

Федеральное агентство по образованию

**Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники (ТУСУР)**

Кафедра физики

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой физики

\_\_\_\_\_ Е.М. Окс

“ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2007 г.

Лабораторная работа

**ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЙ  
НА МАШИНЕ АТВУДА**

Руководство к лабораторной работе по физике

для студентов всех специальностей

Разработчик:

Профессор каф. физики

\_\_\_\_\_ Бурдовицин В.А.

“ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2007 г.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является изучение основных законов динамики поступательного и вращательного движений твердых тел, экспериментальное определение момента инерции блока и сравнение его с расчетным значением.

## 2. КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси описывается уравнением

$$I\varepsilon = M, \quad (2.1)$$

где  $\varepsilon = d^2\varphi / dt^2$  - вторая производная от угла по времени, то есть угловое ускорение;

$M = \sum [r_1 F_1]$  - суммарный момент сил, приложенных к телу;

$I$  – момент инерции тела относительно оси вращения.

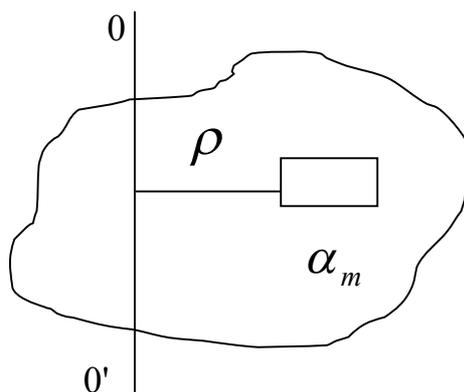


Рис. 2.1. Схема, поясняющая понятие момента инерции

На рис. 2.1 представлена схема твердого тела, способного вращаться относительно оси  $OO'$ . Для элемента тела массой  $dm$  момент инерции  $dI$  выражается соотношением

$$dI = p^2 dm, \quad (2.2)$$

где  $p$  – расстояние от элемента  $dm$  до оси вращения.

Момент инерции всего тела запишется в виде интеграла

$$I = \int p^2 dm, \quad (2.3)$$

где интегрирование осуществляется по всему телу.

Из (2.3) следует аддитивность момента инерции, что позволяет вычислять момент инерции тела как сумму моментов инерции частей тела. Выбор координат для вычисления интеграла (2.3) определяется симметрией задачи. Так для тел, обладающих осевой симметрией, удобнее цилиндрические координаты, а для тел, обладающих плоскостью симметрии – декартовы.

В качестве примера рассмотрим вычисление моментов инерции диска и стержня (рис. 2.2 а, б).

При вычислении момента инерции диска массой  $m$  и радиусом  $R$  относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр, диск может быть разбит на кольца радиусом  $r$  и шириной  $dr$ . Момент инерции такого кольца

$$dI = \delta \cdot 2\pi r \cdot dr \cdot r^2, \quad (2.4)$$

где  $\delta$  – поверхностная плотность диска, которая для однородного по толщине диска равна  $\delta = m / \pi R^2$ .

Для момента инерции всего диска запишем

$$I = \int_0^R \frac{m}{\pi R^2} \cdot 2\pi r^3 dr = \frac{2m}{R^2} \cdot \frac{R^4}{4} = mR^2 / 2 \quad (2.5)$$

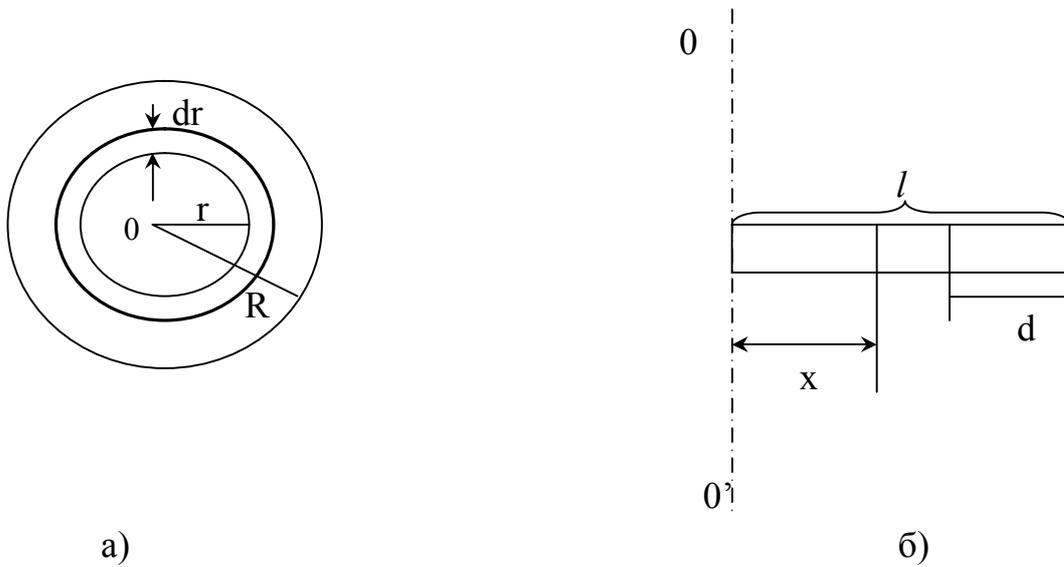


Рис. 2.2 Схема вычисления моментов инерции диска (а) и стержня (б)

При вычислении момента инерции стержня длиной  $l$  и массой  $m$  относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню через его конец, разбиваем стержень на элементы длиной  $dx$ , отстоящие на  $x$  от оси. Тогда

$$dI = \gamma dx x^2, \quad (2.6)$$

где  $\gamma$  - линейная плотность, т.е.  $\gamma = m / l$ .

Для всего стержня

$$I = \int_0^l \gamma x^2 dx = \frac{m}{l} \frac{l^3}{3} = ml^2 / 3. \quad (2.7)$$

Часто при вычислении моментов инерции приходится иметь дело с телами, не обладающими осевой симметрией, однако состоящими из элементов, имеющих такую симметрию. В этих случаях очень полезным оказывается соотношение, известное под названием Теоремы Штейнера. Для формулировки этой теоремы рассмотрим произвольное тело (рис. 2.3), с которым связаны две оси: одна, проходящая через центр масс  $C$ , и другая,

параллельная первой и отстоящая от нее на расстояние  $a$ . Согласно теореме Штейнера

$$I_0 = I_c + ma^2, \quad (2.8)$$

где  $I_0$  - момент инерции тела относительно оси  $OO'$ ;

$I_c$  - момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс;

$m$  – масса тела.

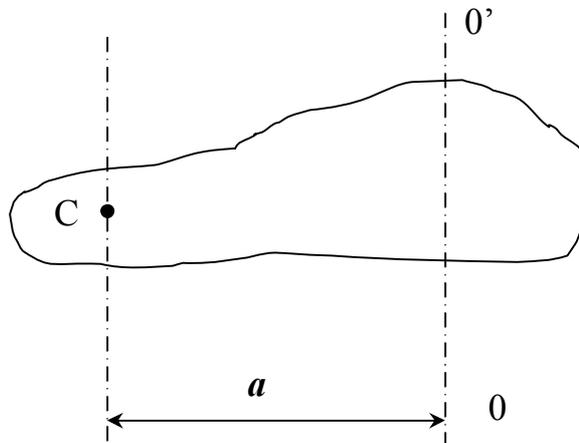


Рис. 2.3. Схема, поясняющая теорему Штейнера

### 3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

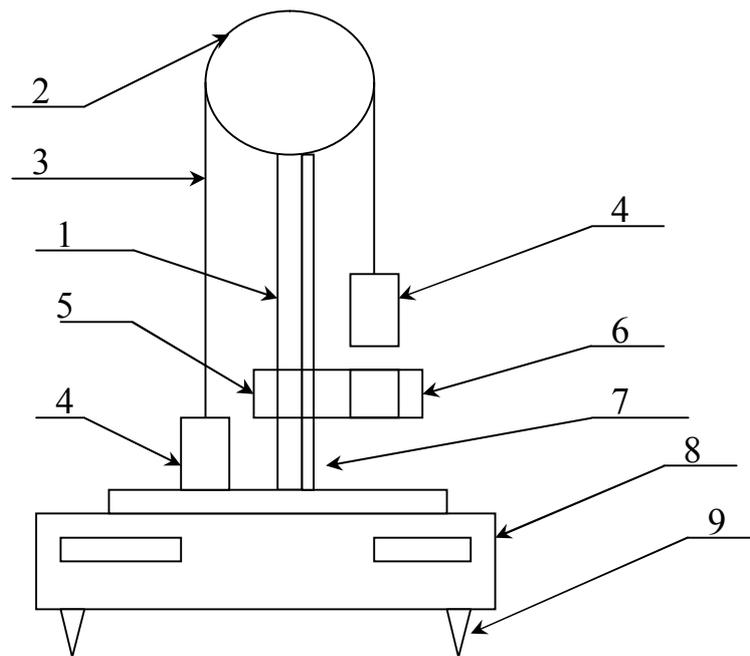
Схема экспериментальной установки на основе машины Атвуда приведена на рис. 3.1.

На вертикальной стойке 1 крепится массивный блок 2, через который перекинута нить 3 с грузами 4 одинаковой массы, равной 80 г. В верхней части стойки расположен электромагнит, который может удерживать блок, не давая ему вращаться. На среднем кронштейне 5 закреплен фотодатчик 6. Риска на корпусе среднего кронштейна совпадает с оптической осью фотодатчика. Средний кронштейн имеет возможность свободного перемещения и фиксации на вертикальной стойке. На стойке укреплена миллиметровая линейка 7, по

которой определяют начальное и конечное положение грузов. За начальное принимают положение нижнего среза груза, за конечное - риску на корпусе среднего кронштейна.

Миллисекундомер 8 представляет собой прибор с цифровой индикацией времени. Опоры 9 используют для регулировки положения установки на лабораторном столе.

Принцип работы машины Атвуда заключается в следующем. Когда на концах нити висят грузы одинаковой массы, система находится в положении безразличного равновесия. Если же на один из грузов (обычно на правый) положить перегрузок, то система выйдет из равновесия, и грузы начнут двигаться с ускорением.



1 – стойка; 2 – блок; 3 – нить; 4 – грузы; 5 – средний кронштейн; 6 – фотодатчик; 7 – линейка; 8 – миллисекундомер; 9 – регулировочная опора.

Рис. 3.1. Машина Атвуда

#### 4. АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ГРУЗОВ И БЛОКА В МАШИНЕ АТВУДА

На рис. 4.1 приведена схема, поясняющая характер движения грузов, а также величины и точки приложения сил. Рассмотрим движение тел в машине Атвуда, используя основные законы динамики вращательного и поступательного движений.

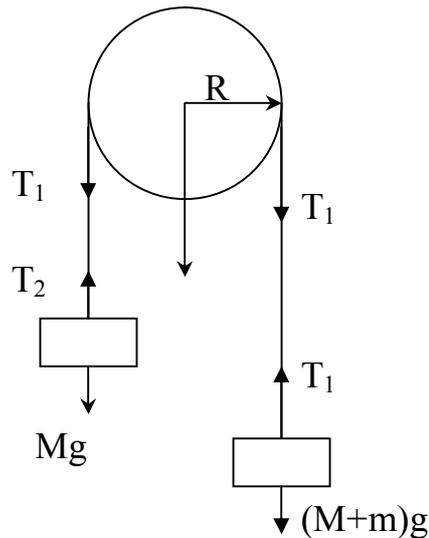


Рис. 4.1. Схема приложения сил

Пусть основные грузы имеют массу  $M$  каждый, а перегруз массой  $m$  лежит на правом грузе (рис. 4.1). Уравнения движения грузов в проекциях на ось  $x$  запишутся следующим образом

$$\begin{aligned} (M + m)a &= (M + m)g - T_1. \\ -Ma &= -T_2 + Mg. \end{aligned} \quad (4.1)$$

где  $a$  – ускорение движения грузов,  $T_1$  и  $T_2$  – соответствующие силы натяжения нитей.

Вращательное движение блока описывается уравнением

$$I\varepsilon = \sum_i M_i, \quad (4.2)$$

где  $\varepsilon$  - угловое ускорение блока,  $I$  - его момент инерции,  $\sum_i M_i$  - сумма моментов сил, приложенных к блоку.

Согласно рис. 4.1 сумма моментов сил равна  $T_1R - T_2R$ . При движении нерастяжимой нити без скольжения по блоку имеет место равенство  $\varepsilon = a/R$ . Здесь  $a$  - линейное ускорение точек на поверхности блока, а следовательно и самой нити,  $R$  - радиус блока. Таким образом, исходная система уравнений выглядит так

$$\begin{aligned} (M + m)a &= (M + m)g - T_1 \\ -Ma &= -T_2 + Mg \\ Ia/R &= R(T_1 - T_2) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Как следует из системы (4.3), ускорение  $a$  есть величина постоянная в условиях постоянства масс и момента инерции. Т.е. грузы движутся равноускоренно. Ускорение  $a$  может быть определено на основании измерения высоты  $h$ , на которую опустится правый груз, и времени его движения  $t$ :

$$a = 2h / t^2 \quad (4.4)$$

Подставляя выражение (4.4) в систему (4.3) и разрешая ее относительно  $t^2$ , получаем

$$t^2 = \frac{1}{g} \left[ \left( \frac{2I}{R^2} + 4M \right) \frac{1}{m} + 2 \right] h \quad (4.5)$$

Выражение (4.5) может быть переписано в виде

$$t^2 = kh \quad (4.6)$$

где  $k$  - константа, зависящая от параметров экспериментальной установки.

$$k = \left[ \left( \frac{2I}{R^2} + 4M \right) \frac{1}{m} + 2 \right] \frac{1}{g} \quad (4.7)$$

Формула (4.6) показывает, что в случае адекватности рассмотренной физической модели условиям опыта экспериментальные точки, нанесенные на график в координатах  $t^2, h$ , должны укладываться на прямую линию. Из наклона этой прямой может быть вычислена константа  $k$ , по величине которой, в свою очередь, может быть рассчитан момент инерции  $I$  блока, если другие входящие в  $k$  величины  $(R, M, m)$  известны.

## 5. ЗАДАНИЕ

Измерить зависимость времени  $t$  движения груза с перегрузком от расстояния  $h$ . Нанести экспериментальные точки на график в координатах  $t^2, h$ . Убедиться в наличии линейной зависимости. Определить коэффициент  $k$  и момент инерции блока, исходя из его массы и геометрических параметров. Сравнить расчетное и экспериментальное значение моментов инерции блока.

## 6. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

6.1. Проверить заземление установки.

6.2. Регулируемыми опорами обеспечить вертикальность стойки.

6.3. Включить в сеть шнур питания миллисекундомера. Нажать кнопку СЕТЬ на лицевой панели миллисекундомера.

6.4. Положить на правый груз перегрузок. Нажать кнопку на оси электромагнита и убедиться в том, что электромагнит удерживает систему грузов в неподвижном состоянии.

6.5. Нажав и удерживая кнопку ПУСК, установить груз с перегрузком в крайнем верхнем положении и затем отпустить кнопку. Установить средний

кронштейн с фотодатчиком на такой высоте, чтобы путь, проходимый грузом с перегрузком, составлял 7-8 см.

6.6. Нажать кнопку СБРОС миллисекундомера. Нажать кнопку ПУСК и удерживать ее до окончания отсчета времени миллисекундомером.

6.7. Отпустить кнопку ПУСК. Записать показания миллисекундомера в табл. 6.1.

6.8. Повторить измерения пять раз.

6.9. Измерения зависимости времени движения груза с перегрузком от пути по пп. 6.6 – 6.8 произвести для нескольких (не менее пяти) значений пути, проходимого грузом.

Таблица 6.1. Результаты измерений времени прохождения груза

Номер изм.	$h_1 =$	$h_2 =$	$h_3 =$	$h_4 =$	$h_5 =$
1					
2					
3					
4					
5					
$\langle t \rangle$					
$\langle t \rangle$					

## 7. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

7.1. Определить средние значения времени  $\langle t \rangle$  прохождения грузом пути  $h$ .

7.2. Определить случайную, приборную и общую погрешности измерений  $t$  и рассчитать погрешности величин  $t^2$ .

7.3. Нанести экспериментальные точки на график в координатах  $t^2, h$ . Здесь же указать погрешности в виде доверительных интервалов.

7.4. Провести интерполирующую прямую и вычислить величину  $k$ .

7.5. Используя выражение (4.7) для  $k$  и учитывая, что  $M = 80$  г, вычислить момент инерции  $I$  блока.

7.6. С помощью штангенциркуля измерить геометрические параметры блока и с учетом плотности металла, из которого изготовлен блок (латунь,  $\rho = 8400$  кг/м<sup>3</sup>), рассчитать его момент инерции.

7.7. Сравнить расчетное значение с экспериментальным.

7.8. Сделать выводы по работе.

## 8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

8.1. Что такое момент сил и момент инерции?

8.2. Моменты каких сил действуют на блок?

8.3. Как рассчитать момент инерции блока? Сформулировать теорему Штейнера.

8.4. Укажите возможные причины несовпадения экспериментальных результатов с расчетными.

## 9. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

9.1. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1981. –Т.1

9.2. Мухачев В.А. Оценка погрешности измерений. – Томск: Ротапринт Томского института АСУ и радиоэлектроники, 1991.

9.3. Зеленский В.И. Изучение прямолинейного движения тел на машине Атвуда. – Томск: Ротапринт Томского института АСУ и радиоэлектроники, 1989.

9.4. Чужков Ю.П. Общие требования и правила оформления отчета о лабораторной работе по физике. – Томск, 2001. – 19 с.