

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
(ТУСУР)

Кафедра физики

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой физики
_____ Е.М. Окс

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА АТОМА ВОДОРОДА

Руководство к лабораторной работе по физике для
студентов
всех специальностей

Нормоконтролер

_____ 2011 г.

Разработчики
Доценты кафедры физики
_____ А.Н. Захаров
_____ 2011 г.

1

_____ А.М. Кириллов
_____ 2011 г.

ВВЕДЕНИЕ

Атом водорода представляет простую систему, удобную объектом для рассмотрения основных положений квантовой механики.

Экспериментально установлено, что спектр излучения водорода имеет линейчатый характер. Длины волн λ спектральных линий атомов водорода описываются обобщенной формулой Бальмера

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (1.1)$$

где $m, n=1, 2, 3, \dots, n>m$, R – постоянная Ридберга.

Спектральные линии группируются в серии. Каждой серии приписывается определенное значение m .

Серию линий для $m=1$ и $n>1$ называют серией Лаймана. Линии этой серии расположены в ультрафиолетовой области спектра. При $m=2$ различные значения n дают серию линий, расположенных в видимой области спектра. Эту серию называют серией Бальмера. Линии остальных серий (для $m=3, 4, \dots$) лежат в инфракрасной области, их называют, соответственно, сериями Пашена, Брэкета и т.д.

Настоящая работа посвящена изучению спектра излучения атомов водорода, экспериментальному

определению постоянной Ридберга, реконструкции части энергетической диаграммы атома водорода.

2 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Атом водорода представляет систему из двух частиц (протон и электрон), потенциальная энергия взаимодействия которых

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (2.1)$$

где e – заряд электрона; ϵ_0 – электрическая постоянная; r – расстояние между протоном и электроном.

Масса ядра (протона) много больше массы электрона, поэтому приближенно ядро можно считать покоящимся и рассматривать движение электрона в силовом поле неподвижного ядра.

Одной из основных характеристик квантовой системы является волновая функция ψ . Она задает состояние системы. С ее помощью можно найти средние значения физических величин, наблюдаемых для системы. Волновая функция ψ (без учета спина электрона) находится из стационарного уравнения Шредингера

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U] \psi = 0, \quad (2.2)$$

где ∇^2 - оператор Лапласа; m – масса электрона; $\hbar = h/2\pi$ - постоянная Планка; U – потенциальная энергия (2.1) и E – полная энергия электрона в атоме.

Поле ядра является центрально-симметричным (2.1), поэтому оператор Лапласа представляем в сферических координатах

$$\nabla^2 = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\nabla_{\theta, \varphi}^2}{r^2}, \quad (2.3)$$

$$\nabla_{\theta, \varphi}^2 = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}. \quad (2.4)$$

В соответствии с интерпретацией волновой функции квадрат модуля волновой функции

$$\rho = |\psi|^2 \quad (2.5)$$

дает плотность вероятности нахождения электрона в различных точках пространства. Волновая функция должна удовлетворять стандартным условиям, т.е. она и ее первая производная должны быть конечны, однозначны и непрерывны.

Из-за центральной симметрии силового поля волновая функция ψ может быть записана в виде произведения двух функций, зависящих от разных переменных

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r)Y(\theta, \varphi), \quad (2.6)$$

где $R(r)$ и $Y(\theta, \varphi)$ - радиальная и угловая части волновой функции, соответственно.

Решения уравнения Шредингера (2.2), удовлетворяющие стандартным условиям, существуют только при определенных дискретных значениях энергии электрона, называемых собственными значениями:

$$E_n = -\frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (2.7)$$

Уровни энергии E_n зависят от главного квантового числа n , которое принимает значения $n=1, 2, 3, \dots$. С ростом n расстояние между соседними энергетическими уровнями уменьшается. При $n \rightarrow \infty$ энергия уровня стремится к предельному значению $E=0$, с которого начинается непрерывный спектр $E \geq 0$ электрона, не связанного с ядром.

Спектр энергии в атоме водорода, полученный в квантовой теории (2.7), совпадает с предсказанным в

модели Бора и согласуется с экспериментальными данными.

Соответствующие энергиям E_n собственные функции

$$\psi_{nlm} = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (2.8)$$

задают стационарные состояния электрона в атоме водорода и зависят от квантовых чисел n , l и m .

Орбитальное квантовое число l при определенном n может принимать значения $l=0, 1, 2, \dots, n-1$. Магнитное квантовое число при данном l принимает значения $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$.

Квадрату момента импульса и проекции момента импульса на некоторое направление z в квантовой механике сопоставляются, соответственно, операторы

$$\widehat{L}^2 = -\hbar^2 \nabla_{\theta, \varphi}^2, \quad (2.9)$$

$$\widehat{L}_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \varphi}. \quad (2.10)$$

Собственные значения операторов \widehat{L}^2 и \widehat{L}_z определяются орбитальным l и магнитным m квантовыми числами:

$$L^2 = \hbar^2 l(l+1), \quad (2.11)$$

$$L_z = \hbar m. \quad (2.12)$$

Общими собственными функциями операторов \widehat{L}^2 и \widehat{L}_z являются сферические функции $Y_{lm}(\theta, \varphi)$, зависящие от квантовых чисел l и m .

Каждое состояние движения электрона в центрально-симметричном поле связано с определенным значением энергии (2.7), момента импульса (2.11) и проекции момента импульса (2.12) электрона в атоме водорода.

Каждому энергетическому уровню E_n при $n \neq 1$ отвечает несколько состояний, задаваемых функциями ψ_{nlm} и различающихся величинами модуля момента импульса (2.11) и проекции момента импульса (2.12). Число этих состояний называют кратностью вырождения данного энергетического уровня.

Состояние электрона с орбитальным квантовым числом $l=0$ называют s -состоянием и находящийся в нем электрон – s -электроном. Состояние с $l=1$ называют p -состоянием, с $l=2$ – d -состоянием и далее f -, g -, h -, ...состояния. Электрон, находящийся в состоянии с $n=2$ и $l=1$ обозначают $2p$ и т.д.

Схема энергетических уровней атома водорода показана на рис.2.1. По вертикальной оси отложены энергии (2.7) и по горизонтали указаны состояния с различными значениями момента импульса, т.е. квантового числа l .

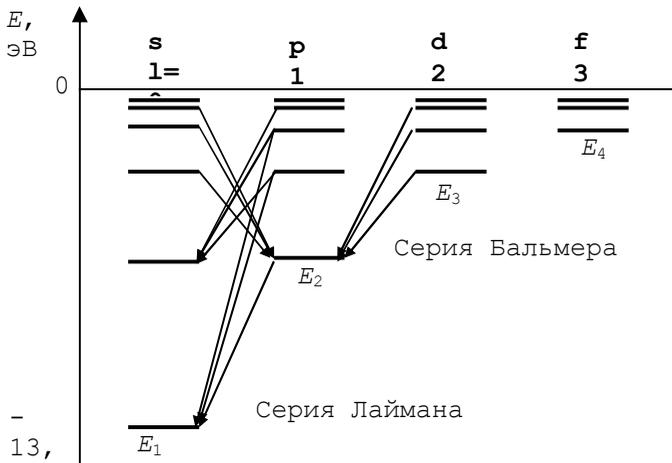


Рис.2.1 – Схема энергетических уровней атома водорода

Состояние $1s$ называют основным. Ему отвечает наименьший разрешенный энергетический уровень $E_1 = -13,6$ эВ, также называемый основным. Все другие состояния и энергетические уровни называются возбужденными.

Величина $|E_1|$ является энергией ионизации атома водорода.

Волновая функция электрона в основном состоянии $1s$ является сферически-симметричной и имеет вид

$$\psi_{100} = Ae^{-\frac{r}{r_0}}, \quad (2.13)$$

$r_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} \approx 53$ пм и A – нормировочная постоянная.

Вероятность нахождения электрона в шаровом слое от r до $r+dr$ равна объему этого слоя $4\pi r^2 dr$, умноженному на $|\psi_{100}|^2$. Плотность вероятности нахождения электрона на расстоянии r от ядра

$$\rho_r = 4\pi A^2 r^2 e^{-\frac{2r}{r_0}} \quad (2.14)$$

достигает максимума при $r=r_0$.

Величина r_0 , имеющая размерность длины, совпадает с величиной радиуса первой боровской орбиты. Следовательно, в квантовой механике радиус первой боровской орбиты интерпретируется как расстояние от ядра, на котором вероятность обнаружения электрона максимальна.

Испускание и поглощение света происходит при переходе электрона с одного уровня на другой. Длины волн

излучения можно получить, если учесть, что энергия испущенного фотона должна быть равна разности энергий двух уровней атома:

$$\hbar\omega = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} = E_n - E_m = \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2.15)$$

где ω - круговая частота; c - скорость света; $m, n = 1, 2, 3, \dots$ при $n > m$.

Из (2.15) следует обобщенная формула Бальмера

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (2.16)$$

Теоретическое значение постоянной Ридберга

$$R = \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 4\hbar^3 \pi c} \quad (2.17)$$

удовлетворительно согласуется с опытом.

Фотон имеет собственный момент импульса (спин), равный \hbar . Из закона сохранения момента импульса при испускании и поглощении света атомом для орбитального квантового числа l возникает правило отбора

$$\Delta l = \pm 1. \quad (2.18)$$

В видимой части спектра атома водорода лежит серия Бальмера, связанная с переходами $np \rightarrow 2s$, $ns \rightarrow 2p$,

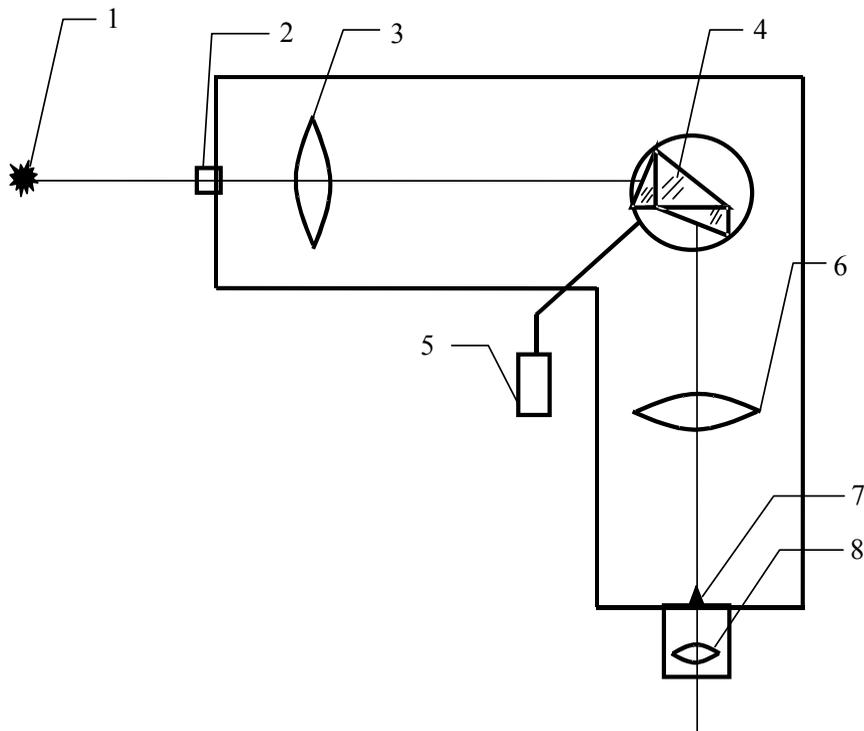
$nd \rightarrow 2p$, где $n=3, 4, \dots$ (рис. 2.1). Наиболее яркие линии – красная ($n=3$), голубая ($n=4$) и две фиолетовые ($n=5, 6$).

3 ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Для изучения спектра атома водорода используется спектроскоп на основе призмленного монохроматора УМ-2. Схема экспериментальной установки приведена на рис.3.1.

Свет от источника 1 через входную щель 2 и объектив 3 параллельным пучком падает на спектральную призму с высокой дисперсией 4. Призмой свет разлагается в спектр и через объектив 6 направляется в окуляр 8. При повороте призмы в центре поля зрения появляются различные участки спектра. Призму поворачивают при помощи барабана 5, на которой нанесена шкала в градусах. Вращением барабана спектральную линию подводят к стрелке указателя 7, расположенного в окуляре, и фиксируют отсчет по шкале барабана.

Источником света в данной работе являются газоразрядная водородная трубка и ртутная лампа высокого давления ДРШ-250-3.



- 1 – источник света, 2 – входная щель спектрографа,
 3 – входной объектив, 4 – сложная спектральная призма,
 5 – микрометрический винт с отсчетным барабаном,
 6 – входной объектив, 7 – указатель, 8 - окуляр

Рис.3.1 Схема экспериментальной установки

4 ЗАДАНИЕ

4.1 Проградуировать спектроскоп, построить градуировочный график $\varphi(\lambda)$.

4.2 Измерить длины волн спектральных линий спектра излучения атомарного водорода. Рассчитать постоянную Ридберга и оценить ее погрешность.

4.3 Используя экспериментальные данные, построить фрагмент энергетической диаграммы атома водорода, указать переходы, наблюдаемые в эксперименте.

5 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

5.1 Градуировка спектроскопа.

5.1.1 Установить перед входной щелью спектроскопа на расстоянии 30-40 см ртутную лампу. Включить блок питания ртутной лампы тумблерами «СЕТЬ» и «ЛАМПА ДРШ». Зажечь ртутную лампу, нажимая несколько раз на кнопку «ПУСК», и дать разогреться лампе в течение 3-5 минут. Изменяя ширину входной щели и перемещая окуляр, добиться, чтобы спектральные линии, видимые через окуляр, были тонкие и резкие.

5.1.2 Измерить значения угла поворота барабана для различных линий спектра ртути, совмещая последовательно линии со стрелкой указателя в окуляре.

Подводить линии к указателю следует только с одной стороны, чтобы уменьшить погрешность за счет люфта барабана. Данные занести в таблицу 5.1.

Таблица 5.1 Данные градуировки спектроскопа по спектру ртути

Линия (цвет)	φ , град	λ , нм
1 фиолетовая 1		404.7
2 фиолетовая 2		407.8
3 синяя		435.8
4 голубая		491.6
5 зеленая		546.1
6 желтая 1		577.0
7 желтая 2		579.1
8 красная 1		623.4
9 красная 2		690.7

5.1.3 Построить градуировочный график $\varphi(\lambda)$.

5.2 Исследование спектра излучения атома водорода.

5.2.1 Заменить ртутную лампу водородной газоразрядной трубкой. Включить блок питания газоразрядной трубки и зажечь трубку.

5.2.2 Измерить значение угла поворота барабана для различных линий спектра водорода. Используя градуировочный график, определить значения длин волн четырех линий спектра водорода. Данные занести в таблицу 5.2.

Таблица 5.2 Экспериментальные данные спектра атома водорода

Линия (цвет)	φ , град	λ , нм
1 фиолетовая 1		
2 фиолетовая 2		
3 голубая		
4 красная		

5.3 Обработка результатов.

5.3.1 Проверить справедливость формулы Бальмера, построив зависимость

$$\frac{1}{\lambda} = f\left(\frac{1}{n^2}\right). \quad (5.1)$$

5.3.2 Определить постоянную Ридберга одним из двух способов (по указанию преподавателя):

- из графика найти угловой коэффициент линейной

зависимости $\frac{1}{\lambda} = f\left(\frac{1}{n^2}\right)$

$$R = \Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right) / \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right); \quad (5.2)$$

- вычислить R для четырех линий спектра атома водорода и найти среднее значение.

Оценить погрешность R . Сравнить полученное значение R с табличным.

5.3.3 Используя полученные из опыта значения длин волн, построить фрагмент энергетического спектра атома водорода, связанный с переходами, отвечающими серии Бальмера. Указать переходы, наблюдаемые в опыте.

6 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 6.1 Объяснить принцип действия призмного спектроскопа.
- 6.2 В чем заключается градуировка спектроскопа?
- 6.3 Как задают состояние электрона в атоме водорода в квантовой механике?
- 6.4 Какой смысл имеет квадрат модуля волновой функции?

- 6.5 Записать стационарное уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода.
- 6.6 Привести все возможные состояния для электрона в атоме водорода с $n=3$.
- 6.7 Что называют энергией ионизации атома водорода?
- 6.8 Доказать, что плотность вероятности нахождения электрона на расстоянии равном боровскому радиусу является максимальной.
- 6.9 Какому правилу отбора подчиняется орбитальное квантовое число и почему?
- 6.10 Указать типы переходов для серий Лаймана и Пашена.
- 6.11 Найти коротковолновую и длинноволновую границы (λ_1 и λ_∞) для серий Лаймана, Бальмера, Пашена.

7 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 7.1 Савельев И.В. Курс общей физики: Учебное пособие для вузов в 5 книгах. Кн.5 Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – М.: Наука. Физматлит, 1998. – 368 с.

7.2 Сивухин Д.В. Атомная и ядерная физика: Учебное пособие в 2-х книгах. Ч.1. Атомная физика. – М.: Наука. – 1986. – 416 с.

7.3 Лабораторный практикум по физике: Учебное пособие для студентов вузов. Алексеев Б.Ф., Барсуков К.А., Войцеховская Н.А. и др. – М.: Высшая школа, 1988. – 351 с.

7.4 Мухачев В.А. Оценка погрешностей измерений. Методические указания. – Томск: Томский институт АСУ и радиоэлектроники, 2004. – 21 с.