

Федеральное агентство по образованию

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ  
(ТУСУР)

Кафедра физики

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой физики

\_\_\_\_\_ Е.М. Окс  
\_\_\_\_\_

ТУННЕЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ  
В ВЫРОЖДЕННОМ  $p-n$  – ПЕРЕХОДЕ

Руководство к лабораторной работе по физике для  
студентов всех специальностей

Разработчики

Доцент кафедры физики

\_\_\_\_\_ А.В. Лячин

\_\_\_\_\_ 2009 г.

Доцент кафедры физики

\_\_\_\_\_ М.В. Федоров

\_\_\_\_\_ 2009 г.

2009

## ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является изучение элементов теории туннельного эффекта и исследование его проявлений в туннельном диоде.

## 1 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

### 1.1 Туннельный эффект

В классической механике частица, налетая на потенциальный барьер, преодолевает его, если её энергия достаточно велика. В противном случае она отражается от барьера. В квантовой механике ситуация обстоит несколько иначе.

Рассмотрим графики потенциальной энергии  $U(x)$ , изображённые жирными линиями на рис. 1.1. Если  $U(x)$  обращается в нуль в области отрицательных значений аргумента и равна постоянной величине  $U_0$  для  $x \geq 0$ , то мы имеем дело с *потенциальным порогом* (рис. 1.1, а).

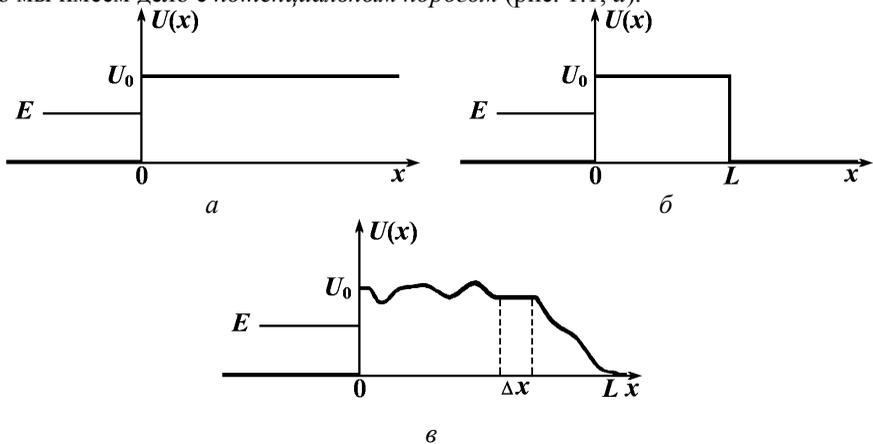


Рисунок 1.1. а) Потенциальный порог; б) прямоугольный потенциальный барьер; в) потенциальный барьер произвольной формы

*Потенциальный барьер*, в отличие от потенциального порога, имеет конечную ширину. Его график изображён на рис. 1.1, б. Потенциальная энергия равна своему пороговому значению  $U_0$  внутри промежутка  $[0, L]$ , а снаружи обращается в нуль. Энергия налетающей частицы  $E$  отмечена на рис. 1.1 тонкой линией.

В *квантовой механике* частица может быть обнаружена и в области, запрещённой для классического движения. Принципиальное отличие квантовомеханического решения от классического состоит в том, что в классической физике частица *локализована*, а в квантовой механике – нет. В

классической физике говорят об энергии и состоянии частицы, когда она находится в определённом месте пространства. Решение, даваемое квантовой механикой – волна – есть понятие, относящееся ко всему пространству. Согласно соотношению неопределённостей Гейзенберга, когда неопределённость координаты  $\Delta x$  бесконечно велика, неопределённость импульса  $\Delta p$  для каждой волны обращается в нуль. Импульс частицы  $p$  в этом случае, определяемый из соотношения  $E = p^2/2m + U(x)$ , будет в области внутри барьера ( $E < U(x)$ ) мнимой величиной. Хотя вероятность обнаружения частицы экспоненциально уменьшается по мере удаления от порога, тем не менее, в точке  $x = L$  она имеет некоторое отличное от нуля значение. Следовательно, частица может проникнуть сквозь потенциальный барьер. Такое явление называют «*туннельным эффектом*».

Другими словами, даже при  $E > U_0$  имеется отличная от нуля вероятность того, что микрочастица «отразится» от барьера и «полетит» в обратную сторону. А при  $E < U_0$  имеется отличная от нуля вероятность того, что микрочастица проникнет («туннелирует») сквозь барьер и окажется в области  $x > L$ .

Вероятность туннелирования принято характеризовать *коэффициентом прозрачности барьера*  $D$ . Величина  $D$  может быть найдена при решении основного уравнения квантовой механики – уравнения Шрёдингера, которое для стационарных состояний в одномерном случае имеет вид:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(x)]\psi(x) = 0, \quad (1.1)$$

где  $\psi(x)$  – волновая функция микрочастицы.

Расчёты показывают, что в случае потенциального барьера произвольной формы (рис. 1.1, в) коэффициент прозрачности равен:

$$D \cong \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m[U(x) - E]} dx\right]. \quad (1.2)$$

В частном случае барьера прямоугольной формы:

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < x_1 \\ U_0, & x_1 < x < x_2, \\ 0, & x > x_2 \end{cases}, \quad (1.3)$$

интеграл в (1.2) легко берётся, и выражение для  $D$  упрощается:

$$D \cong \exp\left[-\frac{2}{\hbar}(x_2 - x_1)\sqrt{2m[U_0 - E]}\right]. \quad (1.4)$$

Из выражения (1.4) видно, что вероятность прохождения частицы сквозь

потенциальный барьер сильно зависит от ширины барьера ( $x_2 - x_1$ ) и от его превышения над энергией налетающей частицы  $E$ , т.е. от  $U_0 - E$ . Коэффициент прозрачности резко уменьшается при увеличении массы частицы  $m$ .

Подставляя в (1.4) численные значения параметров, нетрудно показать, что эффект туннелирования может наблюдаться лишь для очень малых толщин и высот барьера:  $x_2 - x_1 \leq 10^{-8}$  м,  $U_0 - E \leq 1$  эВ, и масс частиц  $m \leq 10^{-31}$  кг.

## 1.2 Туннельный диод

Эффект туннелирования электронов сквозь тонкий потенциальный барьер на границе двух вырожденных полупроводников  $n$ - и  $p$ - типа лежит в основе работы специальных типов полупроводниковых приборов – *туннельных диодов* (ТД).

Туннельные диоды представляют собой плоскостные диоды с высоко легированными  $n$ - и  $p$ -областями. В обычных диодах применяются полупроводники, содержащие концентрацию легирующих атомов не более  $10^{23} \text{ м}^{-3}$  (невырожденный полупроводник). Полупроводники, идущие на изготовление туннельных диодов, содержат большую концентрацию ( $\sim 10^{24} \div 10^{26} \text{ м}^{-3}$ ) доноров и акцепторов (вырожденный полупроводник). Из-за большой концентрации легирующей примеси донорные и акцепторные уровни образуют не один узкий энергетический уровень, а целую зону. Каждая такая зона из-за близости к разрешённой энергетической зоне основных атомов кристалла сливается с ней. Донорные уровни перекрываются с зоной проводимости  $n$ -области, а акцепторные уровни перекрываются с валентной зоной  $p$ -области. За счет этого уменьшается ширина запрещенной зоны. Толщина  $p$ - $n$  – перехода оказывается малой (единицы нанометров) за счет высокой концентрации легирующих примесей.

При слиянии примесных и основных энергетических зон уровень Ферми  $E_F$  располагается внутри соответствующей разрешённой зоны: в  $p$ -области на некотором расстоянии ниже потолка  $E'_V$  валентной зоны, а в  $n$ -области выше дна  $E_C$  зоны проводимости. В результате этого при контакте  $n$ - и  $p$ -областей дно  $E_C$  зоны проводимости  $n$ -области оказывается ниже потолка  $E'_V$  валентной зоны  $p$ -области, и электроны в  $n$ - и  $p$ -областях оказываются разделёнными потенциальным барьером, высота которого определяется разностью энергий  $E_C - E_F$ , а ширина – толщиной  $p$ - $n$  – перехода (рис. 1.2, а).

Часть электронов в зоне проводимости полупроводника  $n$ -типа располагается на уровнях с энергиями, равными энергиям электронов в валентной зоне полупроводника  $p$ -типа. Аналогично часть электронов в валентной зоне  $p$ -области располагается на уровнях с энергиями, равными энергиям уровней в зоне проводимости  $n$ -области полупроводника. Небольшая ширина  $p$ - $n$  – перехода делает возможным проникновение электронов через этот переход благодаря туннельному эффекту. Но

небольшая ширина является недостаточным условием для протекания тока. Нужно, чтобы против занятого электронами энергетического уровня по одну сторону  $p$ - $n$  – перехода был свободный уровень по другую его сторону.

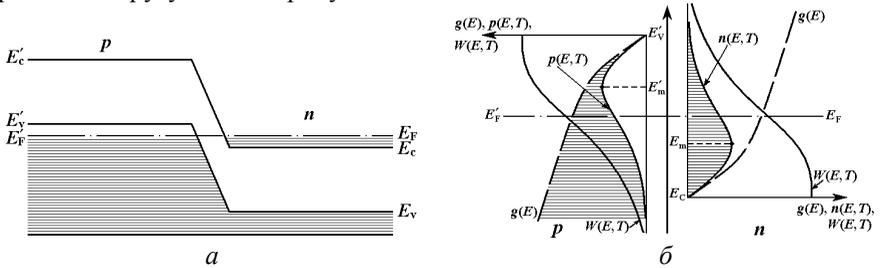


Рисунок 1.2. Энергетическая диаграмма: а) вырожденного  $p$ - $n$  – перехода; б) та же диаграмма в увеличенном масштабе

Для того, чтобы разобраться в том, как выполняется это последнее условие, рассмотрим распределение электронов по энергетическим уровням в вырожденном полупроводнике. Для определённости рассмотрим полупроводник  $n$ -типа. Концентрация электронов на энергетическом уровне  $E$  при температуре  $T$  может быть вычислена как

$$n(E, T) = g(E) \cdot W(E, T), \quad (1.5)$$

где  $g(E)$  – плотность энергетических состояний,  $W(E, T)$  – вероятность заполнения электронами уровня с энергией  $E$  при температуре  $T$ . С хорошей точностью  $g(E)$  может быть записана в виде

$$g(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} (E - E_C)^{1/2}. \quad (1.6)$$

Из (1.6) следует, что вблизи дна зоны проводимости энергетические уровни расположены реже, чем в её верхней части.

Вероятность  $W(E, T)$  определяется функцией Ферми–Дирака

$$W(E, T) = \frac{1}{\exp\left[\frac{E - E_F}{kT} + 1\right]}, \quad (1.7)$$

поскольку, как уже отмечалось, в силу большой концентрации примесей электронный газ в полупроводнике вырожден.

Аналогичные результаты справедливы и для материала  $p$ -типа, с тем отличием, что энергия отсчитывается от потолка  $E'_V$  валентной зоны в сторону убывания (рис. 1.2, б). По оси ординат на рис. 1.2, б отложена энергия  $E$  электронов в полупроводнике. По оси абсцисс отложены величины:  $g(E)$ ,  $W(E, T)$ ,  $n(E, T)$  или  $p(E, T)$  (концентрация дырок – свободных уровней в полупроводнике  $p$ -типа).

В условиях равновесия (как показано на рис. 1.2) уровни Ферми в  $n$ - и  $p$ -областях совпадают. Следовательно, электроны с одинаковой вероятностью могут переходить из зоны проводимости полупроводника  $n$ -типа на свободные энергетические уровни в валентной зоне полупроводника  $p$ -типа (т.е. *переход электронов в прямом направлении*) и наоборот (*обратный переход*). Действительно, против уровней, на которых концентрация электронов по одну сторону  $p$ - $n$  – перехода велика, мало свободных уровней по другую сторону перехода, и наоборот, против уровней, на которых концентрация электронов невелика, находится много свободных уровней.

Равная вероятность перехода электронов через  $p$ - $n$  – переход слева направо и справа налево, как и следовало ожидать, ведёт к тому, что при условии равновесия, т.е. когда на туннельный диод не подано никакого напряжения, ток через  $p$ - $n$  – переход равен нулю.

### 1.3 Вольт-амперная характеристика туннельного диода

Рассмотрим протекание туннельного тока через диод при приложении к нему напряжения. Типичная вольт-амперная характеристика (ВАХ) туннельного диода показана на рис. 1.3.

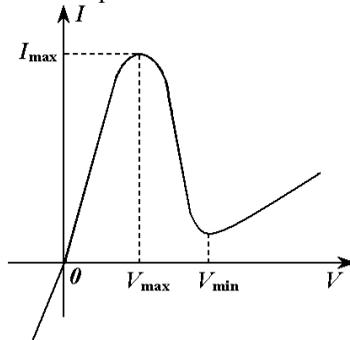


Рисунок 1.3. Вольт-амперная характеристика туннельного диода

Особенностью этой характеристики является наличие на ней участка, на котором происходит уменьшение тока через диод при возрастании приложенного напряжения. Этот участок принято называть участком отрицательного сопротивления (ОС). При этом подразумевается, что для обычного («положительного») сопротивления характерно возрастание тока при увеличении прикладываемого напряжения. Наличие участка отрицательного сопротивления в ВАХ туннельных диодов даёт возможность использовать их для усиления и генерации слабых сигналов, в схемах переключения (постоянная времени – десятые доли наносекунд), в качестве логических элементов (1 – 0). Малые размеры, малые напряжения и малые потребляемые мощности позволяют широко использовать туннельные диоды в вычислительной технике.

Объяснить появление на ВАХ участка ОС можно с помощью энергетических диаграмм, приведённых на рис. 1.4. Если к  $p-n$  – переходу приложить напряжения в прямом направлении («минус» к  $n$ -области, а «плюс» к  $p$ -области), то высота потенциального барьера будет уменьшаться, поскольку потолок  $E'_v$  валентной зоны полупроводника  $p$ -типа и дно  $E_c$  зоны проводимости  $n$ -области сближаются. Количество электронов, туннелирующих из  $n$ -области диода в  $p$ -область, станет больше, чем переходящих в обратном направлении, т.к. заполненные состояния зоны проводимости  $n$ -области (лежащие выше уровня Ферми  $p$ -области) окажутся против незаполненных состояний валентной зоны  $p$ -области. Соответственно ток в прямом направлении (*прямой ток*) начинает расти. Когда дно зоны проводимости  $n$ -области окажется на одной горизонтали с уровнем Ферми  $p$ -области туннельный ток достигнет максимума  $I_{\max}$  (рис. 1.4, *а*). Это объясняется тем, что против уровней с наибольшей концентрацией электронов ( $E_m$ ) справа расположится максимальное количество уровней ( $E'_m$ ) слева, способных принять электроны (т.е. вероятность перехода электронов из  $n$ - в  $p$ -область максимальна). Это происходит при напряжении  $V_{\max}$ , приложенном к диоду (рис. 1.3).

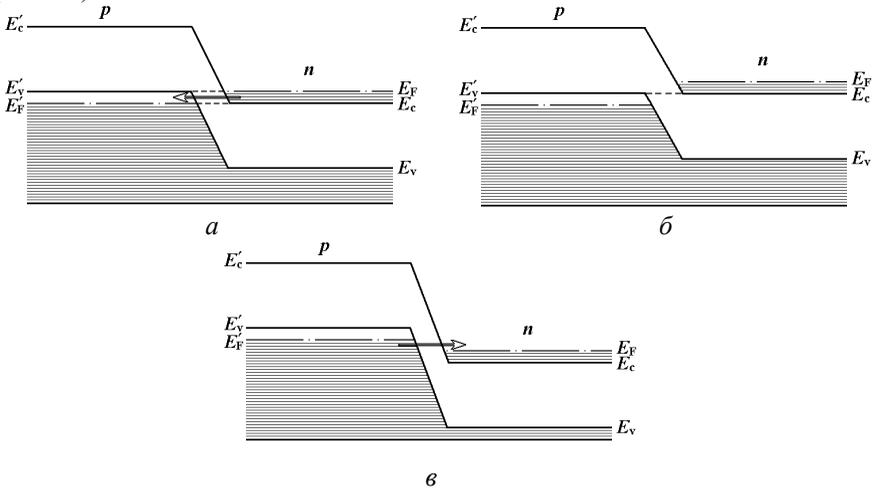


Рисунок 1.4. Энергетические диаграммы вырожденного  $p-n$  – перехода при приложении напряжения: *а, б* – в прямом направлении; *в* – в обратном направлении

Дальнейшее увеличение прямого смещения приводит к уменьшению туннельного тока (спадающий участок вольт-амперной характеристики на рис. 1.3), так как число занятых состояний в зоне проводимости  $n$ -области, лежащих против свободных состояний в валентной зоне  $p$ -области становится меньше из-за того, что значительная часть их оказывается против

запрещённой зоны  $p$ -области. Наконец, при таком напряжении ( $V_{\min}$ ), при котором исчезает перекрытие зон (рис. 1.4, б), т.е. положение дна  $E_C$  зоны проводимости  $n$ -области совпадает с положением потолка  $E'_V$  валентной зоны  $p$ -области, туннельные переходы прекратятся и ток достигнет минимума.

Последующее увеличение прямого смещения приводит к заметной *инжекции*, т.е. к проникновению электронов в  $p$ -область и дырок в  $n$ -область. Инжекционный ток через  $p$ - $n$  – переход обусловлен надбарьерным переходом основных носителей заряда, как в обычных диодах. Т.е. появляется обычный ток через  $p$ - $n$  – переход, включенный в пропускном направлении. Этот ток возрастает с увеличением напряжения по экспоненциальному закону.

При подаче отрицательного смещения на  $p$ - $n$  – переход («плюс» на  $n$ -тип, а «минус» на  $p$ -тип) перекрытие валентной зоны  $p$ -области и зоны проводимости  $n$ -области увеличивается. Заполненные состояния валентной зоны  $p$ -области окажутся лежащими против свободных состояний зоны проводимости  $n$ -области (рис. 1.4, в). Вследствие этого количество туннельных переходов слева направо превысит количество переходов справа налево и ток возрастёт. Чем больше будет величина обратного смещения, тем значительней будет перекрытие зон и тем больше будет обратный ток. Потому обратная ветвь ВАХ представляет собой линейную зависимость  $I(V)$ .

Такие качественные соображения позволяют объяснить ход вольт-амперной характеристики туннельного диода на рис. 1.3.

Теория туннельного диода позволяет связать такие параметры вольт-амперной характеристики, как ток в максимуме  $I_{\max}$ , и напряжения  $V_{\max}$ ,  $V_{\min}$ , соответствующие току в максимуме и минимуме ВАХ, с характеристиками полупроводника, из которого изготовлен диод. Приведём окончательные выражения:

$$V_{\max} \cong 2(E_F - E_m)/e, \quad (1.8)$$

$$V_{\min} \cong 2(E_F - E_C)/e, \quad (1.9)$$

$$I_{\max} \cong eSnD\sqrt{(E_m - E_C)/2m}, \quad (1.10)$$

где  $S$  – площадь  $p$ - $n$  – перехода,  $m$  – эффективная масса электрона,  $e$  – заряд электрона.

## 2 ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

В работе исследуют прямую ветвь вольт-амперной характеристики туннельного диода ТД из арсенида галлия АИ-101. Электрическая схема экспериментальной установки для изучения ВАХ приведена на рис. 2.1.

На основе операционного усилителя собран источник напряжения подаваемого на  $p$ - $n$  – переход туннельного диода ТД АИ-101. Изменением сопротивления резистора  $R$  меняют напряжение на усилителе, при этом

меняется ток ТД, который контролируется по миллиамперметру mA. Напряжение на ТД измеряют милливольтметром mV.

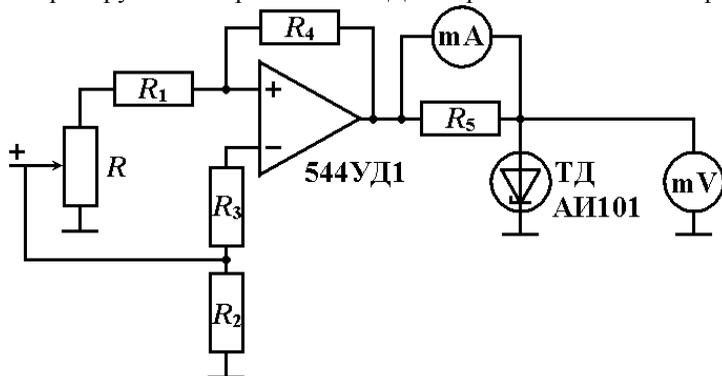


Рисунок 2.1. – Электрическая схема установки

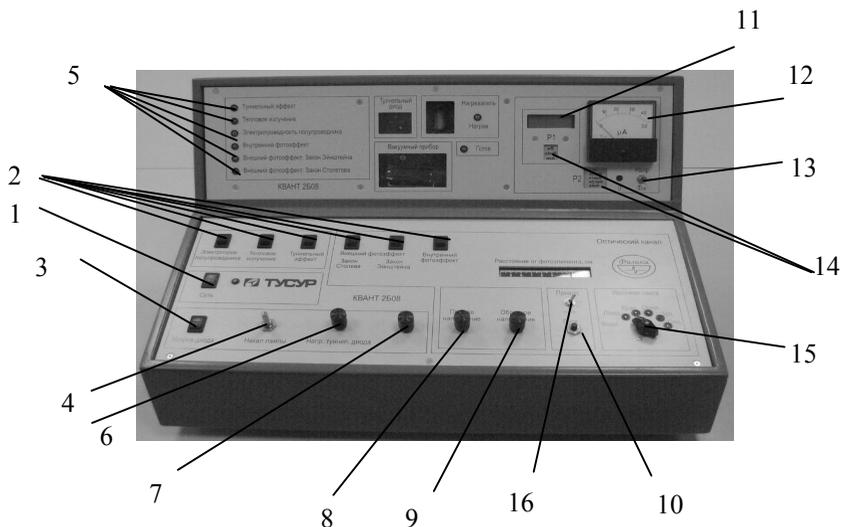


Рисунок 2.2 – Внешний вид установки.

Конструктивно установка представляет собой настольный блок, внешний вид которого представлен на рис. 2.2. Кнопки 2 служат для выбора работы. Регулировка напряжения ТД производится регулятором 6. Приборы 11 и 12 есть, соответственно, милливольтметр и миллиамперметр для измерения напряжения и тока диода.

### 3 ЗАДАНИЕ

3.1 Изучить теорию туннельного эффекта. Оценить теоретическую вероятность туннельного перехода электронов через барьер (коэффициент прозрачности барьера), считая его прямоугольным.

3.2 На основании результатов исследования вольт-амперной характеристики туннельного диода рассчитать экспериментальное значение  $D$ . Сравнить полученную величину с теоретическим значением  $D$ .

### 4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

4.1 Перед началом работы убедиться, что все потенциометры установлены против часовой стрелки в крайнее положение. Все кнопки поставлены в положение “0”, т.е. «выкл». Включить установку кнопкой «Сеть» 1, при этом загорится сигнальная лампочка. Кнопкой 2 выбрать соответствующую работу.

4.2 Изменяя регулятором  $b$  ток диода, измерить вольт-амперную характеристику диода 3-5 раз. Интервал прямых напряжений (0 – 900 мВ) разбить на 15-20 значений. В каждой точке устанавливать, по возможности, **неизменное напряжение**, по миллиамперметру определяя ток диода (максимальное значение 5 мА). Учесть, что при измерении тока следует использовать множитель  $\times 0,1$  мА, а для напряжения применить множитель  $\times 5$  мВ. Результаты измерений занести в таблицу. **Особое внимание** обращать на фиксацию результатов в **экстремальных точках**.

### 5 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1 По результатам измерений построить прямую ветвь вольт-амперной характеристики туннельного диода. Для каждой пары значений ток – напряжение указать на графике доверительные интервалы.

5.2 Из графика найти значения  $V_{\max}$ ,  $V_{\min}$ ,  $I_{\max}$ . Оценить погрешности этих величин.

5.3 Используя формулы (1.8) – (1.10), вычислить коэффициент прозрачности  $D$  потенциального барьера. Площадь  $p$ - $n$  – перехода принять равной  $10^{-4}$  см<sup>2</sup>, концентрацию электронов –  $2 \cdot 10^{24}$  м<sup>-3</sup>, эффективную массу электрона в GaAs  $m=0,04m_0$  ( $m_0$  – масса покоя электрона).

5.4 Используя формулу (1.4), оценить теоретическое значение  $D$ . Ширину барьера принять, равной толщине  $p$ - $n$  – перехода:  $x_2 - x_1 \approx 4$  нм. Энергию электрона принять, равной  $E_m - E_C$ . Высоту барьера определить как:

$$U_0 = 2(E_F - E_C) + \Delta E_3, \quad (5.1)$$

где  $\Delta E_3$  – ширина запрещённой зоны полупроводника. Для GaAs  $\Delta E_3 = 1,4$  эВ.

Значение  $E_m$  находится путём исследования на экстремум функции (1.5):

$$\left. \frac{dn}{dE} \right|_{E=E_m} = 0. \quad (5.2)$$

Этот анализ элементарен, но трудоёмок, поэтому приведём окончательный результат:

$$E_F - E_m \cong 1,1 \text{ эВ} \quad (5.3)$$

Значение  $E_F$  находится по известной формуле:

$$E_F - E_C = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3}}{2m} \quad (5.4)$$

Теперь разность  $U_0 - E$  из формулы (1.4) может быть представлена

$$U_0 - E = 2(E_F - E_C) + \Delta E - (E_m - E_C) = (E_F - E_C) + (E_F - E_m) + \Delta E, \quad (5.5)$$

где выражения в скобках рассчитываются по формулам (5.3) и (5.4).

5.5. Сравнить теоретическое значение  $D$  со значением  $D$ , полученным на основе экспериментальных данных. Обсудить причины возможного несовпадения этих величин. Сделать выводы.

## 6 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

6.1. Почему туннельный эффект не может быть объяснён с позиций классической механики?

6.2. При туннелировании сквозь барьер, частица какое-то время находится в состоянии с  $E < U_0$ , т.е. её полная энергия меньше потенциальной, а значит кинетическая энергия отрицательна. Как Вы можете объяснить этот парадокс?

6.3. Как изменяется вероятность туннелирования частицы при уменьшении ширины и высоты потенциального барьера?

6.4. Как изменяется высота потенциального барьера для электронов в туннельном диоде при увеличении ширины запрещённой зоны полупроводника, из которого изготовлен диод?

6.5. От каких параметров полупроводника зависят напряжения максимума  $V_{\max}$  и минимума  $V_{\min}$  вольт-амперной характеристики туннельного диода?

6.6. Какие характеристики туннельного эффекта определяются величиной концентрации примесей в  $p$ - и  $n$ -областях туннельного диода?

6.7. В каких устройствах может быть использован туннельный диод?

6.8. Какие полупроводники называются вырожденными? Назовите условие вырожденности коллектива частиц?

6.9 Каков физический смысл коэффициента прозрачности?

## 7 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1 Ивлев Б.И. Туннельный эффект // Физическая энциклопедия / Гл. ред. А.М. Прохоров. – М.: «Большая Российская энциклопедия», Т. 5, 1998. С. 175-176.

7.2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Атомная физика. Т. 5, Ч. 1., – М.: «Наука», 1986. – 425 с.

7.3. Иродов И.Е. Квантовая физика. Основные законы.: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высш. шк., 1991. – 271 с.

7.4. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 3. Квантовая механика: Уч. пособие для студентов вузов. 3-е изд., исправл. – М.: Наука, 1987. – 317 с.

7.5. Зи С.М. Физика полупроводниковых приборов. – М.: Энергия, 1973. – 655 с.

7.6. В. Галанский. Туннельный эффект в вырожденном  $p-n$  – переходе. Описание к лабораторной работе. Томск. 1990.