устойчивости системы РА по критерию Гурвица.
4. Сформулируйте условие устойчивости системы РА по критерию Михайлова.
5. В чем отличия анализа устойчивости системы РА по критерию Гурвица, Михайлова, Найквиста?
6. Дайте определения понятия запаса устойчивости системы РА на основе анализа ЛАЧХ и ФЧХ.

7 Анализ качества систем радиоавтоматики

7.1 Постановка задачи исследования качества работы систем радиоавтоматики

При анализе качества работы систем РА исходят из того, что структурная схема и параметры звеньев системы известны. Требуется оценить качество ее работы. Кроме устойчивости системы РА оцениваются рядом качественных показателей, основными из которых являются точность работы системы, характер переходного процесса и частотные свойства. Показатели качества работы зависят не только от характеристик системы РА, но и от свойств, действующих на неё сигналов. Известно, что на систему РА помимо сигналов (управляющих воздействий) действуют возмущающие воздействия (помехи), снижающие точность её работы. Например, в системах стабилизации промежуточной частоты, в системах автоматического сопровождения цели РЛС изменение температуры окружающей среды, отклонения напряжений источников энергии от номинальных значений, блуждание центра отражения радиолокационного сигнала от цели, шум электронных приборов приёмника являются возмущающими воздействиями.

Законы изменения управляющих воздействий и помех, как правило, заранее неизвестны, поэтому качество работы систем РА определяется косвенными признаками, которые называются показателями качества работы системы.

По реакции системы РА на скачкообразный сигнал судят о показателях качества переходного процесса и статической ошибке системы.

Динамическая ошибка работы систем РА оценивается при управляющем воздействии вида:

$$x(t) = \sum_{i=0}^k \alpha_i t^i. \quad (7.1)$$

Частотные показатели качества работы системы РА определяются при гармоническом входном сигнале.

Качество работы систем РА относительно случайных сигналов и помех характеризуется по суммарной средней квадратической ошибке.

В системах автоматической стабилизации входной сигнал является постоянной величиной, поэтому основными показателями качества таких систем являются характеристики переходного процесса и суммарная средняя квадратическая ошибка. Качество работы следящих систем, входной сигнал которых является случайной функцией, оценивается не только по переходному процессу, но и по частотным характеристикам, динамической точности работы и суммарной средней квадратической ошибке.

Для оценки качества работы систем РА применяются и косвенные методы. Эти методы базируются на вычислении интегральных оценок. Широко используется квадратичная интегральная оценка:

$$J = \int_0^{\infty} \left[e^2(t) + \alpha_1 \dot{e}^2(t) + \alpha_2 \ddot{e}^2(t) + \dots + \alpha_k \left[e^{(k)}(t) \right]^2 \right] dt, \quad (7.2)$$

где $e(t)$ – ошибка системы, равная разности входного $x(t)$ и выходного $y(t)$ сигналов; α_i – постоянные коэффициенты; $\dot{e}, \ddot{e}, \dots, e^{(k)}$ – производные от ошибки.

Качество работы системы РА определяется интегральной оценкой (7.1). Чем меньше ее значение, тем выше качество работы системы, и наоборот. Меняя значения коэффициентов α_i , можно изменять влияние на интегральную оценку производных от ошибки системы. Применение интегральных оценок наталкивается на ряд трудностей, одна из которых связана с тем, что по значению интегральной оценки нельзя судить о показателях качества и точности работы системы РА, другая – с вычислением интеграла (7.2).

7.2 Показатели качества переходного процесса

На переходные процессы в системах РА накладываются определённые ограничения, связанные с особенностями работы систем. Например, в системах автоматического сопровождения цели РЛС не допускаются большие углы откло-

нения антенны от установившегося значения, так как может произойти срыв сопровождения цели. Для повышения надёжности работы механических узлов ограничивается число колебаний антенны в переходном процессе.

К основным показателям качества переходного процесса в системе РА относятся следующие параметры (рис. 7.1) [2]:

- 1) *длительность переходного процесса* t_{Π} , равная интервалу времени с момента подачи сигнала до момента времени, когда выходной сигнал будет отличаться от его установившегося значения не более чем на 5%;
- 2) *перерегулирование* $\gamma = \frac{h_{\max} - h_{\infty}}{h_{\infty}} \cdot 100\%$, равное отношению разности между максимальным значением выходного сигнала в переходном процессе и установившимся значением (h_{∞}) к установившемуся значению;
- 3) *время установления первого максимума выходного сигнала* t_p , характеризующее скорость изменения в переходном процессе;
- 4) *частота колебаний в переходном процессе* $\omega_i = \frac{2\pi}{T}$, где T – период колебаний;
- 5) *колебательность переходного процесса*, равная отношению соседних перерегулирований (максимумов переходной характеристики):

$$C = \frac{G'}{G} \cdot 100\%.$$

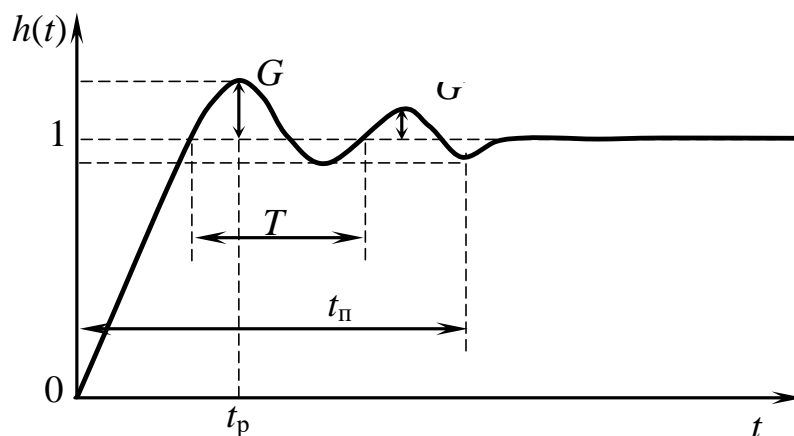


Рис. 7.1 – Вид переходного процесса системы РА

Кроме перечисленных показателей также определяется число колебаний, наблюдаемых в течение переходного процесса.

Для нахождения кривой переходного процесса используются аналитические методы, или она определяется с помощью ЭВМ.

Установившееся значение выходного сигнала системы вычисляется по теореме о конечном значении. При единичном входном сигнале переходный процесс описывается уравнением:

$$Y = \lim_{p \rightarrow 0} p W_3(p) \frac{1}{p} = W_3(0).$$

где $W_3(p)$ – передаточная функция замкнутой системы.

В астатических системах РА установившееся значение выходного сигнала в переходном процессе равно единице, в статических системах – $\frac{K}{1+k}$.

Если сигнал на входе системы отличается от единицы, то в переходном процессе изменяется только масштаб выходного сигнала.



Найти переходной процесс в системе ФАПЧ (рис. 3.12), передаточная функция которой в разомкнутом состоянии определяется выражением:

$$W(p) = \frac{K(1 + pT_{yэ})}{p(1 + pT_{фнч})(1 + pT_{фд})}.$$

Решение

Для упрощения постоянной времени фазового дискриминатора пренебрежём, а постоянная времени управляющего элемента $T_{yэ} = 0.04$ с и постоянная времени ФНЧ $T_{фнч} = 0.1$ с. Общий коэффициент усиления системы $K = 200$. Тогда передаточная функция замкнутой ФАПЧ в соответствии с правилами преобразования (табл. 4.2) и (4.30) будет иметь вид:

$$W_3(p) = \frac{200(1 + p0.04)}{p(1 + p0.1) + 200(1 + p0.04)}.$$

Преобразование Лапласа для отклонения частоты генератора при изменении эталонной частоты на $\Delta\omega \cdot 1(t)$:

$$H(p) = \varpi_3(p) \frac{\Delta\omega}{p} = \frac{200(1 + p0.04)}{0.1p^2 + 9p + 200} \frac{\Delta\omega}{p}.$$

Полюсы системы: $\lambda_1 = -40$, $\lambda_2 = -50$.

Применив теорему о вычетах (5.10), найдём:

$$h(t) = \Delta\omega [1 + 3e^{-40t} - 4e^{-50t}].$$

На графике переходного процесса системы ФАПЧ (рис. 7.2) видно, что длительность переходного процесса $t_{\text{п}} = 0.75$ с, а $\gamma = 1.08$.

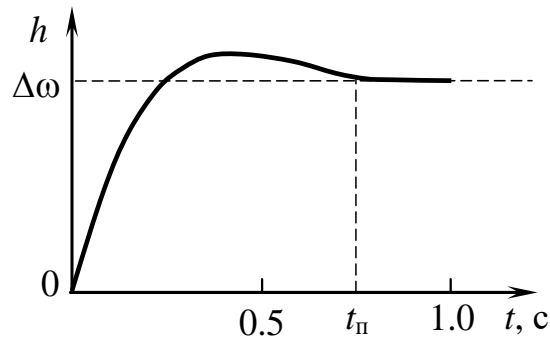


Рис. 7.2 – График переходного процесса в системе ФАПЧ

7.3 Частотные показатели качества

Частотные показатели качества работы систем РА определяются по АЧХ замкнутой системы (рис. 7.3). АЧХ систем нормируются относительно значения АЧХ, на частоте, равной нулю, т. е. ее начальное значение равно единице. При этом следует отметить, что в астатических системах РА значение этой характеристики при частоте, равной нулю, равно единице, а в статических системах –

$$\frac{K}{1+k}.$$

К частотным показателям качества работы систем РА относятся следующие параметры:

- 1) *полоса пропускания* $\omega_{\text{п}}$ – диапазон частот, в котором АЧХ больше или равна единице. Если АЧХ замкнутой системы РА во всем диапазоне частот меньше единицы, то полоса отсчитывается по уровню 0.7;
- 2) *резонансная частота* $\omega_{\text{р}}$ – частота, соответствующая максимуму АЧХ замкнутой системы, эта частота характеризует частоту колебаний в переходном процессе;
- 3) *показатель колебательности* M – максимальное значение АЧХ замкнутой системы. Обычно этот показатель не должен превышать двух и соответствует колебательности переходного процесса системы.

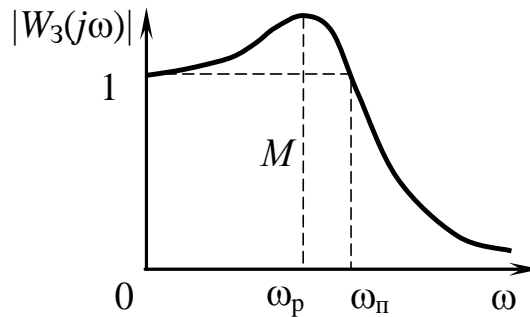


Рис. 7.3 – Нормированная АЧХ замкнутой системы РА

Частотные показатели замкнутой и разомкнутой систем связаны соотношением:

$$W_3(j\omega) = \frac{W_p(j\omega)}{1 + W_p(j\omega)} = \left[1 + \frac{1}{|W_p(j\omega)|} e^{-j\varphi_p(\omega)} \right]^{-1},$$

где $|W_p(j\omega)|$, $\varphi_p(\omega)$ – АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы.

Из последнего выражения находим, что

$$|W_3(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{|W_p(j\omega)|^2} + \frac{2}{|W_p(j\omega)|} \cos \varphi_p(\omega)}}; \quad (7.3)$$

$$\varphi_3(\omega) = \arctg \frac{\sin \varphi_p(\omega)}{|W_p(j\omega)| + \cos \varphi_p(\omega)},$$

или при $\Delta\varphi(\omega) = \pi - \varphi_p(\omega)$ – АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы.

$$|W_3(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{|W_p(j\omega)|^2} - \frac{2}{|W_p(j\omega)|} \cos \Delta\varphi(\omega)}}; \quad (7.4)$$

$$\varphi_3(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{\sin \Delta\varphi_p(\omega)}{|W_p(j\omega)| - \cos \Delta\varphi(\omega)}.$$

Из уравнений (7.3) и (7.4) следует, что в диапазоне частот, в котором $|W_p(j\omega)| > 1$, АЧХ замкнутой системы равна единице, а ФЧХ мало отличается от нуля. В диапазоне частот, где $|W_p(j\omega)| \leq 1$, характеристики $|W_3(j\omega)|$ и $\varphi_3(\omega)$ совпадают с характеристиками разомкнутой системы.

На частоте, равной полосе пропускания, АЧХ замкнутой системы равна единице. Тогда, согласно (7.4),

$$|W_{\Pi}(j\omega)| = \frac{1}{2 \cos \Delta\varphi_{\Pi}(\omega)}. \quad (7.5)$$

В диапазоне частот среза и пропускания логарифмическая АЧХ разомкнутой системы имеет наклон -20 дБ/дек. Поэтому ФЧХ в этом диапазоне частот изменяется незначительно и можно принять, что $\Delta\varphi(\omega_{\Pi}) \approx \Delta\varphi(\omega_{cp}) = \Delta\varphi$. Тогда выражение (7.5) принимает вид:

$$|W_{\Pi}(j\omega)| = \frac{1}{2 \cos \Delta\varphi}.$$

Полоса пропускания и частота среза связаны соотношением:

$$201g \frac{\omega_{\Pi}}{\omega_{cp}} = -201g |W_p(j\omega_{\Pi})|.$$

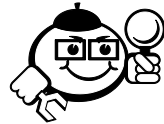
Отсюда

$$\omega_{\Pi} = 2\omega_{cp} \cos \Delta\varphi. \quad (7.6)$$

Значение показателя колебательности системы РА можно определить, если исследовать на максимум выражение (7.4). В диапазоне частот, в котором расположена резонансная частота, ФЧХ разомкнутой системы изменяется незначительно и приблизительно равна этой характеристике на частоте среза. Поэтому для отыскания максимума (7.4) можно продифференцировать это выражение по

$|W_p(j\omega)|$ и результат приравнять к нулю. В результате получим, что максимум АЧХ замкнутой системы получается при $|W_p(j\omega)| = \frac{1}{\cos\Delta\varphi}$. Подставив это выражение в (7.4), найдём, что колебательность системы связана с запасом устойчивости по фазе выражением:

$$M = \frac{1}{\sin\Delta\varphi}. \quad (7.7)$$



Пример

Оценить частотные показатели качества работы системы фазовой автоподстройки частоты, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии:

$$W_p(j\omega) = \frac{40}{j\omega} \frac{1 + j\omega 0.25}{(1 + j\omega 0.5) + (1 + j\omega 0.025)^2}.$$

Решение

На основе построения ЛАЧХ разомкнутой и замкнутой систем (рис. 7.4) видно, что запас устойчивости по фазе равен 0.89 рад; $\omega_{\Pi} = 12.5 \text{ с}^{-1}$; $M = 1.2$.

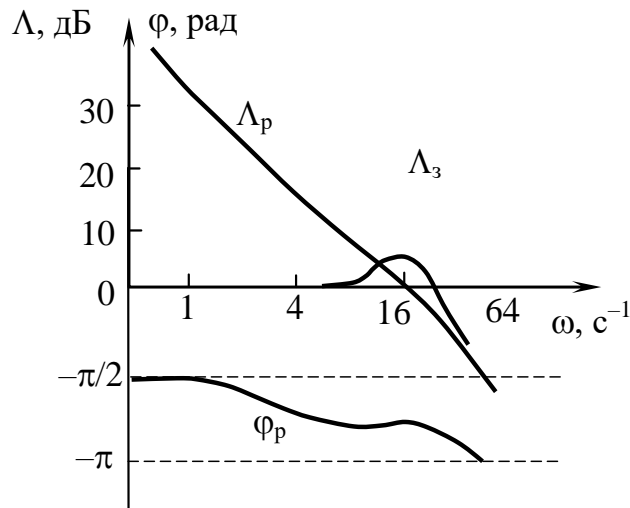


Рис. 7.4 – Оценка частотных показателей системы ФАПЧ

Оценка показателей по формулам (6.6) и (6.7) позволяет получить следующие результаты: $\omega_{\Pi} = 12.6 \text{ с}^{-1}$; $M = 1.28$, т. е. оценка параметров АЧХ по этим формулам обеспечивает достаточную для практики точность.

7.4 Анализ точности работы систем радиоавтоматики

Как отмечалась, системы РА подразделяются на статические и астатические. В статических системах ошибка в установившемся режиме не равна нулю, а в астатических – равна нулю (рис. 7.5).

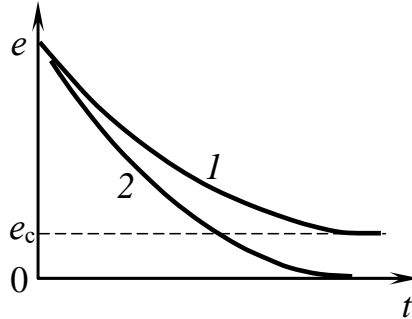


Рис. 7.5 – Временная зависимость ошибки статической (1) и астатической (2) систем

Передаточная функция астатической системы относительно сигнала имеет вид: $x(t) = c \cdot 1(t)$. В соответствии с определением передаточной функции ошибки

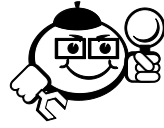
$$(4.32) \quad E(p) = W_e(p)X(p) = \frac{W_e(p)C}{p}.$$

Ошибка в установившемся режиме, называемая статической, на основании теоремы преобразования Лапласа о конечном значении функции имеет вид:

$$e_c = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) = \lim_{p \rightarrow 0} W_e(p)C. \quad (7.8)$$

Из выражения (7.8) следует, что статическая ошибка равна нулю, если передаточная функция ошибки содержит множитель p (имеет нуль в точке $p = 0$), в противном случае статическая ошибка не равна нулю.

Для астатической системы относительно других видов сигнала передаточная функция ошибки для системы с астатизмом порядка ν содержит множитель p^ν (имеет нуль порядка ν в точке $p = 0$). В такой системе ошибка в установившемся режиме равна нулю при входном сигнале $x(t) = c \cdot t^{\nu-1}$. Из передаточной функции ошибки (4.34) следует, что система РА имеет порядок ν астатизма, если передаточная функция разомкнутой системы содержит ν интегрирующих звеньев (имеет полюс порядка ν в точке $p = 0$).



Пример

Найти передаточные функции и ошибку в системе ФАПЧ (рис. 3.12), в которой ФНЧ описывается передаточной функцией:

$$W_{\text{фнч}}(p) = \frac{k(1 + pT_2)}{1 + pT_1}.$$

Решение

Все звенья в цепи сигнала ошибки от $\Delta\omega$ до ω_T включены последовательно, поэтому

$$W_p(p) = \frac{k(1 + pT_2)}{p(1 + pT_1)(1 + pT_{\text{фд}})}, \quad (7.9)$$

где $k = k_{\text{фд}}k_{\text{фнч}}k_{\text{уэ}}k_{\text{пг}}$ – коэффициент передачи системы ФАПЧ; $T_{\text{фд}}$ – постоянная времени фазового детектора.

Передаточная функция замкнутой системы в соответствии с выражением (4.30) записывается в виде:

$$W_3(p) = \frac{K(1 + pT_2)}{p(1 + pT_1)(1 + pT_{\text{фд}}) + K(1 + pT_2)}.$$

Передаточная функция ошибки определяется по (4.33):

$$W_e(p) = \frac{p(1 + pT_1)(1 + pT_{\text{фд}})}{p(1 + pT_1)(1 + pT_{\text{фд}}) + K(1 + pT_2)}.$$

Из найденных передаточных функций следует, что система ФАПЧ имеет первый порядок астатизма, поэтому ее статическая ошибка равна нулю. При сигнале $\omega_s = ct$ ошибка определяется по (7.8) и имеет вид:

$$e = \lim_{p \rightarrow 0} pW_e(p) \frac{c}{p^2} = \frac{c}{K}.$$

Это выражение определяет динамическую ошибку системы ФАПЧ.

Как мы видим, помимо *статических* ошибок, которые были рассмотрены выше, точность работы систем РА характеризуется *динамическими*, а также *переходными* и *среднеквадратическими* ошибками (рис. 7.6).

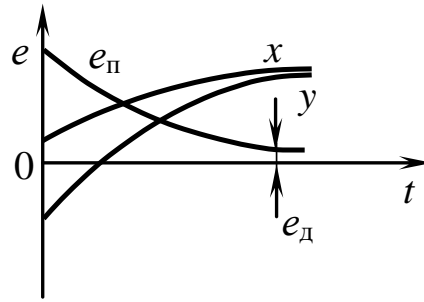


Рис. 7.6 – Временная зависимость динамической и переходной ошибок систем РА

.....

Динамическая ошибка e_d – ошибка в установившемся режиме работы системы при действии на неё нестационарного сигнала.

Переходная ошибка e_p – ошибка при работе системы в переходном процессе, который возникает при обработке начального рассогласования.

Динамическая точность работы систем РА определяется при медленно изменяющихся входных сигналах (воздействия, число производных от которых ограничено). Сигнал (6.1) относится к медленно изменяющему воздействию, так как число производных от этого сигнала, не равных нулю, равно K , а $K + 1$ – производная, равна нулю. Гармонический сигнал не является медленно изменяющимся, так как число производных от него равно бесконечности.

Переходные процессы в системах РА затухают значительно быстрее по сравнению с изменением медленно изменяющегося сигнала, поэтому и достигается установившийся динамический режим работы системы.

В соответствии с определением передаточной функции ошибки (4.32) преобразование Лапласа для ошибки системы определяется по соотношению:

$$E(p) = W_e(p)X(p) = \left[C_0 + C_1 p + \frac{1}{2} C_2 p^2 + \dots + \frac{1}{k!} C_k p^k \right] X(p) \quad (7.10)$$

или в области действительного переменного:

$$e(t) = C_0 x(t) + C_1 \dot{x}(t) + \frac{1}{2} C_2 \ddot{x}(t) + \dots + \frac{1}{k!} C_k x^{(k)}(t). \quad (7.11)$$

Число слагаемых в последнем выражении ограничено, так как сигнал $x(t)$ является медленно изменяющимся воздействием. Для нахождения неизвестных

коэффициентов C_i , которые называют коэффициентами ошибки, известны три способа. Первым способом эти коэффициенты вычисляются по формуле:

$$C_k = k! \frac{d^k}{dp^k} W_e(p) \Big|_{p=0}.$$

Вторым способом коэффициенты ошибок находятся путем деления числителя передаточной функции ошибки на ее знаменатель.

Наиболее удобным является третий способ. Передаточную функцию ошибки представим в виде:

$$W_e(p) = \frac{b_n p^{(n)} + b_{n-1} p^{(n-1)} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^{(n)} + a_{n-1} p^{(n-1)} + \dots + a_1 p + a_0}.$$

Перемножив полином знаменателя на (7.9), получим:

$$\begin{aligned} \left[a_n p^{(n)} + a_{n-1} p^{(n-1)} + \dots + a_1 p + a_0 \right] \left[C_0 + C_1 p + \frac{1}{2} C_2 p^2 + \dots + \frac{1}{k!} C_k p^k \right] = \\ = b_n p^{(n)} + b_{n-1} p^{(n-1)} + \dots + b_1 p + b_0. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях p слева и справа в выражении (7.12), определим формулы для последовательного вычисления коэффициентов ошибок. В результате найдём, что

$$C_0 = \frac{b_0}{a_0}, \quad C_1 = \frac{1}{a_0} [b_1 - a_1 C_0], \quad C_2 = \frac{2}{a_0} [b_2 - a_2 C_0 - a_1 C_1].$$

Из выражения (7.11) следует, что коэффициенты ошибок имеют размерность C_i .

В инженерных расчётах коэффициенты ошибок удобнее рассчитывать через коэффициенты передаточной функции разомкнутой системы:

$$W_p(p) = \frac{K}{p^v} \frac{d_m p^{(m)} + d_{m-1} p^{(m-1)} + \dots + d_0}{b_n p^{(n)} + b_{n-1} p^{(n-1)} + \dots + b_0}. \quad (7.13)$$

В таблице 7.1 приведены формулы для расчета первых трех коэффициентов ошибок статических и астатических систем РА через параметры передаточной функции (7.12) [2].

Таблица 7.1 – Формулы расчёта первых трёх коэффициентов ошибок систем радиоавтоматики

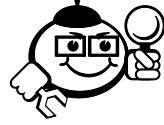
ν	C_i	Формулы для расчёта
0	C_0	$\frac{1}{1+K}$
	C_1	$K \frac{b_1 - d_1}{(1+K)^2}$
	C_2	$2K \left[\frac{b_2 - d_2}{(1+K)^2} + \frac{b_1(b_1 - d_1)}{(1+K)^3} + K \frac{2d_1(b_1 - d_1)}{(1+K)^3} \right]$
1	C_0	0
	C_1	$\frac{1}{K}$
	C_2	$2 \left[\frac{b_1 - d_1}{K} + \frac{1}{K^2} \right]$
2	C_0	0
	C_1	0
	C_2	$\frac{2}{K}$

Первое слагаемое в выражении (7.11) называют *ошибкой по положению*, а коэффициент C_0 – *коэффициентом ошибки по положению*, второе слагаемое – *ошибкой по скорости*, а коэффициент C_1 – *коэффициентом ошибки по скорости*. Аналогично, третье слагаемое в (7.11) называют *ошибкой по ускорению*, а коэффициент C_2 – *коэффициентом ошибки по ускорению*.

Из анализа особенности передаточных функций астатических систем РА следует, что в таких системах ν первых коэффициентов ошибок равны нулю, где ν – порядок астатизма системы РА.

При анализе качества работы систем РА кроме вычисления ошибок при медленно изменяющихся сигналах необходимо оценивать точность и при гармонических воздействиях. В этом случае нельзя применять метод коэффициентов

ошибок, так как число производных от гармонического сигнала не ограничено. Очевидно, что при этом для расчета ошибок необходимо использовать частотные характеристики. По АЧХ ошибки вычисляется амплитуда колебаний ошибки, а по ФЧХ – сдвиг колебаний ошибки относительно входного сигнала.



Пример

Найти динамическую ошибку при входном сигнале $x(t) = \alpha_1 t + \frac{1}{2} \alpha_2 t^2$ следящей системы, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии определяется выражением:

$$W_p(p) = \frac{K(1 + pT_2)}{p(1 + pT_1)(1 + pT_3)}$$

Решение

Коэффициенты ошибок вычисляются по формулам таблицы 7.1:

$$C_0 = 0, \quad C_1 = \frac{1}{K}, \quad C_2 = 2 \left[\frac{T_1 + T_3 - T_2}{K} - \frac{1}{K^2} \right].$$

Динамическая ошибка системы в соответствии с выражением (7.11):

$$e(t) = \frac{1}{K} (\alpha_1 + \alpha_2 t) + \frac{1}{K} \left[T_1 + T_3 - T_2 - \frac{1}{K} \right] \alpha_2.$$

Из этого выражения следует, что при увеличении коэффициента усиления системы и введения форсирующего звена ошибка уменьшается, увеличение же постоянных времени инерционных звеньев ухудшает динамическую ошибку системы.

Качество работы систем РА при случайных воздействиях оценивается по *суммарной средней квадратической ошибке*. В большинстве случаев закон распределения ошибки систем можно считать гауссовской, поэтому для расчёта составляющих суммарной средней квадратической ошибки достаточно учесть математическое ожидание и корреляционную функцию ошибки или ее спектральную плотность.

Прежде чем рассматривать методы вычисления суммарной средней квадратической ошибки, установим, через какие передаточные функции в выражение для суммарной ошибки входят сигнал и помеха, полагая, что на вход системы подаётся воздействие вида

$$f(t) = x(t) + n(t),$$

где $x(t)$ – случайный сигнал; $n(t)$ – случайная помеха.

Суммарная ошибка системы (рис. 7.7):

$$e_2(t) = x(t) - y(t),$$

где $y(t)$ – выходной сигнал системы.

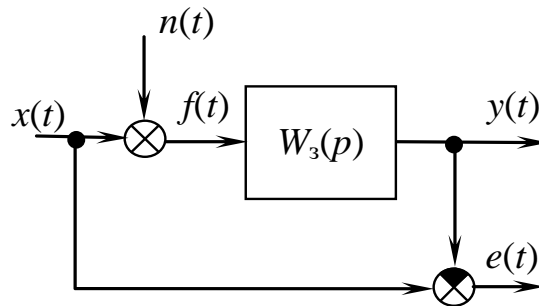


Рис. 7.7 – К определению суммарной ошибки системы РА

Преобразование Лапласа для суммарной ошибки имеет вид:

$$E(p) = X(p) - W_3(p)F(p) = W_e(p)X(p) - W_3(p)n(p), \quad (7.14)$$

где $W_3(p)$ – передаточная функция замкнутой системы; $W_e(p)$ – передаточная функция ошибки анализируемой системы; $X(p)$, $n(p)$ – преобразования Лапласа для сигнала и помехи.

Из выражения (7.14) следует, что суммарная ошибка состоит из двух составляющих, одна из которых, определяющая точность воспроизведения сигнала, зависит от передаточной функции ошибки, вторая, обусловленная действием помехи, – от передаточной функции замкнутой системы.

При анализе средней квадратической ошибки ограничимся случаем, когда сигнал и помеха являются стационарными случайными функциями. При этом

математическое ожидание помехи будем полагать равным нулю, а случайный сигнал представим в виде:

$$x(t) = m_x + \overset{\circ}{x}(t),$$

где m_x – математическое ожидание сигнала; $\overset{\circ}{x}(t)$ – случайная составляющая сигнала.

Математическое ожидание суммарной ошибки рассчитывают по теореме о конечном значении функции:

$$m_e = \lim_{p \rightarrow 0} p W_e(p) m_x(p). \quad (7.15)$$

Точность системы относительно случайных составляющих сигнала и помехи оценивается дисперсией ошибки:

$$\sigma_e^2 = M \left[e^2(t) \right] = R_e(\tau) \Big|_{\tau=0}, \quad (7.16)$$

где σ_e^2 – дисперсия ошибки; σ_e – средняя квадратическая ошибка системы; $e(t)$ – ошибка системы; M – математическое ожидание от квадрата ошибки; $R_e(\tau)$ – автокорреляционная функция ошибки.

На основании эргодической теоремы автокорреляционную функцию ошибки находят как среднее по времени от произведения случайных составляющих ошибки, разделённых промежутком времени τ :

$$R_e(\tau) = \overset{\circ}{e}(t) \overset{\circ}{e}(t + \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \overset{\circ}{e}(t) \overset{\circ}{e}(t + \tau) dt, \quad (7.17)$$

где $\overset{\circ}{e}(t) = \overset{\circ}{x}(t) - \overset{\circ}{y}(t)$ – случайная составляющая суммарной ошибки.

По теореме свёртки, согласно (7.14):

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{e}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\overset{\circ}{\varpi}_e(\lambda) \overset{\circ}{x}(t - \lambda) - \varpi_3(\lambda) n(t - \lambda) \right] d\lambda; \\ \overset{\circ}{e}(t + \tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\overset{\circ}{\varpi}_e(\eta) \overset{\circ}{x}(t + \tau - \eta) - \varpi_3(\eta) n(t + \tau - \eta) \right] d\eta, \end{aligned} \quad (7.18)$$

где $\varpi_e(t)$ – импульсная переходная функция ошибки системы; $\varpi_3(t)$ – импульсная переходная функция замкнутой системы.

Так как рассматривают стационарный режим работы системы, то интегрирование в выражениях (7.18) берут от минус бесконечности.

Подставив выражение (7.18) в (7.17), найдём автокорреляционную функцию ошибки:

$$R_e(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [\varpi_e(\lambda)\varpi_e(\eta)R_x(\tau+\lambda+\eta) + \varpi_3(\lambda)\varpi_3(\eta)R_{\Pi}(\tau+\lambda-\eta) - \varpi_e(\lambda)\varpi_3(\eta)R_{\Pi x}(\tau+\lambda-\eta) + \varpi_3(\lambda)\varpi_e(\eta)R_{\Pi x}(\tau+\lambda-\eta)] d\lambda d\eta, \quad (7.19)$$

где $R_x(\tau)$ – автокорреляционная функция сигнала; $R_{\Pi}(\tau)$ – автокорреляционная функция помехи; $R_{x\Pi}(\tau)$ и $R_{\Pi x}(\tau)$ – взаимные корреляционные функции.

Подставив в (7.19) τ нуль, получим дисперсию ошибки системы.

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [\varpi_e(\lambda)\varpi_e(\eta)R_x(\lambda-\eta) + \varpi_3(\lambda)\varpi_3(\eta)R_{\Pi}(\lambda-\eta) + \\ &+ \varpi_e(\lambda)\varpi_3(\eta)R_{x\Pi}(\lambda-\eta) + \varpi_3(\lambda)\varpi_e(\eta)R_{\Pi x}(\lambda-\eta)] d\lambda d\eta = \\ &= \sigma_{ex}^2 + \sigma_{en}^2 + \sigma_{exn}^2 + \sigma_{enx}^2. \end{aligned} \quad (7.20)$$

Дисперсия ошибки может быть вычислена и через ее спектральную плотность, которая равна преобразованию Фурье от автокорреляционной функции ошибки системы (7.20):

$$S_e(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_e(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

Подставив в это выражение формулу (7.19), определим спектральную плотность ошибки системы:

$$\begin{aligned} S_e(\omega) &= |W_e(j\omega)|^2 S_x(\omega) + |W_3(j\omega)|^2 S_{\Pi}(\omega) + \\ &+ W_e(-j\omega)W_3(j\omega)S_{x\Pi}(\omega) + W_e(j\omega)W_3(-j\omega)S_{\Pi x}(\omega), \end{aligned} \quad (7.21)$$

где $S_x(\omega)$ – спектральная плотность сигнала; $S_{\Pi}(\omega)$ – спектральная плотность помехи; $S_{x\Pi}(\omega)$ и $S_{\Pi x}(\omega)$ – взаимные спектральные плотности.

Так как

$$R_e(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_e(\omega) e^{-j\omega\tau} d\omega,$$

то в соответствии с выражением (7.16) дисперсия ошибки [2–4]:

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_e(j\omega)|^2 S_x(\omega) + |W_3(j\omega)|^2 S_{\Pi}(\omega) + \\ &+ W_e(-j\omega)W_3(j\omega)S_{x\Pi}(\omega) + W_e(j\omega)W_3(-j\omega)S_{\Pi x}(\omega) \Big] d\omega = \quad (7.22) \\ &= \sigma_{ex}^2 + \sigma_{en}^2 + \sigma_{enx}^2 + \sigma_{enx}^2. \end{aligned}$$

Если сигнал и помеха не коррелированы, то $R_{x\Pi}(\tau) = R_{\Pi x}(\tau) = 0$; $S_{x\Pi}(\omega) = S_{\Pi x}(\omega) = 0$ и выражения (7.18)–(7.22) упрощаются. Первое слагаемое в (7.22) зависит как от АЧХ ошибки системы, так и от статистических характеристик сигнала, оно определяет среднюю квадратическую ошибку воспроизведения сигнала $x(t)$. Второе слагаемое в (7.22) зависит от АЧХ замкнутой системы и характеристик помехи. Оно характеризует ошибку системы вследствие действия помехи $n(t)$. Последние два слагаемых в (7.22) – составляющие ошибки из-за корреляции сигнала с помехой и помехи с сигналом.

Величину

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{m_e^2 + \sigma_e^2} \quad (7.23)$$

называют *суммарной средней квадратической ошибкой системы РА*.

Вычисление средней квадратической ошибки через ее автокорреляционную функцию (7.19) связано с некоторыми трудностями, одна из которых связана с нахождением импульсной переходной функции анализируемой системы РА, другая – с вычислением (7.20). Поэтому на практике среднюю квадратическую ошибку рассчитывают через спектральную плотность ошибки по формуле (7.22).

В инженерной практике среднеквадратическая ошибка также находится с помощью графоаналитического метода. Для этого строят графики, соответствующие отдельным слагаемым выражения (7.21). Дисперсия ошибки для некоррелированных сигнала и помехи $\sigma^2 = \left(Q_x + \frac{Q_{\Pi}}{\pi} \right)$, где Q_x и Q_{Π} – площади по графиками спектральных плотностей (рис. 7.8).

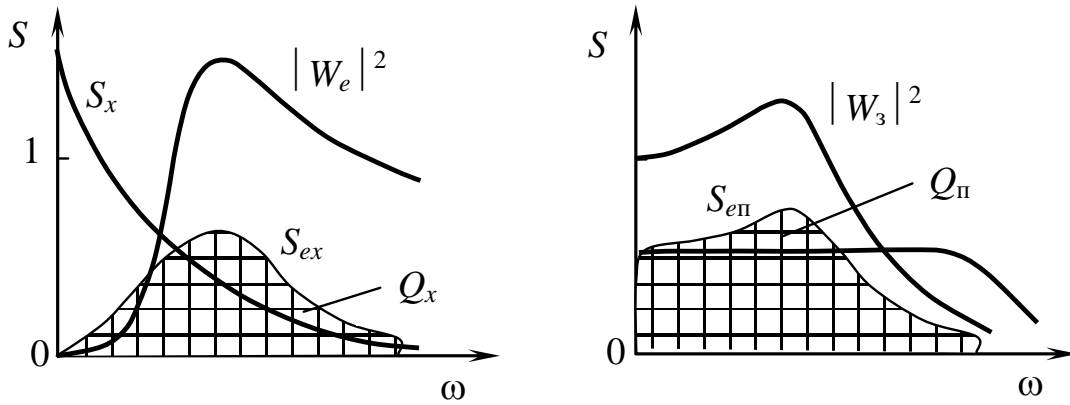


Рис. 7.8 – К определению средней квадратической ошибки системы РА

На практике часто встречаются случаи, когда помеху можно считать белым шумом, спектральная плотность которого в пределах полосы пропускания системы РА постоянна.

При этом дисперсия ошибки системы из-за действия помехи определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{еп}}^2 = \frac{S_{\text{п}}(0)}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_3(j\omega)|^2 d\omega.$$

Величину

$$f_{\text{эф}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_3(j\omega)|^2 d\omega, \quad \omega_{\text{эф}}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |W_3(j\omega)|^2 d\omega \quad (7.24)$$

называют *эффективной полосой пропускания системы РА*, и она является основанием прямоугольника, площадь которого равна площади, ограниченной графиком квадрата АЧХ (рис. 7.9). Дисперсия ошибки системы РА из-за действия помехи вычисляется по выражению:

$$\sigma_{\text{еп}}^2 = \frac{S_{\text{п}}(\omega)\omega_{\text{эф}}}{\pi}. \quad (7.25)$$

Выражения для расчёта эффективной полосы пропускания систем РА, наиболее часто встречающихся в радиотехнических устройствах, приведены в таблице 7.2 [2].

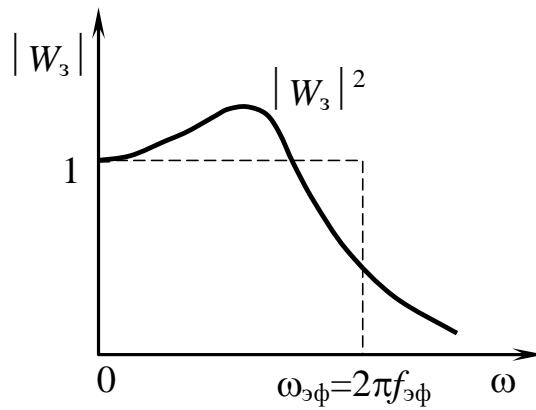


Рис. 7.9 – К определению эффективной полосы пропускания системы РА

Таблица 7.2 – Формулы расчёта эффективной полосы пропускания систем РА

$W_p(p)$	$f_{эф}$
$\frac{K}{p}$	$\frac{K}{2}$
$\frac{K}{1 + pT}$	$\frac{K^2}{2T(1 + K)}$
$\frac{K}{p(1 + pT_1)(1 + pT_3)}$	$\frac{K}{2(T_1 + T_3 + KT_1T_3)}$
$\frac{K(1 + pT_2)}{p(1 + pT_1)}$	$\frac{K(T_1 + KT_2^2)}{2T_1(1 + KT_2)}$
$\frac{K(1 + pT_2)}{p^2}$	$\frac{1 + KT_2^2}{2T_2}$

При анализе точности работы систем РА в реальных условиях возникает трудность моделирования помех. Однако если использовать формирующий фильтр, то анализ систем РА относительно сигналов сводится к случаю действия на систему белых шумов.

Формирующий фильтр – устройство, позволяющее генерировать случайный сигнал с заданной спектральной плотностью из сигнала белого шума. Характеристики формирующего фильтра для стационарных случайных сигналов определяются в следующем порядке. Так как спектральная плотность сигнала

является чётной дробно-рациональной функцией частоты, то она может быть представлена в виде двух комплексно-сопряжённых сомножителей вида

$$S_x(\omega) = N_x \psi(j\omega) \psi(-j\omega).$$

Передаточная функция формирующего фильтра имеет вид:

$$W_\Phi(\omega) = \psi(j\omega) \Big|_{j\omega=p}.$$

Для расчёта коэффициентов передаточной функции формирующего фильтра выражение для спектральной плотности сигнала нужно записать в виде:

$$N_x = \frac{c_{2m}(j\omega)^{2m} + \dots + c_2(j\omega)^2 + c_0}{d_{2n}(j\omega)^{2n} + \dots + d_2(j\omega)^2 + d_0} = \left| \frac{b_m(j\omega)^m + \dots + b_1j\omega + b_0}{d_n(j\omega)^n + \dots + d_1j\omega + d_0} \right| N_x. \quad (7.26)$$

Вычислив квадрат модуля в левой части (7.26) и приравняв коэффициенты при одинаковых степенях частоты слева и справа, получим уравнения для определения коэффициентов передаточной функции формирующего фильтра a_i и b_i .

Формирующий фильтр и анализируемая система РА образует некоторую расширенную систему (рис. 7.10), на вход которой действует помеха, являющаяся белым шумом. Если помеха не является белым шумом, то в схему необходимо включить формирующий фильтр, который из белого шума будет генерировать случайную помеху с заданной спектральной плотностью.

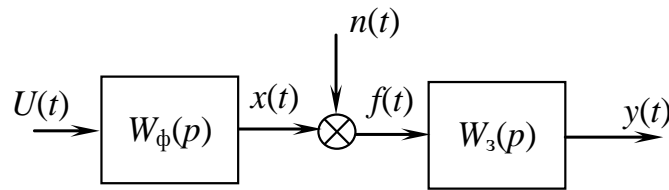
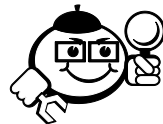


Рис. 7.10 – Схема включения формирующего фильтра



Пример

Найти передаточную функцию формирующего фильтра для сигнала, возникающего из-за колебаний летательного аппарата, спектральная плотность которого

$$S_k(\omega) = N_k \frac{1 + T_{k0}^2 \omega^2}{\omega^2 [T_k^4 \omega^4 + 4\xi^2 T_k^2 \omega^2 + 1]}.$$

Решение

В соответствии с выражением (7.26) спектральная плотность будет равна

$$N_k \frac{1 + T_{к0}^2 \omega^2}{\omega^2 [T_k^4 \omega^4 + 4\xi^2 T_k^2 \omega^2 + 1]} = N_k \left| \frac{b_0 + b_1 j\omega}{\omega [a_2 (j\omega)^2 + a_1 j\omega + a_0]} \right|^2.$$

Из последнего выражения найдём, что

$$b_0 = 1; \quad b_1 = T_{к0};$$

$$a_1 = 1; \quad a_2^2 = 2T_k^2 (1 + 2\xi^2); \quad a_2 = T_k^2.$$

Таким образом, передаточная функция формирующего фильтра имеет вид:

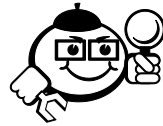
$$W_{фк}(p) = N_k \frac{1 + T_{к0} p}{p [T_k^2 p^2 + 2\xi_k T_k p + 1]}, \quad (7.27)$$

где $2\xi_k = \sqrt{2(2\xi^2 + 1)}$.

На вход формирующего фильтра с передаточной функцией (7.27) нужно подать белый шум с уровнем спектральной плотности N_k .

.....

.....



Пример

.....

Определить среднюю квадратическую ошибку системы автоматического сопровождения цели РЛС, передаточная функция которой в замкнутом состоянии имеет вид:

$$W_3(p) = \frac{1 + pT_2}{(1 + pT_1)(1 + pT_3)},$$

где $T_1 = 0.37$ с; $T_2 = 0.5$ с; $T_3 = 0.14$ с.

На систему поступают:

1. Сигнал, обусловленный перемещением сопровождаемой цели относительно РЛС, установленной на летательном аппарате. Математическое ожидание и спектральная плотность случайной составляющей этого сигнала определяется выражениями:

$$m_x = \alpha t, \quad S_x(\omega) = \frac{N_k}{\omega^2 [1 + T_x^2 \omega^2]},$$

где $\alpha = 0.175 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$; $N_k = 3.05 \cdot 10^{-4} \text{ рад}^2 \cdot \text{с}$; $T_x = 20 \text{ с}$.

2. Случайное воздействие, возникающее из-за колебаний летательного аппарата относительно центра масс. Спектральная плотность этого воздействия:

$$S_k(\omega) = N_k \frac{1 + T_{k0}^2 \omega^2}{\omega^2 [T_k^4 \omega^4 + 4\xi^2 T_k^2 \omega^2 + 1]},$$

где $N_k = 0.15 \cdot 10^{-4} \text{ рад}^2$; $T_k = 0.4 \text{ с}$; $T_{k0} = 2.5 \text{ с}$; $4\xi^2 = 1$.

3. Угловой шум, возникающий из-за того, что центр отражения радиолокационного сигнала «блуждает» по сопровождаемой цели. Этот шум можно считать белым с уровнем спектральной плотности $S_{y\omega} = (0.25L/R)^2$, где L – геометрический размер цели; R – дальность до сопровождаемой цели.

4. Помехи, обусловленные тепловым шумом приёмника РЛС и флуктуациями отражённого от цели сигнала. Эти воздействия при анализе можно считать белыми шумами и объединить в одно воздействие с уровнем спектральной плотности $S_\phi(\omega) = N_\phi$, где $N_\phi = 0.31 \cdot 10^{-6} \text{ рад} \cdot \text{с}$.

Решение

Математическое ожидание (динамическая ошибка системы) в соответствии с выражением (7.15):

$$m_e = \lim_{p \rightarrow 0} p W_e(p) \frac{\alpha}{p^2} = (T_1 + T_3 - T_2) \alpha = 0.17 \cdot 10^{-2} \text{ рад},$$

где $W_e(p) = 1 - W_3(p)$ – передаточная функция ошибки системы автоматического сопровождения цели РЛС.

Дисперсия *ошибки* системы относительно случайной составляющей сигнала вычисляется по формуле (7.22), в которой спектральная плотность под знаком интеграла:

$$S_{ex}(\omega) = N_x |W_e(j\omega) W_{\phi x}(j\omega)|^2,$$

где $W_{\Phi x}(j\omega) = \frac{1}{j\omega(1+j\omega T_x)}$ – частотная характеристика формирующего фильтра сигнала.

Таким образом, дисперсия ошибки относительно сигнала будет определяться как

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_e(j\omega)|^2 S_x(\omega) + |W_3(j\omega)|^2 S_{\Pi}(\omega) + \\ &+ W_e(-j\omega)W_3(j\omega)S_{\text{шп}}(\omega) + W_e(j\omega)W_3(-j\omega)S_{\text{шл}}(\omega) \Big] d\omega = \quad (7.28) \\ &= \sigma_{ex}^2 + \sigma_{en}^2 + \sigma_{exn}^2 + \sigma_{enx}^2. \end{aligned}$$

Таким образом, средняя квадратичная ошибка исследуемой системы равняется сумме квадратов ошибок, обусловленных действиями на систему мешающих воздействий и помех.



Контрольные вопросы по главе 7

1. Перечислите показатели качества систем РА.
2. Какова реакция системы РА на скачкообразный сигнал?
3. Какие методы используются для оценки показателей качества системы РА?
4. Перечислите основные показатели качества переходного процесса в системах РА.
5. Перечислите частотные показатели качества работы системы РА.
6. Для каких систем РА значение ошибки регулирования равно нулю, а для каких – не равно нулю?
7. Дайте определение эффективной полосе пропускания системы РА.

8 Основы проектирования систем радиоавтоматики

8.1 Постановка задачи

Задача проектирования системы РА состоит в выборе структурной схемы параметров и способа технической реализации системы из условия обеспечения требований, которые следуют из назначения проектируемой системы и обеспечения заданных характеристик. Один из возможных способов описания требований к проектируемой системе – задание показателей качества работы системы, таких как статическая, динамическая и среднеквадратическая ошибки системы. Это справедливо, когда известны характеристики системы управляющих и возмущающих воздействий. Детерминированные воздействия должны быть заданы как функции времени или их производные. Для случайных сигналов и помех должны быть известны их корреляционные функции или спектральные плотности. При такой постановке синтез системы сводится к выбору структурной схемы, с помощью которой можно обеспечить заданные показатели качества работы системы РА.

Если характеристики управляющих и возмущающих воздействий известны, то систему РА можно спроектировать как оптимальную, обеспечив минимальное значение суммарной среднеквадратической ошибки. Решить эту задачу позволяет теория оптимальных фильтров Н. Винера и Р. Калмана, применяемая к проектированию оптимальных систем РА. Возможна иная постановка задачи синтеза оптимальных систем, с учётом достижения минимума функционала (критерия качества).

$$J = \int_0^T [v_e(t) + v_u(t)] dt, \quad (8.1)$$

где $v_e(t) = e^2(t) + \alpha_1 [\dot{e}(t)]^2 + \dots + \alpha_k [e^{(k)}(t)]^2$ – квадратичная форма относительно ошибки системы $e(t)$; $v_u(t) = u^2(t) + q_1 [\dot{u}(t)]^2 + \dots + q_k [u^{(k)}(t)]^2$ – квадратичная форма относительно сигнала управления $u(t)$; T – время работы системы.

Первая квадратичная форма в функционале (8.1) выбирается из требований, предъявляемых к точности проектируемой системы, вторая учитывает ограничения на сигнал управления. При этом задача оптимального синтеза формулируется следующим образом. Из допустимого множества $u(t)$ необходимо выбрать и технически реализовать такой сигнал управления, который переводит объект управления из начального состояния в конечное и минимизирует функционал (8.1). Для решения таких задач используются методы вариационного исчисления, принцип максимума Л. С. Понтрягина, метод динамического программирования Р. Белмана. Здесь возможны два случая:

- 1) полностью известна информация о состоянии объекта управления;
- 2) информация об объекте управления неполная или вообще неизвестна.

Во втором случае при синтезе системы возникает дополнительная задача оценки состояния объекта управления, на основании которой формируется оптимальный сигнал управления.

Синтез оптимальных систем из условия минимума функционала (8.1) связан с рядом трудностей. Одна из трудностей состоит в том, что в настоящее время нет каких-либо методов, позволяющих связать коэффициенты квадратичных форм функционала (8.1) α_i и q_i , с заданными показателями качества работы проектируемой системы. Поэтому в процессе синтеза системы приходится рассчитывать большое число вариантов оптимальных систем с различными видами квадратичных форм и их коэффициентов, объем расчётов при этом может быть весьма значительным. Другая трудность связана с реализацией найденных оптимальных алгоритмов управления, которые получаются особо сложными и могут быть реализованы лишь приближённо. Вследствие отмеченных трудностей методы проектирования оптимальных систем из условия минимума функционала (8.1) в основном используются в научных исследованиях для оценки предельных соотношений и мало пригодны в инженерных задачах проектирования систем РА.

В данной главе рассматривается синтез систем РА из условия обеспечения допустимых *ошибок* в системе и удовлетворения других показателей качества работы. Такой метод называют *динамическим синтезом систем РА*.

Помимо требований к качеству функционирования в процессе синтеза систем РА предъявляются требования и к их сложности. Всегда желательно, чтобы спроектированная система была простой, а требования к элементам системы – минимальными. В качестве *функционала сложности системы* можно применять следующий интеграл [8]:

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^{2\nu} |W_p(j\omega)|^2 d\omega, \quad (8.2)$$

где $W_p(j\omega)$ – частотная характеристика разомкнутой системы; ν – порядок астатизма.

Чем меньше значение интеграла (8.2), тем ниже требования к устройствам системы. Помимо требований к качеству работы проектируемой системы РА, к ее сложности предъявляется и ряд требований, связанных с надёжностью работы системы, стабильностью ее характеристик при изменении условий окружающей среды, эксплуатацией, массой, габаритами и т. п. В настоящее время теория оптимальных систем не позволяет объединить всю совокупность требований к проектируемой системе в виде единого критерия, поэтому удовлетворение их во многом зависит от опыта и квалификации инженера-исследователя.

8.2 Синтез передаточной функции разомкнутой системы радиоавтоматики

Синтез систем РА имеет своей целью выбор ее структуры и параметров так, чтобы удовлетворялись определённые (заданные) требования к качеству регулирования. При этом известен объект регулирования, т. е. имеются его характеристики (математическое описание), а иногда уже выбраны основные функциональные элементы регулятора.

Синтез объекта регулирования есть лишь один из этапов ее проектирования. Синтезу предшествует по крайней мере следующее:

1. Исследование объекта регулирования для определения его динамических свойств и условий, в которых его используют. Динамические свойства определяют теоретически или на основе экспериментальных исследований и фиксируют в виде дифференциального уравнения (системы уравнений) или передаточной функции.
2. Составление требований к качеству регулирования. Требования определяются назначением объекта, а также опытом проектирования и эксплуатации системы подобного класса.
3. Выбор основных элементов регулятора (датчика регулируемой величины, элемента сравнения, усилителя и исполнительного элемента) и определение их динамических свойств.

При синтезе систем РА полагают, что по известным характеристикам управляющих и возмущающих воздействий определены допустимые значения ошибок по положению, скорости, ускорению, ширине полосы пропускания, найденной из условия обеспечения требуемого значения средней квадратической ошибки, а также допустимая колебательность системы. Требования к указанным ошибкам формулируются в виде следующих неравенств:

$$e_{x0} \leq e_{x0д}; \quad e_x \leq e_{хд}; \quad e_{\ddot{x}} \leq e_{\ddot{x}д}, \quad (8.3)$$

где e_{x0} ; e_x ; $e_{\ddot{x}}$ – ошибки проектируемой системы по положению, скорости и ускорению.

На первом этапе задача синтеза систем РА состоит в нахождении *желаемой передаточной функции разомкнутой системы*, которая позволяет удовлетворить заданные требования к проектируемой системе РА. Очевидно, что желаемую передаточную функцию разомкнутой системы следует формировать в более простом виде. Желаемая передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W_{\text{РЖИ}}(p) = \frac{K}{(1 + pT_1)(1 + pT_3) \prod_{i=4}^n (1 + pT_i)}; \quad (8.4)$$

$$W_{\text{РЖИИ}}(p) = \frac{K}{(1 + pT_1)^2 (1 + pT_3) \prod_{i=4}^n (1 + pT_i)}. \quad (8.5)$$

При синтезе систем с астатизмом первого порядка передаточная функция определяется по выражению:

$$W_{\text{РЖИ}}(p) = \frac{K(1 + pT_2)}{p(1 + pT_1)(1 + pT_3) \prod_{i=4}^n (1 + pT_i)}; \quad (8.6)$$

$$W_{\text{РЖИИ}}(p) = \frac{K(1 + pT_2)}{p(1 + pT_1)^2 (1 + pT_3) \prod_{i=4}^n (1 + pT_i)}. \quad (8.7)$$

При проектировании систем с астатизмом второго порядка желаемая передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W_{\text{РЖИИ}}(p) = \frac{K(1 + pT_2)}{p^2 (1 + pT_3) \prod_{i=4}^n (1 + pT_i)}, \quad (8.8)$$

где \prod – знак произведения.

Задача синтеза систем РА сводится к определению по заданным показателям качества параметров желаемой передаточной функции K , T_1 , T_2 и T_3 . Звенья с постоянными времени T_i в такой функции учитывают влияние на проектируемую систему РА устройств с малыми постоянными времени (например, приемника РЛС в системе автоматического сопровождения цели и т. п.).

Прежде чем рассматривать методику нахождения параметров желаемой передаточной функции, проанализируем типичные логарифмические АЧХ, соответствующие передаточным функциям (8.6) и (8.7) (рис. 8.1). На этих характеристиках различают три диапазона частот. Вид характеристики в диапазоне низких частот (ДНЧ) характеризует точность работы системы относительно управляющего воздействия. В диапазоне средних частот (ДСЧ) находится частота среза. В

этом диапазоне частот вид характеристики определяет запас устойчивости по фазе, полосу пропускания, показатели качества переходного процесса. Вид характеристики в диапазоне высоких частот (ДВЧ) влияет на запасы устойчивости в системе РА.

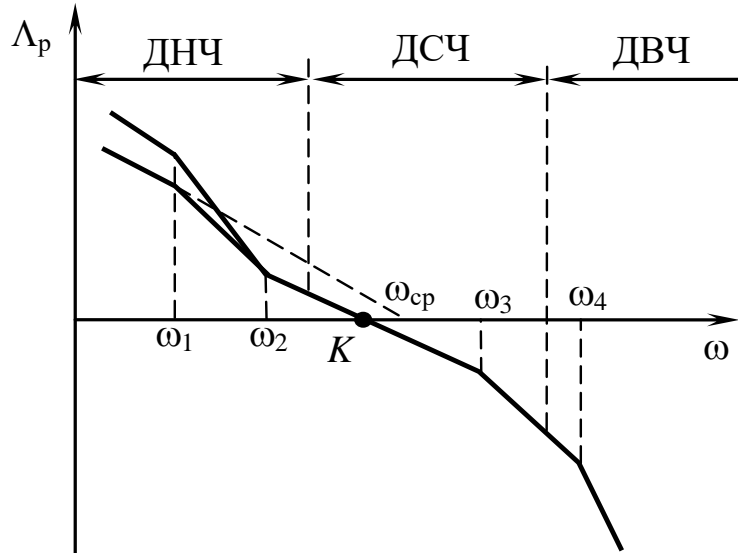


Рис. 8.1 – ЛЧХ разомкнутой системы

Найдем параметры желаемой передаточной функции системы с астатизмом первого порядка (8.6). По заданному значению колебательности системы и формуле (8.7) вычисляют запас устойчивости по фазе:

$$\Delta\varphi = \arcsin \frac{1}{M}. \quad (8.9)$$

Требуемое значение полосы пропускания и выражение (7.6) позволяют рассчитать частоту среза проектируемой системы:

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_n}{2 \cos \Delta\varphi}. \quad (8.10)$$

По допустимым значениям ошибок по скорости и ускорению находят коэффициенты ошибок:

$$C_0 = 0, \quad C_1 = \frac{e_{\dot{x}}}{\dot{x}_m}, \quad C_2 = \frac{2e_{\ddot{x}}}{\ddot{x}_m}, \quad (8.11)$$

где \dot{x}_m , \ddot{x}_m – максимальные значения первой и второй производных от управляющего воздействия.

Коэффициент ошибки по скорости определяет коэффициент усиления в системе РА:

$$K = \frac{1}{C_1}. \quad (8.12)$$

Для нахождения постоянных времени T_1 и T_2 , установим связь частот сопряжения $\omega_1 = 1/T_1$ и $\omega_2 = 1/T_2$ с коэффициентом усиления и частотой среза. Из рисунка 8.1 следует, что

$$\Lambda(\omega_1) = 20 \lg \frac{K}{\omega_1}, \quad \Lambda(\omega_2) = 20 \lg \frac{\omega_{\text{ср}}}{\omega_1}. \quad (8.13)$$

Наклон характеристики между частотами ω_1 и ω_2 равен -40 дБ/дек, поэтому

$$\Lambda(\omega_1) - \Lambda(\omega_2) = 40 \lg \frac{\omega_2}{\omega_1}. \quad (8.14)$$

Согласно (8.13) и (8.14),

$$\frac{K}{\omega_{\text{ср}}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (8.15)$$

Постоянные времени T_1 и T_2 можно получить и из выражения для коэффициента ошибки по ускорению:

$$C_2 = 2 \left[\frac{T_1 + T_3 + \sum_{i=4}^n T_i - T_2}{K} - \frac{1}{K^2} \right] \approx 2 \frac{T_1 - T_2}{K}. \quad (8.16)$$

Упрощения в (8.16) не приводят к невыполнению требований по точности работы проектируемой системы РА. Из выражений (8.15) и (8.16) находим, что

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{K C_2 \omega_{\text{ср}}}{K - \omega_{\text{ср}}}, \quad T_1 = \frac{K T_2}{\omega_{\text{ср}}}. \quad (8.17)$$

Постоянная времени T_3 функции (8.6) определяется условием обеспечения в проектируемой системе запаса устойчивости (8.9):

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctg \omega_{\text{ср}} T_1 + \arctg \omega_{\text{ср}} T_2 - \arctg \omega_{\text{ср}} T_3 - \sum_{i=4}^n \arctg \omega_{\text{ср}} T_i. \quad (8.18)$$

При высоких требованиях к точности работы системы не всегда можно удовлетворить заданные условия, используя функцию (8.6), поэтому приходится применять более сложную передаточную функцию (8.7). Коэффициент усиления в этом случае вычисляют по формуле (8.12), а постоянные времени T_1 и T_2 в соответствии с выражениями:

$$T_2 = \frac{KC_2}{4} \left(\sqrt{\frac{K}{\omega_{cp}}} - 1 \right)^{-1}; \quad T_1 = T_2 \sqrt{\frac{K}{\omega_{cp}}}, \quad (8.19)$$

тогда постоянную времени T_3 рассчитывают по формуле

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{arctg} \omega_{cp} T_1 + 2 \operatorname{arctg} \omega_{cp} T_2 - \operatorname{arctg} \omega_{cp} T_3 - \sum_{i=4}^n \operatorname{arctg} \omega_{cp} T_i. \quad (8.20)$$

Аналогично определяются параметры желаемых передаточных функций статических систем РА (8.4) и (8.5) и систем с астатизмом второго порядка (8.8).

8.3 Определение передаточных функций корректирующих устройств

После выбора и определения параметров желаемой передаточной функции разомкнутой системы находят передаточные функции корректирующих устройств, предварительно определив передаточную функцию функционально необходимых устройств проектируемой системы. К таким устройствам относятся, например, фазовый детектор и перестраиваемый генератор в системе ФАПЧ, гетеродин и частотный дискриминатор в системе АПЧ, угловой дискриминатор и антенна с исполнительным устройством и усилителем мощности в системе автоматического сопровождения цели РЛС.

Передаточную функцию разомкнутой системы без корректирующих устройств, составленную из передаточных функций функционально необходимых устройств системы, будем называть *исходной передаточной функцией*.

Включение в систему РА корректирующих устройств означает введение в алгоритм управления, формируемого регулятором системы, дополнительных сигналов, пропорциональных сигналу ошибки, производным и интегралам от

него, а также сигналов, пропорциональных производным от выходного сигнала. С физической точки зрения введение дополнительных сигналов приводит к компенсации влияния на качество работы системы РА наиболее инерционных устройств системы, в результате чего и достигаются заданные показатели качества работы системы.

Различают три способа включения корректирующих устройств: последовательный (рис. 8.2, а), параллельный (рис. 8.2, б) и по схеме с обратной связью (рис. 8.2, в). Выбор того или иного способа включения корректирующего устройства зависит от удобства технической реализации и требований к стабильности характеристик системы РА.

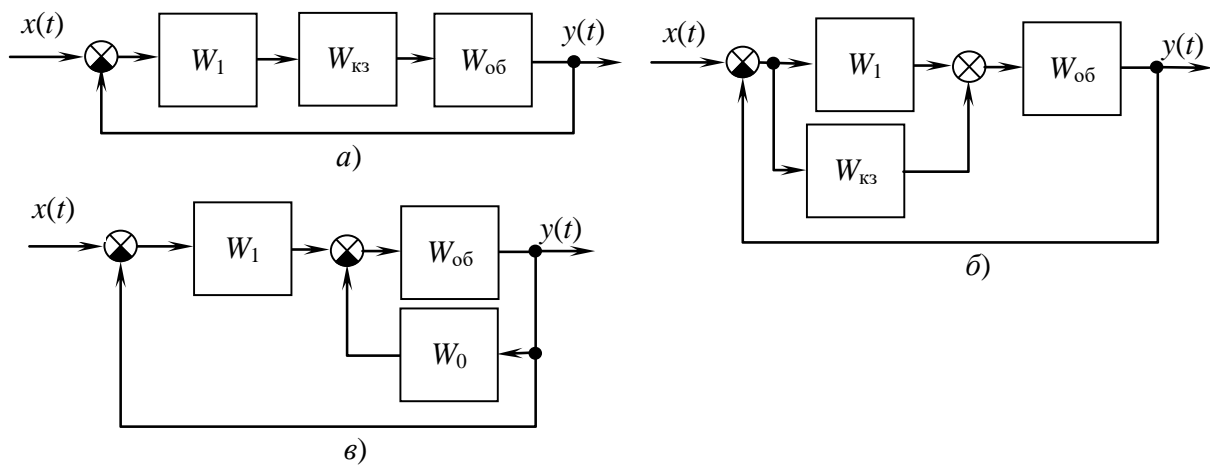


Рис. 8.2 – Способы включения корректирующих устройств

Синтез систем РА основан на определении передаточной функции корректирующего устройства, включенного последовательно в цепь сигнала ошибки системы. Передаточная функция этого устройства должна быть выбрана такой, чтобы выполнялось условие:

$$W_{\text{рж}}(p) = W_{\text{ри}}(p)W_{\text{кз}}(p), \quad (8.21)$$

где $W_{\text{ри}}(p)$ – передаточная функция исходной части разомкнутой системы; $W_{\text{кз}}(p)$ – передаточная функция последовательного корректирующего звена. Из выражения (8.21) найдём

$$W_{\text{кз}}(p) = W_{\text{рж}}(p) / W_{\text{ри}}(p). \quad (8.22)$$

Следовательно, чем больше звеньев исходной передаточной функции включено в желаемую передаточную функцию системы, тем проще передаточная функция корректирующего звена. Число звеньев исходной функции, которые можно ввести в желаемую передаточную функцию, определяется заданным запасом устойчивости по фазе.

Если в системе РА применяется корректирующее устройство, включённое в цепь обратной связи, то его передаточная функция имеет вид:

$$W_{рж}(p) = W_{ри}(p)W_{кз}(p) = \frac{W_p(p)}{1 + W_{об}(p)W_o(p)}, \quad (8.23)$$

откуда

$$W_o(p) = \frac{1}{W_{об}(p)} \left[\frac{1}{W_{кз}(p)} - 1 \right], \quad (8.24)$$

где $W_o(p)$ – передаточная функция корректирующего устройства в цепи обратной связи; $W_{об}(p)$ – передаточная функция объекта управления (устройств, охваченных обратной связью).

Если используют корректирующее устройство, включённое параллельно с каким-либо элементом системы, то его передаточная функция с учётом рисунка (рис. 8.2) определяется как

$$W_{рж}(p) = W_{ри}(p)W_{кз}(p) = W_{ри}(p) + W_{п}(p)W_{об}(p). \quad (8.25)$$

Тогда

$$W_{п}(p) = W_1(p) [W_{кз}(p) - 1], \quad (8.26)$$

где $W_{п}(p)$ – передаточная функция параллельного корректирующего устройства; $W_1(p)$ – передаточная функция цепи сигнала ошибки.

В современных системах РА применяются все три способа включения корректирующих устройств. Это объясняется тем, что в ряде случаев передаточная функция одного устройства получается настолько сложной, что ее трудно реализовать технически. Кроме того, для улучшения стабильности работы систем РА относительно изменений условий окружающей среды и колебаний напряжений

источников питания, целесообразно наиболее инерционные и нестабильные устройства системы охватить обратной связью. При этом передаточная функция последовательного корректирующего устройства, вычисленная по формуле (8.22), имеет вид:

$$W_{кз}(p) = W_{кз1}(p)W_{кз2}(p). \quad (8.27)$$

Один из сомножителей этого выражения, например первый, реализуется с помощью последовательного корректирующего устройства, а второй – эквивалентного корректирующего устройства в цепи обратной связи, передаточная функция которого определяется по формуле (8.24).

При синтезе систем РА часто оказывается, что передаточные функции корректирующих устройств не удовлетворяют условию физической реализуемости. Очевидно, что в таких случаях желаемая передаточная функция из-за упрощения передаточных функций корректирующих устройств может быть реализована лишь приближенно. При этом необходимо обеспечить совпадение ЛЧХ разомкнутой системы в области низких и средних частот с желаемыми ЛЧХ, расхождение характеристик допустимо только в области высоких частот. После упрощения передаточных функций корректирующих устройств необходимо построить ЛЧХ спроектированной системы РА и проверить выполнение заданных показателей качества работы.

Обычно в системах РА применяют корректирующие устройства на постоянном токе. Корректирующие устройства на переменном токе используют редко, так как они сложны и для их нормальной работы требуются источники энергии с высокой стабильностью частоты, что в ряде случаев, особенно в системах РА летательных аппаратов, невыполнимо. Ниже рассматриваются корректирующие устройства постоянного тока.

На рисунке 8.3, а, б показаны схема и ЛЧХ звена с отставанием по фазе, которое используется в системах РА как последовательное корректирующее устройство. Его передаточная функция имеет вид:

$$W(p) = \frac{1 + pT}{1 + p\alpha T}, \quad (8.28)$$

где $T = R_2 C$ – постоянная времени звена; $\alpha = (R_1 + R_2)/R_2$ – постоянный коэффициент.

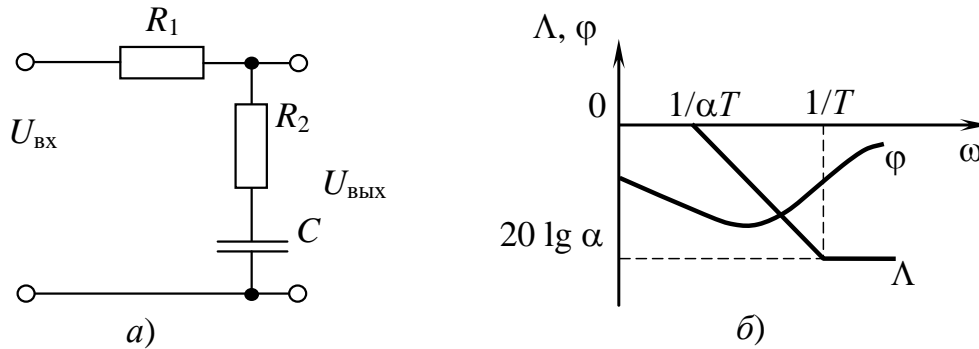


Рис. 8.3 – Схема (а) и ЛЧХ (б) корректирующего звена с отставанием по фазе

На рисунке 8.4, а, б представлены схема и ЛЧХ последовательного корректирующего звена с опережением по фазе, передаточная функция которого

$$W(p) = \beta \frac{1 + pT}{1 + p\beta T}, \quad (8.29)$$

где $T = R_1 C$; $\beta = R_2 / (R_1 + R_2)$ – постоянный коэффициент.

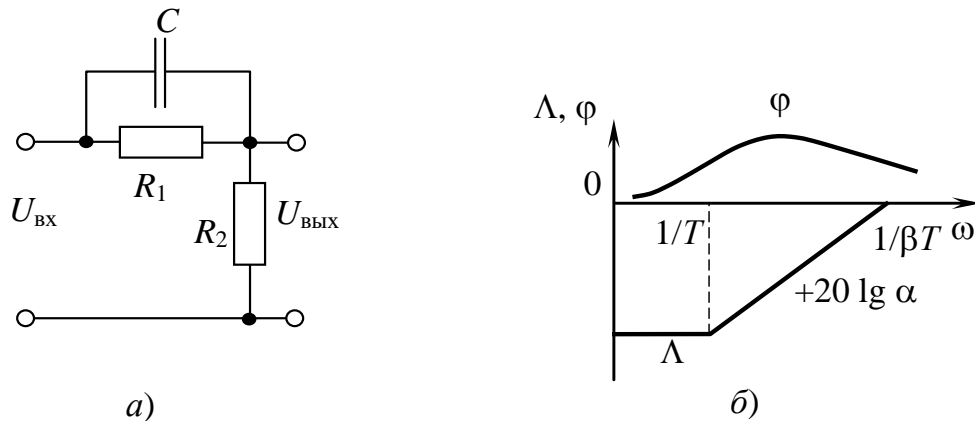


Рис. 8.4 – Схема (а) и ЛЧХ (б) корректирующего звена с опережением по фазе

В системах РА применяют также последовательное *комбинированное* звено, схема которого и ЛЧХ изображены на рисунке 8.5, а, б. Передаточная функция звена имеет вид

$$W(p) = \frac{(1 + pT_2)(1 + pT_3)}{(1 + pT_1)(1 + pT_4)}. \quad (8.30)$$

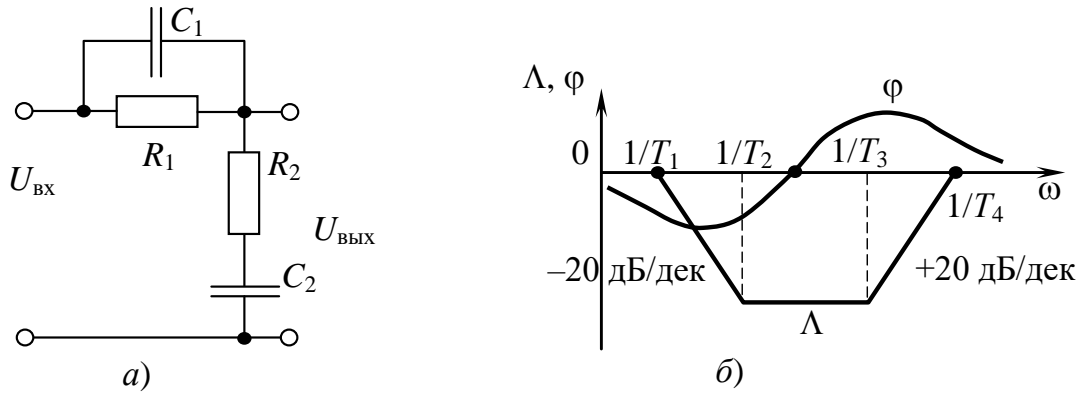


Рис. 8.5 – Схема (а) и ЛЧХ (б) комбинированного корректирующего звена

Сопротивления и ёмкости выбираются такими, чтобы выполнялось условие $T_1 > T_2 > T_3 > T_4$. С этой целью необходимо, чтобы $C_2 > C_1$ и $R_1 > R_2$. Тогда сопротивления и ёмкости звена рассчитывают по известным постоянным времени:

$$T_1 = R_1 C_1 + (R_1 + R_2) C_2; \quad T_2 = R_2 C_2; \quad T_3 = R_1 C_1; \\ T_4 = \frac{R_1 C_1 R_2 C_2}{R_1 C_1 + (R_1 + R_2) C_2} \approx \frac{R_1 C_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (8.31)$$

В качестве корректирующих обратных связей используют жёсткие и гибкие связи.

Жёсткая обратная связь не содержит дифференцирующих звеньев. Рассмотрим ее влияние на характеристики отдельных звеньев. Если жёсткой обратной связью охватить инерционное звено, то

$$W(p) = \frac{k}{1 + pT},$$

где $k = k_1 / (1 + k_1 k_0)$; $T = T_1 / (1 + k_1 k_0)$; k_1 , T_1 – коэффициент передачи и постоянная времени инерционного звена, охваченного обратной связью; k_0 – коэффициент передачи обратной связи.

Таким образом, при охвате инерционного звена жёсткой обратной связью не изменяется его тип, однако коэффициент усиления и постоянная времени уменьшаются в $(1 + k_1 k_0)$ раз.

Если жёсткой обратной связью с коэффициентом передачи k_0 охватить интегрирующее звено с коэффициентом передачи k_1 , то получим инерционное звено с параметрами $k = 1/k_0$, $T = 1/(k_1 k_0)$ (изменяется тип звена). Следовательно, такую связь необходимо использовать в тех случаях, когда требуется понизить порядок астатизма, т. е. исключить в системе влияние интегрирующего звена.

Гибкая обратная связь содержит дифференцирующие звенья, поэтому она действует только в переходном процессе, что не снижает точности системы в установившемся режиме. Оценим влияние гибкой обратной связи на характеристики различных звеньев. Если такой связью с передаточной функцией

$$W_0(p) = \frac{pT_0}{1 + pT_0} \quad (8.32)$$

охватить безынерционное звено, то получим звено с передаточной функцией

$$W_1(p) = k_1 \frac{1 + pT_0}{1 + pT_0(1 + k_1)}, \quad (8.33)$$

где k_1 – коэффициент передачи безынерционного звена.

Таким образом, охват безынерционного звена гибкой обратной связью эквивалентен включению в цепь сигнала ошибки системы последовательного звена с отставанием по фазе.

Если гибкой обратной связью с передаточной функцией (7.32) охватить интегрирующее звено, то

$$W_1(p) = \frac{k}{p} \frac{1 + pT_0}{1 + pT}, \quad (8.34)$$

где $k = \frac{k_1}{1 + k_1 T_0}$; $T = \frac{T_0}{1 + k_1 T_0}$; k_1 – коэффициент передачи интегрирующего звена.

Из выражения (8.34) следует, что охват интегрирующего звена гибкой обратной связью эквивалентен последовательному включению в цепь сигнала ошибки системы звена с опережением по фазе, при этом астатизм системы РА не снижается.

Для создания такого вида связи используются тахогенераторы, гироскопические датчики частоты вращения, RC-цепи. На рисунке 8.6, а показана схема

RC -цепи, передаточная функция которой определяется (8.32). Сигнал на выходе такой цепи в определённом диапазоне частот пропорционален первой производной $u_{\text{ВЫХ}}(t)$.

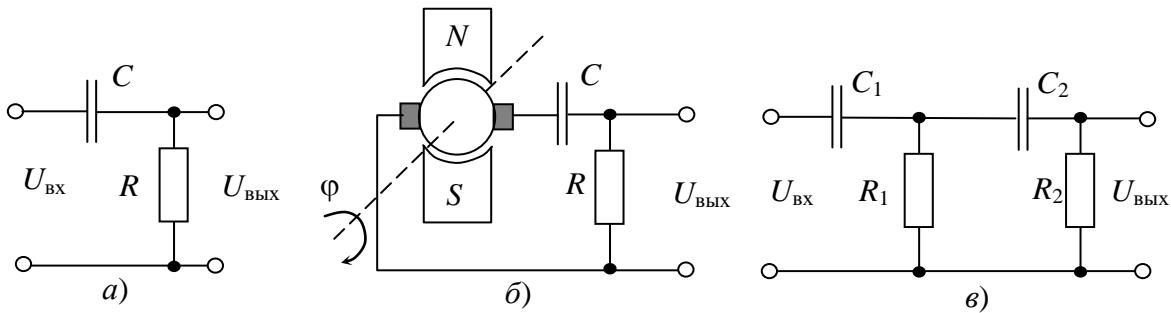


Рис. 8.6 – Гибкие обратные связи

В системах РА применяются гибкие обратные связи, выходной сигнал которых пропорционален второй производной входного сигнала обратной связи. Такая обратная связь сформируется с помощью тахогенератора и дифференцирующей RC -цепи (рис. 8.6, б), если входным сигналом обратной связи является угол поворота, или с помощью RC -цепи (рис. 8.6, в), если на вход подаётся сигнал постоянного тока, то ПФ такой цепи

$$W(p) = \frac{T_1 T_2 p^2}{T_1 T_2 p^2 + \left[T_2 \left(1 + \frac{R_1}{2} \right) + T_1 \right] p + 1}, \quad (8.35)$$

где $T_1 = R_1 C_1$; $T_2 = R_2 C_2$.

Если $R_1 \ll R_2$, то приближенно можно принять, что

$$W(p) = \frac{T_1 T_2 p^2}{(1 + pT_1) + (1 + pT_2)}. \quad (8.36)$$



Пример

Синтезировать систему автоматического сопровождения цели РЛС (рис. 8.7). Найти передаточные функции корректирующих устройств из условия обеспечения в системе полосы пропускания, равной 10 с^{-1} . Показатель колеба-

тельности не превышает 1.4, ошибка по положению равна нулю, ошибка по скорости – не более $0.175 \cdot 10^{-2}$ рад и ошибка по ускорению – не более $0.87 \cdot 10^{-2}$ рад при максимальных значениях производных сигнала 0.175 рад·с⁻¹ и 0.35 рад·с⁻².

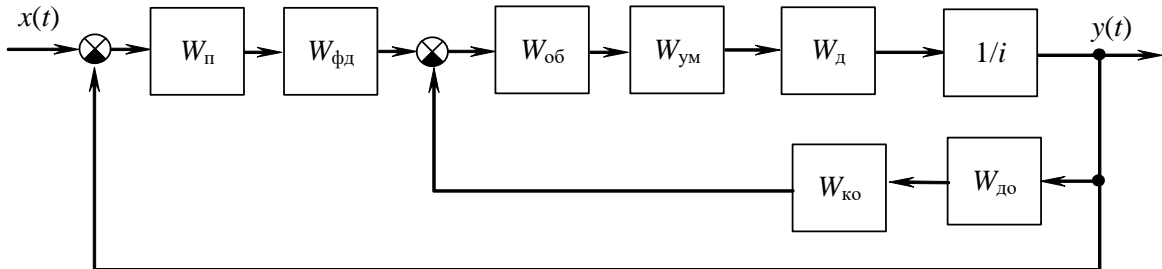


Рис. 8.7 – Структурная схема системы автосопровождения цели РЛС

Решение

Передаточная функция исходной части системы:

$$W_{\text{ри}}(p) = W_{\text{п}}(p)W_{\text{фд}}(p)W_{\text{ум}}(p)W_{\text{А}}(p), \quad (8.37)$$

где $W_{\text{п}}(p) = \frac{k_{\text{п}}}{1 + pT_{\text{п}}}$; $W_{\text{фд}}(p) = \frac{k_{\text{фд}}}{1 + pT_{\text{фд}}}$; $W_{\text{ум}}(p) = \frac{k_{\text{ум}}}{1 + pT_{\text{ум}}}$; $W_{\text{А}}(p) = \frac{k_{\text{А}}}{p(1 + pT_{\text{м}})}$ –

передаточные функции приёмника, фазового детектора, усилителя мощности и антенны с двигателем и редуктором.

Параметры устройств исходной части системы: $k_{\text{п}} = 0.035$ В/рад; $k_{\text{фд}} = 0.8$; $k_{\text{ум}} = 10$; $k = 143$ рад/(с·В); $T_{\text{п}} = T_{\text{фд}} = T_{\text{и}} = 0.01$ с; $T_{\text{м}} = 0.02$ с.

Коэффициент передачи исходной части системы:

$$k_{\text{и}} = k_{\text{п}}k_{\text{фд}}k_{\text{ум}}k_{\text{А}} = 4. \quad (8.38)$$

С учетом требований к системе и формул (8.9)–(8.12) $\Delta\varphi = 0.785$ рад; $\omega_{\text{ср}} = 7$ с⁻¹; $C_0 = 0$; $C_1 = 0.01$ с; $C_2 = 0.05$ с²; $K = 100$ с⁻¹.

В качестве желаемой передаточной функции разомкнутой системы примем функцию (8.7). Все частоты сопряжения передаточных функций устройств исходной части системы автоматического сопровождения (8.37) больше требуемой

частоты среза, поэтому для упрощения корректирующих устройств включим передаточную функцию исходной части системы в состав желаемой передаточной функции. В результате получим:

$$W_{\text{рж}}(p) = \frac{K(1 + pT_2)^2}{p(1 + pT_1)^2(1 + pT_3)(1 + pT_{\text{п}})(1 + pT_{\text{фл}})(1 + pT_{\text{ум}})(1 + pT_{\text{м}})}. \quad (8.39)$$

Постоянные времени T_1 , T_2 и T_3 вычислим по формулам (8.19) и (8.20). Тогда $T_1 = 1.7$ с; $T_2 = 0.45$ с; $T_3 = 0.015$ с.

Так как значение T_3 незначительно отличается от постоянной времени двигателя $T_{\text{м}} = 0.02$ с, то для упрощения корректирующего устройства примем $T_3 = T_{\text{м}}$.

Передаточную функцию последовательного корректирующего устройства найдём, используя выражение (8.22):

$$W_{\text{кз}}(p) = k_{\text{кз}} \frac{1 + pT_2}{1 + pT_1} \frac{1 + pT_2}{1 + pT_1}, \quad (8.40)$$

где $k_{\text{кз}} = K/K_{\text{и}}$ – коэффициент передачи корректирующего звена; $K_{\text{и}}$ – коэффициент передачи исходной части системы.

Первый сомножитель в (8.40) реализуем в виде последовательного корректирующего устройства, включённого после фазового детектора, а второй – через эквивалентную обратную связь, передаточную функцию которой рассчитаем по формуле (8.24). Таким образом,

$$W_0(p) = K_0 \frac{p^2(1 + pT_y)(1 + pT_{\text{м}})}{1 + pT_2} \approx \frac{k_0 p^2}{1 + pT_2}, \quad (8.41)$$

где $k_0 = (T_1 - T_2)/(k_y k_A)$ – коэффициент передачи цепи обратной связи.

В выражении (8.41) пренебрегли постоянными времени T_y и $T_{\text{м}}$, так как соответствующие им частоты сопряжения намного больше частоты среза. Обратная связь с передаточной функцией (8.41) реализуется с помощью тахогенератора и дифференцирующей RC -цепи (рис. 8.6, б) с постоянной времени, равной T_2 . Передаточная функция цепи такой обратной связи имеет вид:

$$W_0(p) = k_{y0} k_{тг} p W_d(p) = \frac{k_0 p^2 T_2}{1 + p T_2}, \quad (8.42)$$

где $k_{тг}$ – коэффициент передачи тахогенератора; $k_{y0} = k_0 / (k T_2)$ – коэффициент усиления усилителя в цепи обратной связи.

Так как при синтезе системы автоматического сопровождения были допущены упрощения, то необходимо проверить выполнение заданных требований. С этой целью построится ЛЧХ спроектированной системы и ЛЧХ, соответствующие передаточной функции (8.39) (рис. 8.8).

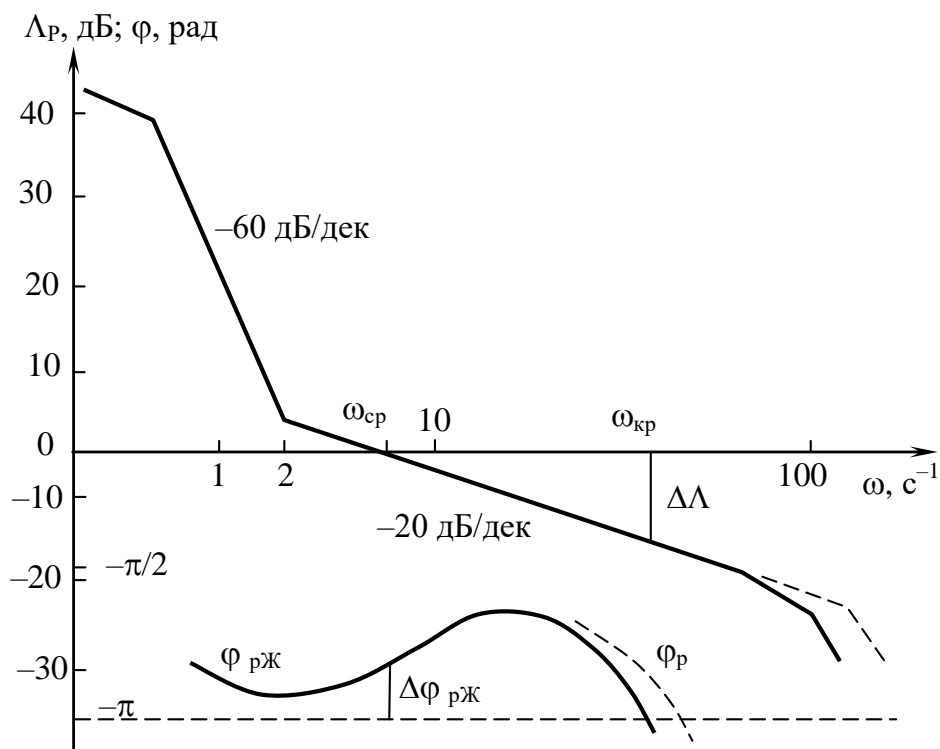


Рис. 8.8 – ЛЧХ системы автосопровождения цели РЛС

Из сравнений этих характеристик видно, что выполняются все заданные показатели качества работы системы автоматического сопровождения цели.

8.4 Синтез систем с неполной информацией о воздействиях

Ранее, при динамическом синтезе систем РА полагали, что характеристики управляющих воздействий и помех известны, т. е. заданы их математические ожидания и спектральные плотности случайных составляющих.

На практике это не всегда так. Характеристики воздействий обычно известны не полностью. Кроме того, они изменяются в процессе работы системы, поэтому показатели качества работы могут оказаться ниже расчётных.

Построение систем РА с использованием адаптивных систем позволяет исключить зависимость показателей качества работы от изменения характеристик воздействия и нестабильности параметров устройств. На практике используют так называемые *робастные системы* (от английского слова *robust* – грубый) [3]. Техническая реализация таких систем РА, по сравнению с адаптивными системами, намного проще, что является их существенным преимуществом.

Синтез робастных систем может быть выполнен различными методами. Применительно к задачам синтеза систем РА целесообразно использовать метод, основанный на известных средних квадратических значениях управляющего воздействия и его производных. Данный метод не связан с конкретной формой спектральной плотности управляющего сигнала, поэтому ее изменение не приводит к несоблюдению точности работы системы РА.

Рассматриваемый метод синтеза систем РА сводится к выбору частотной характеристики ошибки из условия непревышения средней квадратической ошибкой заданного значения. После этого можно сформулировать требования к частотной характеристике разомкнутой системы.

Дисперсия ошибки относительно управляющего воздействия в соответствии с выражением (8.22) определяется как

$$\sigma_{ex}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_e(j\omega)|^2 S_x(\omega) d\omega \leq D_{e0}, \quad (8.43)$$

где $W_e(j\omega)$ – частотная характеристика ошибки; D_{e0} – допустимое значение дисперсии ошибки.

Представим квадрат АЧХ ошибки в следующем виде:

$$|W_e(j\omega)|^2 = c_0 + c_1\omega^2 + c_2\omega^4 + \dots + c_n\omega^{2n}. \quad (8.44)$$

Тогда дисперсия ошибки (8.43)

$$\sigma_{ex}^2 = c_0D_0 + c_1D_1 + c_2D_2 + \dots + c_nD_n, \quad (8.45)$$

где D_0 – дисперсия управляющего воздействия; D_1 – дисперсии производных; c_i – постоянные коэффициенты.

Задача синтеза системы состоит в выборе характеристики $W_e(j\omega)$, удовлетворяющей условию (8.43). Если известна только дисперсия управляющего воздействия D_0 , то из выражения (8.45) следует, что $c_0 = D_{e0}/D_0$ и частотная характеристика ошибки проектируемой системы должна удовлетворять условию

$$|W_e(j\omega)| \leq |W_{e0}(j\omega)| = \sqrt{\frac{D_{e0}}{D_0}} = \frac{\sigma_{e0}}{\sigma_0}, \quad (8.46)$$

где $|W_{e0}(j\omega)|$ – АЧХ ошибки, составленная по априорным сведениям об управляющем воздействии.

Таким образом, ошибка не должна превышать значения (8.46) в диапазоне частот, в котором возможны спектральные составляющие управляющего воздействия.

В том случае, если известна только дисперсия первой производной управляющего воздействия D_1 , то $c_1 = D_{e0}/D_1$ и частотная характеристика ошибки проектируемой системы должна удовлетворять условию:

$$|W_e(j\omega)| \leq |W_{e0}(j\omega)| = \omega \sqrt{\frac{D_{e0}}{D_1}} = \omega \frac{\sigma_{e0}}{\sigma_1}. \quad (8.47)$$

Если известна только дисперсия второй производной управляющего воздействия, то

$$|W_e(j\omega)| \leq |W_{e0}(j\omega)| = \omega^2 \sqrt{\frac{D_{e0}}{D_2}} = \omega^2 \frac{\sigma_{e0}}{\sigma_2}. \quad (8.48)$$

От ограничений, накладываемых на АЧХ ошибки, можно перейти к требованиям, которым должна удовлетворять частотная характеристика разомкнутой проектируемой системы, т. е. следует, что

$$W_p(j\omega) = \frac{W_3(j\omega)}{W_e(j\omega)}. \quad (8.49)$$

Так как на частотах меньше частоты среза $|W_3(j\omega)| \approx 1$, то условия (8.46)–(8.48) выполняются, если

$$|W_{p0}(j\omega)| \geq \frac{1}{|W_{e0}(j\omega)|}, \quad (8.50)$$

а ФЧХ разомкнутой системы может быть произвольной.

На частотах больше частоты среза $|W_3(j\omega)| \approx |W_p(j\omega)|$, и поэтому вид частотной характеристики разомкнутой системы не влияет на точность системы РА и может быть произвольным, но при этом требования к запасам устойчивости должны соблюдаться.

Выполнение условия (8.50) гарантирует, что динамическая ошибка будет не выше заданной.

Очевидно, выражениям (8.46) и (8.50) (рис. 8.9) соответствует прямая линия, параллельная оси частот и отстоящая от нее на $20 \lg \sigma_0 / \sigma_{e0}$, условиям (8.47) и (8.50) – прямая с наклоном -20 дБ/дек, которая пересекает ось абсцисс на частоте, равной σ_1 / σ_{e0} , а условиям (8.48) и (8.50) – прямая с наклоном -40 дБ/дек, которая начинается на оси абсцисс с частоты $\sqrt{\sigma_2 / \sigma_{e0}}$. Эти прямые образуют запретную область, в которой не должна располагаться низкочастотная часть логарифмической АЧХ разомкнутой проектируемой системы РА. Частоты, соответствующие точкам излома запретной области, вычисляют по формулам:

$$\omega_1 = \sigma_1 / \sigma_0; \quad \omega_2 = \sigma_2 / \sigma_1; \quad \omega_3 = \sqrt{\sigma_2 / \sigma_{e0}}. \quad (8.51)$$

Рассмотрим ограничения на вид АЧХ разомкнутой проектируемой системы из-за действия помехи, спектральная плотность которой известна и постоянна в пределах полосы пропускания системы РА (помеха в виде белого шума). Тогда дисперсия ошибки из-за действия помехи определяется в виде

$$\sigma_{\text{еп}}^2 = N_{\text{п}} f_{\text{эф}}, \quad (8.52)$$

где $f_{\text{эф}}$ – эффективная полоса пропускания системы; $N_{\text{п}}$ – уровень спектральной плотности белого шума помехи.

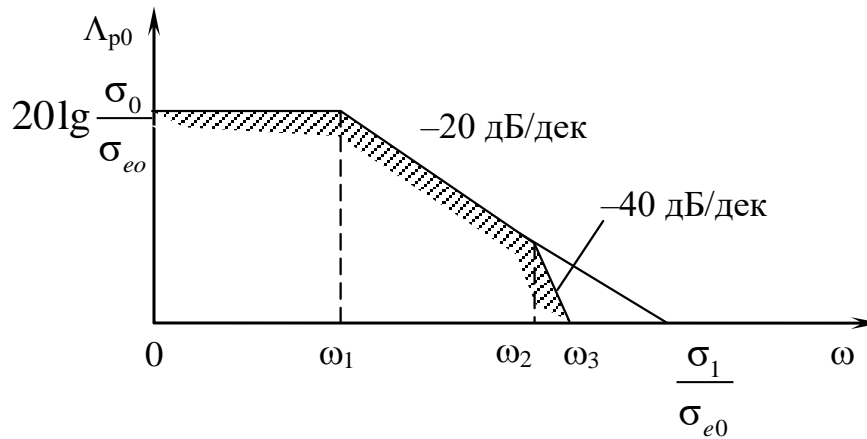


Рис. 8.9 – ЛЧХ запретной области относительно динамической ошибки

Задача синтеза системы РА заключается в том, чтобы суммарная средняя квадратическая ошибка системы не превышала допустимого значения:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{ex}^2 + \sigma_{en}^2} \leq \sigma_{e0}, \quad (8.53)$$

где σ_{en} – средняя квадратическая ошибка из-за действия помехи.

Условие (8.53) накладывает противоречивые требования к проектируемой системе РА. С одной стороны, средняя квадратическая ошибка относительно сигнала должна быть меньше σ_{e0} , так как в противном случае не будет выполнено условие (8.53), а с другой – не должна превышать этого значения и составляющая ошибки σ_{en} . Поэтому эффективная полоса пропускания проектируемой системы определяется неравенством:

$$f_{эф} \leq \frac{\sigma_{e0}^2}{N_{п}}. \quad (8.54)$$

Таким образом, при синтезе системы РА необходимо обеспечить одновременное удовлетворение условий (8.50) и (8.54). Если эти условия выполнить одновременно невозможно, то при заданном значении σ_{e0} решения задачи проектирования робастной системы РА не существует.

Определим, какие ограничения накладывает условие (8.54) на АЧХ разомкнутой системы. С этой целью рассмотрим типовую логарифмическую АЧХ, низкочастотные участки которой содержат асимптоты с наклонами -20 , -40 или -60 дБ/дек. При этом всегда в области частоты среза наклон логарифмической

АЧХ равен -20 дБ/дек, так как только в этом случае можно обеспечить необходимый запас устойчивости по фазе.

В [8] показано, что для систем РА с такими наклонами логарифмической АЧХ разомкнутой системы эффективная полоса пропускания системы с достаточной для практики точностью определяется по формуле:

$$f_{\text{эф}} \leq \frac{l\omega_0}{2}, \quad (8.55)$$

где ω_0 – частота, соответствующая точке пересечения асимптоты логарифмической АЧХ с наклоном -20 дБ/дек с осью абсцисс; l – коэффициент, равный 1, 2 или 3, в зависимости от наклона асимптоты, для которой определена частота ω_0 . Согласно (8.54) и (8.55),

$$\omega_0 \leq \frac{2\sigma_{e0}^2}{lN_{\text{п}}}. \quad (8.56)$$

Это выражение определяет крайнее допустимое положение логарифмической АЧХ разомкнутой проектируемой системы РА, т. е. границу запретной области, в которой не должна располагаться логарифмическая АЧХ разомкнутой системы. Построение запретной области осуществляется следующим образом.

На оси абсцисс (рис. 8.10) через точку $\omega_0 \leq \frac{2\sigma_{e0}^2}{lN_{\text{п}}}$ проводят прямую с наклоном -20 дБ/дек, а через точки $\omega_0/2$ и $\omega_0/3$ – прямые с наклонами -40 и -60 дБ/дек. В результате формируется запретная область, заштрихованная на рисунке 8.10, а.

Требование к точности работы проектируемой системы РА, относительно возмущающего воздействия выполняется, если ее логарифмическая АЧХ не заходит в запретную область.

На рисунке 8.10, б показаны две запретные области, определённые ранее. Для обеспечения в проектируемой системе РА заданной точности необходимо, чтобы выбранная логарифмическая АЧХ разомкнутой системы не располагалась в запретных областях и удовлетворяла требованиям к запасам устойчивости. На рисунке 8.10, б такая характеристика показана пунктиром. Если запретные обла-

сти перекрываются, то синтез робастной системы при заданных точностных характеристиках невозможен. Для гарантированного получения заданной точности должен быть обеспечен некоторый интервал между левой и правой запретными областями, минимальная ширина которого должна составлять около четверти декады.

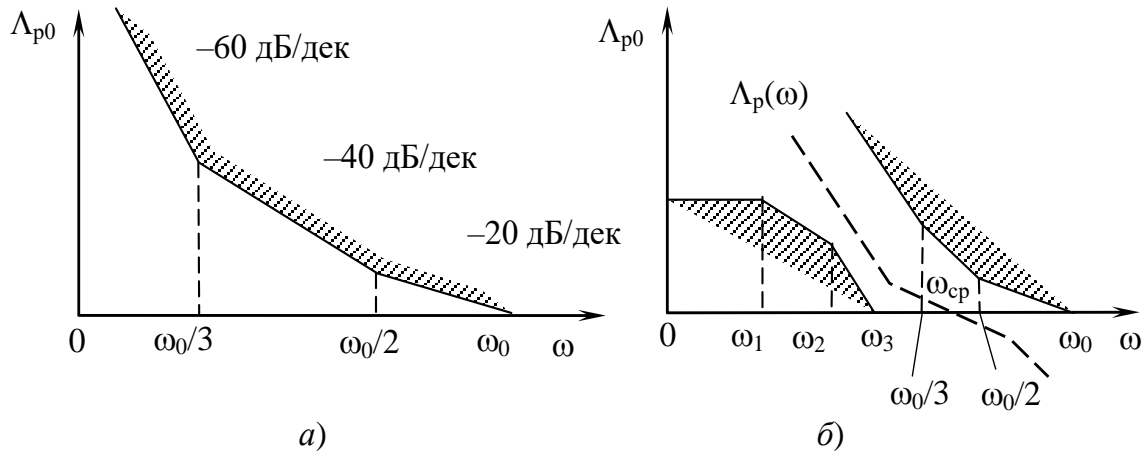


Рис. 8.10 – ЛЧХ запретной области относительно возмущающего воздействия (а) и ЛЧХ общей запретной области (б)

8.5 Комплексные системы

Системы РА, которые формируются не только на базе радиотехнических устройств, но и на базе устройств других типов (например, гироскопических приборов, инерциальных систем и др.), называют *комплексными*. Подобные системы широко применяются при навигации для определения координат и параметров движения различных объектов (например, для измерения скорости летательного аппарата и угла сноса относительно расчётной траектории используется гироскопическая система с доплеровским измерителем). Для измерения высоты полёта применяются барометрический и радиолокационный высотомеры. Для комплексной системы РА характерно наличие нескольких параллельно работающих каналов с различными датчиками измерения той же информации (рис. 8.11).

На рисунке 8.11 показана типовая структурная схема комплексной измерительной системы, в которой входной сигнал $x(t)$ измеряется разнотипными дат-

чиками D_1, D_2, \dots, D_n с передаточными функциями $W_{\text{Ди}}(p)$, где $i = 1, 2, \dots, n$; воздействия $V_i(t)$ учитывают погрешности датчиков. Комплексование системы заключается в вычислении оценки $x(t)$ с точностью, превышающей достижимую при раздельном использовании датчиков. Из схемы (рис. 8.11) следует, что преобразование Лапласа для оценки входного сигнала будет иметь вид:

$$\hat{x}(t) = \sum_{i=1}^n W_{\text{Ди}}(p) \cdot W_{\Phi_i}(p) \cdot x(p) + \sum_{i=1}^n W_{\text{Ди}}(p) \cdot W_{\Phi_i}(p) \cdot V_i(p). \quad (8.57)$$

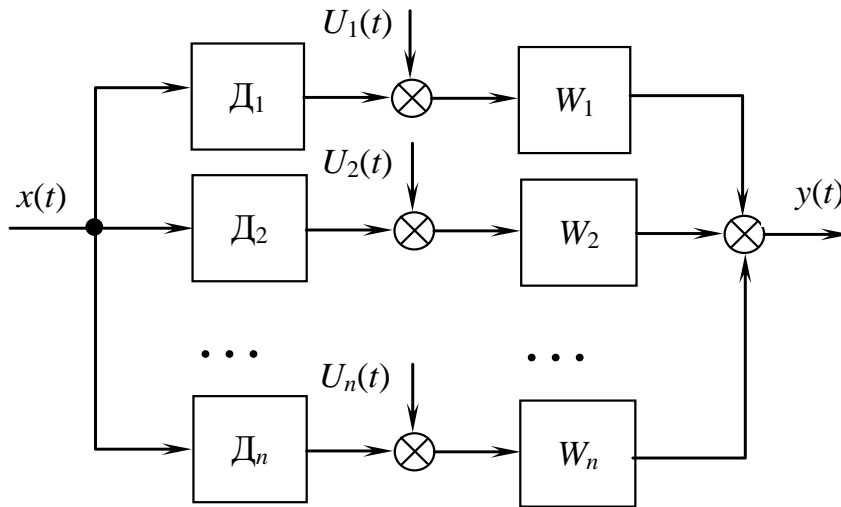


Рис. 8.11 – Типовая структурная схема комплексной измерительной системы РА

Преобразование Лапласа для сигнала ошибки имеет вид:

$$\begin{aligned} E(p) &= X(p) + \hat{X}(p) = \\ &= \left[1 - \sum_{i=1}^n W_{\text{Ди}}(p) \cdot W_{\Phi_i}(p) \right] X(p) - \sum_{i=1}^n W_{\text{Ди}}(p) \cdot W_{\Phi_i}(p) \cdot V_i(p). \end{aligned} \quad (8.58)$$

Из последнего выражения следует, что если передаточные функции каналов системы выбирают из условия

$$\sum_{i=1}^n W_{\text{Ди}}(p) \cdot W_{\Phi_i}(p) = 1, \quad (8.59)$$

то выражения (8.57) и (8.58) принимают вид:

$$\hat{X}(p) = X(p) + \sum_{i=1}^n W_{\text{Ди}}(p) \cdot W_{\Phi_i}(p) \cdot V_i(p);$$

$$E(p) = -\sum_{i=1}^n W_{\text{Ди}}(p) \cdot W_{\text{Фи}}(p) \cdot V_i(p). \quad (8.60)$$

Таким образом, ошибка комплексной системы не зависит от характеристик измеряемого сигнала и определяется только погрешностями датчиков.

Равенство (8.59) называют *условием инвариантности*, а систему, в которой удастся его реализовать, – *инвариантной относительно ошибки измеряемого сигнала*.

Условие инвариантности накладывает ограничения только на суммарную передаточную функцию, но не на передаточные функции отдельных каналов, поэтому при синтезе комплексной системы остаётся некоторая свобода выбора передаточных функций отдельных каналов, что позволит уменьшить ошибку из-за погрешностей датчиков.

Необходимо отметить, что условие инвариантности (8.59) в динамических системах удаётся выполнить лишь приближенно. В реальной системе динамическая ошибка не равна нулю (она может быть значительно уменьшена по сравнению с ошибками измерения при использовании одного канала измерения).

Следует также иметь в виду, что рассмотренная система, которую принято называть *многоканальной схемой фильтрации*, чувствительна к отклонению параметров устройств от расчётных значений, поэтому при проектировании таких систем необходимо обеспечить стабильность параметров ее звеньев.

Рассмотрим ещё один класс комплексных систем РА, основой которых является обычная система РА с обратной связью, а сигнал с нерадиотехнического датчика, с помощью которого измеряется управляющее воздействие $x(t)$, вводится в замкнутый контур после дискриминатора (рис. 8.12). В таких системах удаётся значительно повысить точность системы РА относительно управляющего воздействия без ухудшения средней квадратической ошибки из-за действия помех.

Преобразование Лапласа для выходного сигнала будет иметь вид (рис. 8.12):

$$Y(p) = \frac{W_1(p)W_2(p) + W_k(p)W_2(p)}{1 + W_p(p)} X(p) + \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)} n(p); \quad (8.61)$$

для ошибки системы:

$$E(p) = X(p) - Y(p) = \frac{1 - W_k(p)W_2(p)}{1 + W_p(p)} X(p) - \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)} n(p). \quad (8.62)$$

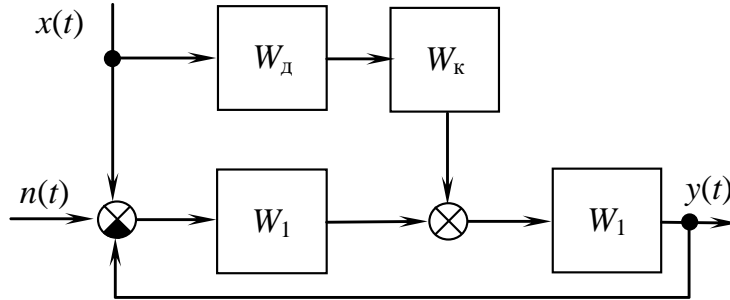


Рис. 8.12 – Структурная схема комплексной системы РА

Если выполняется условие инвариантности:

$$W_k(p) = \frac{1}{W_2(p)}, \quad (8.63)$$

то выражения (8.61) и (8.62) принимают вид:

$$Y(p) = X(p) + W_3(p)n(p); \quad E(p) = -W_3(p)n(p), \quad (8.64)$$

где $W_3(p)$ – передаточная функция замкнутого контура системы РА.

Из выражений (8.64) следует, что ошибка относительно управляющего воздействия равна нулю или инвариантна относительно этого сигнала. Путём выбора цепи сигнала ошибки системы с передаточной функцией $W_1(p)$ сформируется замкнутый контур системы с учётом требуемой фильтрации помех.

Датчик, измеряющий управляющее воздействие, и последовательно включённый с ним фильтр с передаточной функцией $W_k(p)$ образуют цепь компенсации комплексной системы РА. Эта цепь не формирует замкнутого контура, а следовательно, не влияет на устойчивость комплексной системы.

При реализации условия инвариантности (8.63) в реальных системах степень полинома числителя передаточных функций устройств всегда меньше сте-

пени полинома их знаменателя, поэтому функция (8.63) не удовлетворяет условию физической реализуемости и в данной системе РА инвариантность ошибки относительно управляющего воздействия недостижима. Однако в подобных системах можно существенно повысить точность относительно управляющего воздействия при необходимой фильтрации помех, т. е. сделать системы широкополосными относительно управляющего сигнала и узкополосными относительно помехи.

Синтез комплексных систем РА можно выполнить с учётом следующих условий:

- 1) обеспечения нужных частотных характеристик системы;
- 2) повышения динамической точности ее работы.

Проанализируем метод, который позволит повысить порядок астатизма в комплексной системе относительно управляющего воздействия по сравнению с порядком астатизма замкнутого контура. Передаточная функция ошибки системы, как следует из выражения (8.62), имеет вид:

$$W_{ек}(p) = \frac{1 - W_{тк}(p)W_2(p)}{1 + W_p(p)} - W_e(p)[1 - W_k(p)W_2(p)], \quad (8.65)$$

где $W_e(p)$ – передаточная функция ошибки замкнутого контура.

Разложим передаточную функцию ошибки комплексной системы (8.65) в степенной ряд:

$$W_{ек}(p) = C_{0к} + C_{1к}p + \frac{1}{2}C_{2к}p^2 + \dots + \frac{1}{k!}C_{кк}p^k. \quad (8.66)$$

Аналогичным образом представим и второй сомножитель выражения (8.65):

$$1 - W_k(p)W_2(p) = D_0 + D_1p + \frac{1}{2}D_2p^2 + \dots + \frac{1}{k!}D_kp^k. \quad (8.67)$$

Тогда передаточная функция ошибки комплексной системы с учетом выражения (7.8) примет вид:

$$C_{0к} + C_{1к}p + \frac{1}{2}C_{2к}p^2 + \dots + \frac{1}{k!}C_{кк}p^k = \left[C_0 + C_1p + \frac{1}{2}C_2p^2 + \dots + \frac{1}{k!}C_кp^k \right] \times \\ \times \left[D_0 + D_1p + \frac{1}{2}D_2p^2 + \dots + \frac{1}{k!}D_кp^k \right],$$

(8.68)

где C_i , $i = 0, 1, \dots, k$ – коэффициенты ошибок передаточной функции ошибки замкнутого контура системы.

Приравняв в последнем выражении слагаемые при одинаковых степенях p , найдём коэффициенты ошибок комплексной системы:

$$\begin{aligned} C_{0к} &= C_0D_0; \\ C_{1к} &= C_0D_1 + C_1D_0; \\ C_{2к} &= C_0D_2 + 2C_1D_1 + C_2D_0; \\ &\dots \end{aligned}$$

(8.69)

Из формул (8.69) следует, что необходимый порядок астатизма обеспечивается, если соответствующее число коэффициентов D_i (весовой коэффициент) равно нулю. Из этих условий и определяется выражение для передаточной функции компенсации комплексной системы.

Подставим выражения

$$W_2(p) = \frac{c_e p^e + c_{e-1} p^{e-1} + \dots + c_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0};$$

(8.70)

$$W_к(p) = \frac{\alpha_q p^q + \alpha_{q-1} p^{q-1} + \dots + \alpha_0}{\tau_q p^q + \tau_{q-1} p^{q-1} + \dots + \tau_0}$$

(8.71)

в формулу (8.67). Тогда для получения астатизма первого порядка необходимо, чтобы передаточная функция цепи компенсации была равна:

$$W_к(p) = \frac{\alpha}{\tau_0}.$$

(8.72)

Коэффициенты этой функции определим из условия:

$$D_0 = \frac{b_0 \tau_0 - \alpha_0 c_0}{b_0 \tau_0}.$$

(8.73)

Для получения астатизма второго порядка нужно, чтобы передаточная функция цепи компенсации была равна:

$$W_k(p) = \frac{\alpha_1 p + \alpha_0}{\tau_1 p + \tau_0}. \quad (8.74)$$

Коэффициенты функции найдём из условия (8.73) при

$$D_1 = \frac{b_1 \tau_0 + b_0 \tau_1 - \alpha_0 c_1 - \alpha_1 c_0}{b_0 \tau_0}. \quad (8.75)$$

При последовательном определении коэффициентов передаточной функции (8.71) одни коэффициенты, например τ_i , выбирают из условия обеспечения требуемых характеристик комплексной системы, а коэффициенты α_i вычисляют согласно равенству нулю соответствующих коэффициентов D_i .

Коэффициенты τ_i передаточной функции цепи компенсации определяют инерционность цепи компенсации. Для выяснения их влияния на частотные характеристики представим передаточную функцию комплексной системы в виде

$$W_{кз}(p) = W_3(p) \left[1 + \frac{W_k(p)}{W_1(p)} \right]. \quad (8.76)$$

Следовательно, наличие цепи компенсации в комплексной системе эквивалентно последовательному включению с замкнутым контуром корректирующего устройства с передаточной функцией:

$$W_{эк}(p) = 1 + \frac{W_k(p)}{W_1(p)}. \quad (8.77)$$

Из выражения (8.77) следует, что чем меньше инерционность цепи компенсации, тем больший опережающий эффект создаётся корректирующим устройством. При этом полоса пропускания комплексной системы РА относительно управляющего воздействия увеличивается.



Пример

Найти передаточную функцию цепи компенсации для системы автоматического сопровождения цели РЛС, рассмотренной в примере выше (п. 8.3), если

порядок астатизма в системе относительного воздействия, возникающего из-за колебаний летательного аппарата, равен двум.

Решение

Систему сформируем по схеме (рис. 8.12), в которой передаточные функции определяются выражениями:

$$W_1(p) = \frac{k_1(1 + pT_2)}{(1 + pT_{\pi})(1 + pT_{\text{фд}})(1 + pT_1)};$$

$$W_2(p) = \frac{c_1 p + c_0}{b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p},$$

где $k_1 = k_{\pi} k_{\text{фд}} k_{\text{кз}}$; $c_1 = k_y k_A k_2$; $c_0 = k_y k_A$; $b_3 = T_y T_M T_2$; $b_2 = T_y T_M + T_2 T_M$;
 $b_1 = T_y + T_M + T_2 + k_y k_0 k_A$.

Воздействие, возникающее из-за колебаний летательного аппарата, измеряется гироскопическим датчиком угловой скорости, сигнал с которого является входным сигналом цепи компенсации.

Замкнутый контур рассматриваемой системы имеет первый порядок астатизма, поэтому для получения в комплексной системе астатизма второго порядка необходимо, как это следует из формул (8.69), чтобы коэффициент D_0 в разложении (8.67) был равен нулю. Для этого нужно, чтобы передаточная функция цепи компенсации была реализована в соответствии с (8.74). Параметры цепи вычисляются из условия $\alpha_0 = 0$, $D_0 = \frac{b_1 \tau_0 - c_0 \alpha_1}{b_1 \tau_0} = 0$. Из последнего выражения находим, что $\alpha_1 = b_1 \tau_0 / c_0$. Пусть $\tau_1 = 0.01$ сек так, чтобы полоса пропускания системы относительно воздействия, возникающего из-за колебаний летательного аппарата, была больше полосы пропускания замкнутого контура. При расчётных значениях параметров системы автоматического сопровождения передаточная функция цепи компенсации будет

$$W_K = \frac{0.11p}{1 + 0.01p}.$$

Данная передаточная функция может быть реализована RC -цепью и усилителем с коэффициентом усиления, равным 11. Дальнейшее уменьшение коэффициента T_1 с целью большего расширения полосы пропускания нецелесообразно, что приводит к увеличению коэффициента усиления цепи компенсации.

На рисунке 8.13 показаны АЧХ замкнутого контура $|W_3(j\omega)|$ и комплексной системы $|W_{зк}(j\omega)|$, из которых видно, что введение цепи компенсации расширило полосу пропускания относительно воздействия, обусловленного колебаниями летательного аппарата, до 37 с^{-1} .

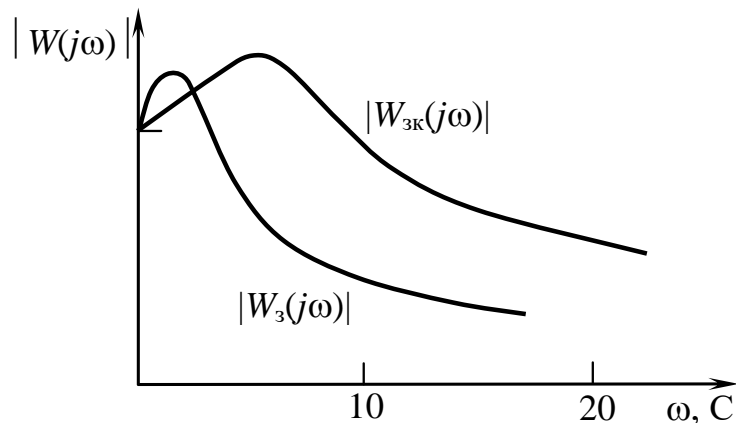


Рис. 8.13 – АЧХ комплексной системы РА



Контрольные вопросы по главе 8

1. Сформулируйте основную задачу проектирования системы радиоавтоматики.
2. В чем заключается суть метода динамического синтеза системы РА?
3. Сформулируйте требования, предъявляемые к корректирующим устройствам систем РА.
4. Перечислите способы включения корректирующих устройств.
5. Дайте определение понятиям «жёсткая» и «гибкая» обратная связь корректирующих устройств.
6. Дайте определения систем РА с неполной информацией о воздействиях.
7. Что такое робастные системы и каковы особенности их работы?

Заключение

Роль и значение теории автоматического управления устройствами и системами сложно переоценить, а вопросы исследования таких показателей качества и свойств, как точность работы, оценка запаса устойчивости в устройствах и системах, стоят на первом месте. Безусловно, вопросы, связанные с проблемами проектирования и синтеза систем радиоавтоматики по комплексу показателей качества, всегда будут играть главное и определяющее значение в создании практически всех систем радиоэлектронных систем.

Данное учебное пособие, предназначенное для самостоятельной подготовки студентов всех форм обучения, составленное с учетом требований образовательного стандарта, позволит ознакомиться с принципами работы систем радиоавтоматики, а также с основами проектирования и анализа показателей качества систем любой сложности. Все необходимые сведения могут быть полезны и при рассмотрении основ построения, анализа и оценки показателей качества цифровых систем контроля и управления сложными радиоэлектронными объектами.

Литература

1. Винер Н. Кибернетика / Н. Винер ; пер. с англ. И. В. Соловьева ; под ред. Г. Н. Поварова. – М. : Сов. радио, 1958. – 217 с.
2. Макаров И. М. Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчёта и справочный материал) : учеб. пособие для вузов / И. М. Макаров, Б. М. Менский. – М. : Машиностроение, 1977. – 464 с.
3. Коновалов Г. Ф. Радиоавтоматика : учебник для вузов по спец. «Радиотехника» / Г. Ф. Коновалов. – М. : Высш. шк., 1990. – 335 с.
4. Пушкарёв В. П. Радиоавтоматика : учеб. пособие / В. П. Пушкарёв, Д. Ю. Пелявин. – Томск : ТМЦ ДО, 2004. – 153 с.
5. Пушкарёв В. П. Устройства приёма и обработки сигналов : учеб. пособие / В. П. Пушкарёв. – Томск : ТМЦ ДО, 2004. – 200 с.
6. Пушкарёв В. П. Устройства приёма и обработки сигналов : учеб. метод. пособие по курсовому проектированию / В. П. Пушкарёв. – Томск : ТМЦ ДО, 2007. – 178 с.
7. Жаркой А. Г. Радиоавтоматика : руководство к лабораторным работам для студентов специальности 2301 / А. Г. Жаркой, В. И. Туев. – Томск : Ротапринт ТИАСУРа, 1988. – Ч. 2. – 27 с.
8. Коновалов Г. Ф. Системы автоматического управления с электромагнитными порошковыми муфтами / Г. Ф. Коновалов, О. В. Коноваленко. – М. : Машиностроение, 1976. – 156 с.

Основные сокращения и условные обозначения

A – антенна

АД – амплитудный детектор

АМ – амплитудная модуляция

АПЧ – автоматическая подстройка частоты

АРУ – автоматическая регулировка усиления

АЧХ – амплитудно-частотная характеристика

АЭ – активный элемент

ВАХ – вольт-амперная характеристика

ВАРУ – временная АРУ

ВД – временной дискриминатор

ВЛМ – волноводный мост

ВМ – временной модулятор

ВФХ – вольт-фарадная характеристика

Г – гетеродин

ГИ – генератор импульсов

ДАРУ – детектор системы АРУ

ЗИ – зондирующий импульс

ИД – импульсный детектор

КУ – корректирующее устройство

ЛАЧХ – логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

ЛВ – линия визирования

МОС – местная обратная связь

Н – нагрузка

НЗ – нелинейное звено

НЦ – направление на цель

ОИ – отражённые импульсы

ОУ – объект управления

П – приёмник
ПГ – перестраиваемый генератор
ПФ – передаточная функция
Р – редуктор
РА – радиоавтоматика
РГ – регулировочная характеристика
РЛС – радиолокационная станция
РСН – равносигнальное направление
РУ – регулируемый усилитель
СМ – смеситель
СУ – система управления
ТРЗ – типовое радиотехническое звено
У – усилитель
УАРУ – усилитель системы АРУ
УМ – угловая модуляция
УПТ – усилитель постоянного тока
УПЧ – усилитель промежуточной частоты
УРЧ – усилитель радиочастоты
УСМ – усилитель мощности
УУ – устройство управления
УЭ – управляемый элемент
Ф – резонансный фильтр
ФАП – фазовая автоподстройка
ФАПЧ – фазовая автоподстройка частоты
ФВ – фазовращатель
ФД – фазовый детектор
ФМ – фазовая модуляция
ФНЧ – фильтр нижних частот
ФУ – функциональное устройство
ФЧХ – фазочастотная характеристика

$ЧМ$ – частотная модуляция

$ЧД$ – частотный дискриминатор

\mathcal{E} – экстраполятор

$\mathcal{ЭГ}$ – эталонный генератор

$\mathcal{ЭД}$ – электрический двигатель

$Я$ – обмотка якоря электрического двигателя

u_d – напряжение на детекторе

k – коэффициент передачи типового радиотехнического звена

$k_{\text{уст}}$ – коэффициент усиления усилителя постоянного тока

α – крутизна регулировочной характеристики

u_3 – напряжение задержки

ω – круговая частота сигнала

$\Delta\omega$ – отклонение круговой частоты от центрального положения

F – циклическая частота

K – коэффициент передачи отдельного узла системы РА

$n(t)$ – флуктуационная составляющая напряжения

δ – коэффициент неустойчивости параметра

τ – длительность импульса

t – время

W – передаточная функция

$E(t)$ – амплитуда сигнала и принятого в момент времени t

e – сигнал рассогласования (ошибки)

$W(p)$ – передаточная функция по временной области

p – оператор Лапласа

T – постоянная времени типового радиотехнического звена

$\varphi(p)$ – преобразование Лапласа для угла отклонения якоря

$U(p)$ – преобразование Лапласа для отклонения напряжения

$\Lambda(\omega)$ – логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

$W(j\omega)$ – передаточная характеристика в частотной области

$X(p)$ – входное воздействие по Лапласу

$x(t)$ – оригинал входного воздействия

$y(t)$ – оригинал выходной (регулируемой) величины по Лапласу

$Y(p)$ – выходная (регулируемая) величина по Лапласу

z – задающее воздействие

$h(t)$ – переходная характеристика системы или ее части

Глоссарий

Автоматизированное управление – процесс воздействия на объект с участием человека (оператора).

Автоматическая подстройка частоты – устройство, предназначенное для стабилизации частоты по сигналу высокостабильного эталонного генератора.

Автоматическое регулирование – поддержание постоянной или изменение по заданному закону некоторой величины, характеризующей процесс, осуществляемое при помощи измерения, состояния объекта или действующих на него возмущений и воздействия на регулирующий орган объекта.

Автоматическое управление – совокупности воздействий, выбранных из множества возможных на основании определенной информации и направленных на поддержание или улучшение функционирования управляемого объекта в соответствии с целью управления.

Автоматическое управление – процесс воздействия на объект управления без вмешательства человека.

Астатическая система – свойство системы, при которых ошибка управления в установившемся режиме равна нулю.

Воздействие – внешние влияние на объект управления.

Временной дискриминатор – устройство измерения временных рассогласований между отражёнными от цели и зондирующими импульсами и преобразования рассогласования в пропорциональное значение напряжения.

Длительность переходного процесса – интервал времени с момента подачи сигнала до момента времени, когда выходной сигнал будет отличаться от его установившего значения не более чем на 5%.

Замкнутая система управления – система, качество работы которой определяется выходной (регулируемой) величиной.

Запас устойчивости – параметр системы в диапазоне изменения значений от номинального до критического.

Колебательность переходного процесса – отношение соседних перерегулирований (максимумов переходной характеристики), характеризует время до установившегося процесса системы РА.

Комбинированная система управления – система, качество работы которой определяется выходной (регулируемой) величиной и задающим воздействием.

Критерий устойчивости Гурвица – алгебраический метод расчета условий устойчивости системы на основе матричного анализа.

Объект управления (регулирования) – часть системы управления, на которую направлено воздействие с целью получения заданных показателей качества.

Передаточная функция – передаточные свойства системы или ее части в частотной области.

Перерегулирование – отношение разности между максимальным значением выходного сигнала в переходном процессе и установившимся значением к установившемуся значению.

Переходная функция – передаточные свойства системы или ее части во временной области.

Полоса пропускания – диапазон частот, в котором изменение амплитудно-частотной характеристики системы или ее части не превышает 3 дБ.

Радиолокационная станция – радиотехническое устройство, предназначенное для определения местоположения исследуемого объекта.

Радионавигационная система – система, предназначенная для определения местоположения объекта в пространстве.

Разомкнутая система управления – система, качество работы которой определяется задающим или возмущающим воздействиями, а выходная (регулируемая) величина не изменяется.

Регулировочная характеристика – зависимость управляемого параметра исполнительного устройства от управляющего воздействия.

Резонансная частота – частота, соответствующая максимуму АЧХ системы или ее части.

Робастная система – система РА, имеющая одно из двух возможных состояний «включено» или «выключено».

Система автоматического сопровождения цели РЛС – радиотехническая система, обеспечивающая непрерывный контроль местоположения наблюдаемого объекта.

Система измерения дальности РЛС – система, предназначенная для измерения дальности до выбранной цели.

Статическая система РА – свойство системы, при котором ошибка управления в установившемся режиме не равна нулю.

Структурная схема – графическое изображение элемента или системы, позволяющее составить математическое описание поведения, при этом отдельные звенья представляются в виде простейшей математической операции для каждого звена системы.

Типовое радиотехническое звено – математическая модель, описывающая простейшие передаточные свойства части системы РА.

Угловой дискриминатор (пеленгатор) – устройство, предназначенное для измерения рассогласования между продольной осью антенны РЛС и направлением на движущуюся цель и преобразования этого рассогласования в электрическое напряжение.

Управляющее воздействие – воздействие, вырабатываемое управляющим устройством или задаваемое человеком.

Устойчивость системы – свойство системы автоматического управления, без которого она неработоспособна.

Устойчивость системы РА – качественное свойство системы автоматического управления, без которого она неработоспособна.

Устройство управления – часть системы, на которое направлено управляющее воздействие.

Фазовый детектор – устройство, предназначенное для преобразования разности фаз двух синусоидальных колебаний одинаковой частоты в напряжение.

Формирующий фильтр – устройство, позволяющее генерировать случайный сигнал с заданной спектральной плотностью из сигнала белого шума.

Функциональная схема – графическое изображение элемента или системы, описывающее состав системы и поясняющее принцип взаимодействия между собой отдельных составляющих системы.

Частотные критерии устойчивости – метод расчета условий устойчивости системы на основе частотной зависимости комплексного коэффициента передачи системы РА.

Частотный дискриминатор – устройство, предназначенное для преобразования частоты в выходное напряжение.